Schröder

Elemente

Arithmetik

[illegible]

Band I

Ostermann

Schäffer

Elementa

[illegible]

[illegible]

Pars I

Prolegomena

ELEMENTA
MATHESEOS PURAE.

PARS I.

PROLEGOMENA

DE MATHESEOS RATIONE, PARTIBUS ATQUE METHODO;

QUIBUS ADDITA SUNT *PRAECEPTA NONNULLA LOGICA* IN USUM EORUM, QUI MATHESEOS STUDIUM CUM LOGICES ET LITTERARUM HUMANIORUM STUDIO CONIUNGUNT.

AUCTORE

J. F. L. SCHRÖDER.
IN ACAD. RHENO-TRAJECTINA PROFESSORE ORDINARIO.

TRAJECTI AD RHENUM,
APUD JOH. ALTHEER.
1831.

Natura haec est Arithmeticae et Matheseos, ut menti sint humanae propriae et veritati cognatae: sic illae sunt homini propriae, ut qui non eas tenet, quod Glauco apud Platonem dicit, homo non sit putandus. *Quamobrem quo quis est indole veritatis amantior, eo et diligit has magis, et magis per earum studium ad veritatem enititur.*

Van Heusde: (Initia Philosophiae Platonicae: Pars III. p. 49.)

J. F. L. SCHRÖDER,

PROLEGOMENA.

PROSTAT

PARISIIS

APUD FRATRES DE BURE.

LONDINI

APUD H. BOHN.

OXONII

APUD D. A. TALBOYS.

LIPSIAE

APUD FREDERICUM FLEISCHER.

FRANCOFURTI AD MOENUM

APUD S. SCHMERBER,

Brönnerische Buchhandlung.

PRAEFATIO.

L. S.

Omnis disciplina, cum ex investigatione veri, cujus leges exponit Logica, oriatur, est quasi pars quaedam practica ejus habenda, atque ipsa Logica suo quodammodo jure *disciplina disciplinarum* appellari potest. Verum praeter commune hoc vinculum, quo, ut reliquae disciplinae, ita Mathesis cum Logica connexa est, alia quaedam inter eas intercedit cognatio. Ut enim haec intelligentiae leges universales, ita Mathesis eas exponit, quae ad intuitionem, vel ad necessarium illum ordinem rerum, qui spatio et tempore efficitur, referuntur. Ergo utraque disciplina est formalis, principiis et propositionibus apodicticis constans, scientia veri nominis, atque pars quaedam Anthropologiae psychicae. Materia, quam tractat Mathesis ipsam aptam reddit,

dit, quae suas notiones imaginibus adaequatis repraesentet, atque in dividendo, definiendo atque demonstrando praeceptis Logicis omnibus partibus obtemperet, adeo ut nulla reperiatur disciplina, quae ad haec praecepta illustranda magis sit accommodata. Quare ea institutio Mathematica aut Logica, quae hanc cognationem uberius exponat, idque comparando efficiat, ut altera alteri lucem afferat, ejusque naturam et rationem magis dilucidam reddat, non potest non esse utilis et jucunda iis, qui in utraque hac doctrina studium suum collocant. Ex hac inprimis comparatione colligi potest, quo jure Mathesis *scientia* veri nominis dicenda sit. Etenim, ut quaelibet disciplina maxime et diligentissime praecepta observat Logica, ita praeclaro hoc nomine maxime est digna.

In his Prolegomenis, quae doctrinae de Matheseos elementis et partibus sublimioribus antecedunt, ejusmodi institutionem inchoavi, in qua, quantum potui, perspicuitati prospexi et distinctae rerum notitiae. Sic enim mihi persuasi, quamlibet institutionem Philosophiae, quae non distinctas et perspicuas suppeditet notiones, neque rebus tractandis ordinem et lucem praebeat, majus Philosophiae damnum quam emolumentum afferre, quoniam, ut alia, ita etiam

libris Logicis dicta per se inania, atque nomina repetita Caji et Titi, legentibus et audientibus afferre solent. Ita etiam Logica, Mathesis et Litterae humaniores, verum et pulchrum, blando quodam concordiae vinculo conjunguntur, quod sane non ingratum est iis Literarum humaniorum studiosis, qui altiora spectant, idque sibi persuasum habent, sine Matheseos et Logices studio majores in philosophia progressus non posse fieri.

Haec fere sunt, quae in hujus libri scriptione spectavi et secutus sum. Quid assecutus sim, aliorum sit judicium, quorum admonitiones benevolae et justae mihi semper erunt gratissimae.

AR-

ARGUMENTUM.

ELEMENTA MATHESEOS PURAE.

PROLEGOMENA.

DE MATHESEOS RATIONE, MATERIA, PARTIBUS ATQUE METHODO.

§. 1. *Notiones.*

Ut infinitam rerum copiam, quae aut percipiuntur sensibus, aut mente finguntur, ita tractare possit intelligentia humana, ut ad illarum perveniat cognitionem, hanc viam ingreditur, ut, quae pluribus rebus sunt communia, earumque *notae* appellari solent, ea congreget, secretis, quae non sunt communia. Haec notarum complexio *notio* dicitur, cujus tanta est vis et potestas, ut, sine illa, nulla omnino possit esse cognitio humana. His enim notionibus

omnes res, sive perceptae sive fictae sunt, cogitantur, designantur, nomina accipiunt, dividuntur atque in justum ordinem rediguntur. De quibus singulis duo, ut patet, quaeri possunt: primum, quot notae insint notioni, deinde, quot res notione cogitentur atque designentur, unde duplex existit *notionis quantitas*. Priorem *argumentum*, posteriorem *sphaeram* sive *ambitum* ejus vocare solent. Ex quo sequitur, *addendis notis* augeri notionis argumentum, sed simul diminui sphaeram sive multitudinem rerum, hac notione cogitandarum; et rursus, *auferendis notis* diminui notionis argumentum, augeri autem sphaeram, unde oriuntur notiones, quae, inter se comparatae, dicuntur *superiores* et *inferiores*, aut *generis* et *speciei* (generales et speciales). Superioribus major est sphaera, sed minus argumentum; inferioribus autem minor sphaera, sed majus argumentum. Quare addendis notis ex superioribus existunt inferiores, atque auferendis notis ex inferioribus superiores; quarum exempla sunt aqua et mare, avis et aquila, animal et homo, motus animi atque ira, metus atque sollicitudo. Ita fit, ut eadem mentis actione, qua notiones formantur, congregatis, quae pluribus notionibus communia sunt, secretis aliis, ex inferioribus oriantur su-

pe-

periores. *Summae* igitur notioni maxima omnium est sphaera, atque minimum argumentum. Haec est notio *Entis* sive *alicujus*, qua voce non solum indicatur quodcumque est, sed etiam quodcumque non est, dummodo cogitari possit. Ad *infimam* autem notionem descendere non possumus, quoniam huic infinitum est argumentum. Dici autem potest, quo inferior sit notio, eo magis eam accedere ad ideam sive repraesentationem *rei singularis*.

Haec mentis actio, quae notiones format, quarum etiam nomine res, ipsis subjectae, appellantur, tam late patet, ut sine illa nihil judicari aut concludi possit, atque, cum omnia linguae vocabula, paucis exceptis, notiones designent, ipsa eloquendi vis praeclara, quae data est homini, omnino nulla sit. Cernitur haec actio in tota Historia Naturali, quae corpora in classes, genera et species partitur. Cujuslibet etiam rei definitio in indicandis notis, quae notioni insunt, consistit, atque notio ipsa est attributum aut nota omnium rerum, quae ejus sphaeram constituunt.

§. 2.

§. 2. *Res ejusdem atque diversi generis.*

Quaecunque inter se comparantur aut sunt ejusdem aut diversi generis (*homogenea* aut *heterogenea*), si iisdem, aut diversis designantur notionibus, (§. 1.) vel si notae, de quibus agitur, ipsis communes sunt, aut non sunt. Ita quidem res, quam maxime diversae, homogeneae, aliae rursus, quam maxime aequales, heterogeneae esse possunt. Veluti aqua est ejusdem generis atque equus et arbor, si de terrestribus, diversi autem generis, si de corporibus organicis agitur.

§. 3. *Quantum, ejus Forma atque Quantitas.*

Quodcumque ex partibus homogeneis (§. 2.) consistit dicitur *Quantum*. *Quantitas* Quanti aut magnitudo ejus est *copia partium*, ex quibus compositum est, quae partes ipsae *Quanta* esse possunt. Quare omne Quantum, addendis et auferendis partibus augeri et diminui potest, atque etiam quantitate reddi aequale alii Quanto, quod ejusdem est generis. Ita recta linea rectae lineae, triangulum triangulo, numerus numero aequalia reddi possunt.

Forma Quanti modus est, quo ex partibus

com-

compositum est, veluti ex eadem metalli quantitate corpora formae maxime diversae confici possunt.

§. 4. *Mathesis.*

Disciplina, quae Quantorum quantitates et formas (§. 3.) inquirit et comparat, dicitur *Mathesis*, sive *ars Mathematica.*

Animadv. 1. Cur Μάθησις aut *disciplina* κατ' ἐξοχὴν dicta sit, incertum est. Aliis indicium esse videtur magni honoris, quem ipsi tribuerunt Graeci; aliis autem argumento est, hanc artem omnium primam in disciplinae formam redactam fuisse (1)

Animadv. 2. Quantum dicitur *magnum* aut *parvum*, si, comparatione instituta, ejus quantitas major aut minor esse videtur, quam alius Quanti, inprimis, si ejusdem est generis rerum, atque hoc sensu Quanto cuidam *magnitudo* aut *parvitas* prae alio Quanto tribuitur. Itaque animal dicitur *magnum*, quod inter animalia sui generis excellit, quamvis ab aliis animalibus magnitudine multum superetur. Eadem igitur res videtur magna atque parva, prae rebus, cum quibus confertur. Quod autem, remota omni comparatione, per se (abso-

(1) Montucla, Hist. des Mathematiques. T. I. P. 1. L. 1.

solute) magnum aut parvum habetur, id ne ulla imagine quidem mens humana complecti potest, atque in eo investigando Mathesis, *cujus proprium munus est comparare quantitates*, versari nullo modo potest. Partes spatii, quae, inter se comparatae, magnae aut parvae sunt, atque quantitates et figuras, suis limitibus definitas, Mathesis contemplatur; non vero *spatium infinitum*, non *universitatem rerum*, non *illam vim immensam*, cuncta procreantem et moderantem; quae omnia per se magna sunt, atque nulla unquam mensura, nulla comparatione informari possunt.

Animadv. 3. Saepe etiam vocabulum *magnitudo* idem designat, quod *quantitas*, unde dicitur *parva magnitudo*, id est, parva quantitas. Illo etiam sensu hac voce utemur.

§. 5. *Multiplum*, *atque Pars Aliquota.*

Quod si, in comparandis duobus Quantis homogeneis (A et B), haec inter ipsa invenitur ratio, ut prius (A), aliquoties sumtum, quantitate reddatur aequale posteriori (B), dicitur esse ipsius *pars aliquota*, sive aliquoties in ipso contineri; posterius (B) autem vocatur *multiplum* prioris (A).

Animadv. Hinc vocabula duplum, triplum, duplex, triplex, duplo, triplo majus aut minus — pars

pars secunda, tertia, quarta, dimidium, et alia ejusmodi.

§. 6. *De Metiendo, atque de Unitate.*

Hac comparatione (§. 5.), qua definitur id, quod multiplum est, atque pars aliquota, consistit mentis actio, quam dicimus *metiri*. Etenim *metiri aliquod Quantum*, sive ejus mensuram facere, est inquirere, quoties aliud Quantum aut ejus pars aliquota, illo contineatur. Quantum, quod huic mensurae inservit, appellatur *Unitas* aut etiam *mensura*, ratione quantorum, quae metitur. Ex quo sequitur, Unitatem esse semper ejusdem generis atque Quanta, quibus metiendis inservit.

Animadv. Ita in vita sociali, secundum *novam rationem mensurarum et ponderum*, ad intervalla metienda, *metrum:* ad areas, *metrum quadratum;* ad corpora, *metrum cubicum;* ad nummos, *florenus;* ad pondera, *libra*, pro unitatibus adhibentur. Minoribus rebus metiendis *partes*, majoribus autem *multipla harum Unitatum* inserviunt. Itaque, in minoribus intervallis definiendis, usu veniunt *decimetrum*, *millimetrum:* in majoribus *decametrum*, *hectometrum*, *chilometrum*, *myriometrum*, *milliare*, *gradus majoris circuli terrestris*, *radius terrae*, *distantia terrae a sole*, denique *distantia solis a proxima stella fixa.*

§. 2.

§. 7. *Numerus integer, atque fractus.*

Ex notione *metiendi* prodit alia, quae indicatur voce *numerus*. Numerus enim est copia aut unitatum, aut partium aequalium unitatis, quas partes *unitates fractas* dicere possumus (vocabulo *unitas*, simpliciter posito, totam unitatem designante). Quare tribus modis esse potest: *integer*, si ex solis unitatibus, ut (5) quinque unitates; *fractus*, si ex unitatibus fractis, aut unitatis partibus aequalibus, ut ($\frac{2}{3}$) duae tertiae partes unitatis; *mixtus*, si partim ex unitatibus, partim ex unitatibus fractis, ut ($5\frac{2}{3}$) quinque atque duae tertiae partes, compositus est. Numerorum integrorum *tota unitas*, sed numerorum fractorum *fracta unitas* mensura est. Veluti mensura numeri ($\frac{4}{5}$) quatuor quintae partes, est unitas fracta ($\frac{1}{5}$), quae est quinta pars unitatis, atque in hoc numero fracto quater continetur.

Animadv. Sunt tamen numeri fracti aut mixti, quorum mensura nulla unitas fracta, quae quidem finita sit, esse potest; cujus generis sunt radices quaelibet omnium numerorum, qui non sunt potestates alius numeri, veluti radices numerorum 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, aliorumque. Nulla est enim unitas fracta, quae harum radicum sit

pars

pars aliquota. Ejusdem generis sunt Geometrica Quanta, quibus, inter se comparatis, non est mensura communis, ut Circuli diameter atque peripheria, Quadrati latus et diagonalis. Etenim, ut haec inter se, ita numeri memorati non habent cum unitate mensuram communem, atque si alterutrum Quantum Geometricum pro unitate habetur, alterum in ejusmodi numerum mutatur. Itaque, si Quadrati latus est unitas, diagonalis est radix secunda numeri 2, atque si Circuli diameter est unitas, peripheria est 3,14159..., ubi partes decimales ad infinitum usque progrediuntur. Hi numeri atque haec Quanta *incommensurabilia* dici solent, et jure dicuntur, si de mensura finita agitur. At vero considerandum est, eo magis accedi ad accuratam eorum mensuram, quo minor sit unitas fracta, quae in mensuram adhibetur, atque ad eam semper accedi posse, quoniam in dividenda unitate nulli sint limites imaginationi positi. Quare pro eorum mensura haberi potest *unitas fracta infinite parva*, quod si fit, quodcunque de omni valet mensura, etiam de his valet.

Caeterum numeri isti, etsi ad unitatem incommensurabiles sunt, tamen, (ut per se patet) inter se communem aliquam finitam mensuram habere possunt. Ita numerorum $8^{\frac{1}{2}}$ atque $32^{\frac{1}{2}}$ communis mensura est $2^{\frac{1}{2}}$, atque etiam prior numerus est mensura posterioris, in quo *bis* continetur.

§. 8. *Arithmetica.*

Illa pars Matheseos, quae de mensura, atque de numeris agit, dicitur *Arithmetica*, (Ἀριθμητικὴ, i. e. τέχνη).

§. 9. *Numeri meri aut puri, atque denominati.*

Si in quaestione Arithmetica definitum est, *quales* sint numeri, eorumque unitates, utraque dicuntur *denominata*. Veluti metrum, florenus, libra sunt denominatae unitates; tria metra, quinque floreni, sex librae sunt numeri denominati. Tota illa pars Arithmeticae vulgaris, quae *Arithmeticae practicae* nomen accepit, in ejusmodi unitatibus atque numeris versatur. Quod si autem ab hac unitate omnis secernitur qualitatis notio, aut nulla hujus qualitatis habetur ratio, *unitas*, quique ex ipsa componuntur *numeri*, appellantur *non denominati*, aut *meri* aut *puri*.

Animadv. Quando Arithmetica in numeris denominatis versatur, ratio omnino habenda est qualitatis, qua praedita est unitas, quoniam haec qualitas calculum ad modum quendam restringit. Velut, si Quantum est copia quaedam individuorum, aut rerum singularium, de quarum partibus nulla est

est quaestio, unitas fracta esse non debet. Tale Quantum est v. c. grex, consistens ex 20 animalibus, cujus unitas est *unum* animal, haud quaquam in partes dividenda. At vero, si unitas est palma, aut palma quadrata, vel cubica, unitas fracta adhiberi potest. Numeros denominatos ejusdem generis in unam summam congregare possumus, aut etiam ab alio alium substrahere, eos dividere aut multiplicare per aliquem numerum purum; at absurdum foret, eos *inter se* velle multiplicare aut dividere. Sed natura rei id satis indicat, adeo ut nequaquam opus sit, pluribus verbis id exponere.

§. 10. *Arithmetica pura.*

Illa pars Matheseos, quae meros hos numeros, eorumque unitatem inquirit, appellatur *Arithmetica pura*. Haec investigat horum numerorum affectiones, formas, mutationes, compositiones, decompositiones, quae fieri possunt addendo, subtrahendo, multiplicando, dividendo, aut aliis mentis, in numeris versantis, actionibus. Ita propositis numeris 6 atque 2, addendo 8, subtrahendo 4, multiplicando 12, dividendo 3 efficiuntur; nulla habita ratione, utrum hi numeri florenos, an metra an libras, an quidquam aliud designent.

Animadv. 1. Numerus purus, si adhibetur ad lineas, figu-

figuras, volumina, atque ad alia Quanta, quae in rerum natura sunt, aut finguntur, proprie non est Quantum, sed potius ratio, quae intercedit inter haec Quanta, atque eorum unitates. Attamen, cum numerus ipse per se compositus esse cogitetur ex unitatibus, atque unitas ex unitatibus fractis, numeri puri merito *Quanta* appellantur, et quidem *Arithmetica*, ut a *Geometricis Quantis* distinguantur.

Animadv. 2. Quae in sequentibus de numeris traduntur, spectant numeros puros, nisi quod nonnunquam, ad rem illustrandam, ex numeris denominatis petuntur exempla, aut quod ea, quae exposita sunt, adhibeantur ad hos numeros denominatos.

§. 11. *De fractionis denominatore atque de numeratore.*

Ad definiendum, quantus sit numerus fractus, sive fractio (fractura), duo cognita esse debent; primum, in quot partes aequales divisa sit unitas, aut quaenam sit unitas fracta (§ 7.), quod designatur numero, quem dicunt *denominatorem* (*indicem* sive *nomen fracturae*) — deinde quot *unitates fractas* contineat fractio, quod altero numero, cui nomen est *numerator* (*numerans*), ostenditur.

Ad designandam fractionem adhibetur lineola transversa, supra quam scribitur numerator, infra autem denominator. Veluti $\frac{3}{4}$ indicat, unitatem

in

in quinque partes aequales esse divisam, atque has quatuor partes, in unam summam collectas, continere quantitatem numeri fracti. Numeri *fracti decimales*, id est, quorum denominatores sunt decem, centum, mille, atque aliae potestates majores numeri denarii, ita designantur, ut post punctum, aut lineolam, numeros integros a fractis separantem, primum locum *decimae*, secundum *centesimae*, tertium *millesimae* partes, et ita deinceps teneant. Veluti 3,7485 est numerus mixtus ex numero integro 3, atque ex summa fractionum decimalium, quae sunt 7 decimae, 4 centesimae, 8 millesimae, 5 decies millesimae partes unitatis.

Numerum fractum dicunt *verum*, qui unitate minor est; *spurium*, qui non est minor. Ex quo sequitur, omnem fractionem esse veram, cujus numerator denominatore minor est; spuriam autem, si numerator denominatorem superat, aut ipsi aequalis est.

§. 12. *De numeris universalibus.*

In Arithmetica praeter numeros determinatos, qui omnes, quae est natura ordinis numerorum, quem *Systema Decadicum* dicunt, decem characteribus, cuivis cognitis, 1. 2. 3. 4.

5.

5. 6. 7. 8. 9. 0. designari possunt, etiam adhibentur numeri *indeterminati* (indefiniti), sive *universales*, qui plerumque literis Alphabeti aut Latini, aut Graeci, aut etiam Germanici notantur. Universales autem dicuntur, quoniam omnes numeros determinatos repraesentant, aut in eorum locum unusquisque numerus determinatus substitui potest. Ita a, b, c.... α, β, γ.... quoslibet numeros, etiam eos, de quibus dictum est in animadversione ad §. 7., denotant.. Quare maximus ex illis effloreseit usus. Quaecunque enim, universalibus numeris adhibitis, illis mentis actionibus, quas (§. 10.) commemoravimus, collecta sunt, ad quoslibet numeros determinatos pertinent, ita ut generales, quibus omnes hi numeri subjecti sunt, exhibeant regulas. Hac ratione Arithmetica pura, quae, qualis sit unitas, nullam habens rationem, universa reddit sua praecepta, multo magis id efficit per numeros universales, quorum ope leges rationis et conjunctionis deteguntur, quae ex numerorum valore, id est ex definita copia unitatum, non pendent. Maxime autem universa redduntur in theoria de functionibus, ubi ipsi compositionis, decompositionis, atque mutationis modi inter se comparantur.

Ani-

Animadv. Si utimur vocabulis, *Arithmetica specialis*, *generalis*, atque *Calculus literarius*, hoc sensu videntur accipienda esse, ut tota Arithmetica dividatur in *specialem* et *generalem*; *specialis* referatur ad numeros determinatos, *generalis* aut *universalis* ad numeros universales, sive solos, sive conjunctos cum numeris determinatis; *Calculus* autem *literarius* idem designet, quod *Arithmetica generalis*. Sed alio plerumque sensu scriptores Matheseos has voces adhibuerunt.

§. 13. *Munus Arithmeticae purae.*

Quadruplex omnino Arithmeticae purae munus est.

Primum, ut ope imaginationis formas, quae eidem Quanto Arithmetico esse possunt, varias numerorum compositiones, decompositiones, mutationes exhibeat, atque earum leges et rationes exploret. Deinde, ut inquirat, quaenam sit ratio inter cognitos atque incognitos numeros, eum praecipue in finem, ut data hac ratione, ex cognitis reperiantur incogniti. Tum, ut rationem exponat, quae non solum inter ipsos est numeros incognitos, si, diversis modis inter se atque cum numeris cognitis conjuncti, Quantum aliquod Arithmeticum, aut aequa-

quationem constituunt, sed etiam, et maxime quidem, inter horum incognitorum mutationes. Quare in hac parte Arithmeticae, quae a multis dicitur *Analysis finitorum et infinitorum*, numeri incogniti habentur *mutabiles* (*variabiles*), cogniti autem *immutabiles* sive *constantes*.

Denique ut ea, quae universe docuit, adhibeat ad numeros determinatos; inprimis autem ad quanta extensa metienda, definienda, atque inter se comparanda.

Ex hoc Arithmeticae munere diversae ejus partes efflorescunt. Ut autem in calculo cogniti ab incognitis, mutabiles a constantibus numeris perspicue distinguantur, cogniti et constantes primis, incogniti autem et mutabiles ultimis Alphabeti literis designari solent. Per literas *m*, *n*, aliasque, quae medium in Alphabeto locum occupant, saepe notantur coefficientes, atque exponentes constantes.

Animadv. 1. Jure nobis videmur voce *Arithmetica* designasse omnem numerorum calculum, ita ut non solum Arithmeticam, quam dicunt *vulgarem* et *sublimem*, verum etiam *theoriam functionum*, *serierum*, *combinationum*, *differentiarum*, *differentialium*, *integralium*, *variationum*, aliorumque hujus generis complectatur. Vox enim ipsa *Arithmetica* in-

indicat id genus doctrinae, cujus partes sunt disciplinae, oriundae ex investigatione numerorum. Ex quo etiam Newtonus egregium opus, in quo sublimiores partes Algebrae exposuit, eorumque docuit usum in Geometria, inscripsit *Arithmeticam Universalem*, atque Wallis nomen *Arithmeticae infinitorum* tribuit libro, in quo explicavit, quomodo summa serierum, in infinitum progredientium, reperiri possit.

Animadv. 2. Inventa etiam sunt instrumenta, quorum usus calculum numerorum faciliorem reddat; unde *Arithmeticam instrumentalem* dicunt, quae horum instrumentorum rationem et usum explicat.

§. 14. *De Spatio.*

Quaecunque sensibus externis percipiuntur, aut percipi possunt, sunt in *Spatio*, quod, quale sit, intelligitur, si omnes res corporeas cogitatione tollimus; quibus sublatis, quod relinquitur, est *Spatium* vere *vacuum*. Hoc autem cogitatur esse infinitum, quoniam imaginatio nihil aliud fingere potest, nisi *partes spatii*, aut quod in eo insit, atque eo circumdetur, ita ut spatio ipsi limites assignare nullo modo possit. Quare totus mundus ipse non aliter a nobis cogitari potest, nisi hoc spatio cinctus. Omne corpus physicum aliquam ejus

partem occupat, cujus partis limitibus definitur corporis superficies atque forma. In hoc spatio cogitatur infinitus locorum, distantiarum, atque directionum numerus.

§. 15. *De Quantis extensis.*

Quantum est *extensum*, cujus quantitas ad Spatium refertur, atque hujus generis sunt lineae, anguli, figurae, superficies, corpora. Quare extensorum quantitas etiam vocatur *extensio*, aut *quantitas extensiva.*

Animadv. 1. Multi *Quantum* dupliciter dividunt, ita ut sit *Quantum continens* (*concretum*, *continuum*) atque *Quantum discretum*. *Quantum continens* dicunt constare ex partibus ita inter se cohaerentibus, ut repugnet, aliam ipsis inseri et interponi; Quantum *discretum* ex partibus aut disjunctis et separatis, aut in quibus nihil refert, quem ordinem loci inter se constituant. Quare linea, figura, superficies, corpus sunt *Quanta continentia*, in quibus formae, quae in positione et directione partium consistit, praecipua ratio habetur; numeri autem et puri et denominati sunt Quanta discreta. Alii autem *Quantum continens* esse volunt, quod in nullas divisum sit partes, dividi autem possit; *discretum* vero, quod natura sua in partes divisum sit.

Ani-

Animadv. 2. A quantitate extensiva differt illa, quam dicere solent *intensivam*, quae tribuitur affectionibus et facultatibus animi, viribusque, quae agunt in rerum natura. Hanc indicant vocabula *gradus*, *modus*, *magnitudo* etiam atque *vis*, adhibitis vocibus *forte*, *debile*, *acre*, *lene*, *grave*, *leve*, *magnum*, *parvum* similibusque ad diversas has quantitates designandas. Quod si autem Mathesis in his quantitatibus versatur, id efficere studet, ut ad extensivas referantur; nam, si id non fit, nullam eorum imaginem mens sibi formare potest. Quocirca Physicus virium magnitudinem definit per earum effectus in movendis corporibus, id est, rationem inter intensivas quantitates eandem esse ponit, atque quae est inter extensivas quantitates, ex ipsis ortas. Ita vim caloris designat spatio, quo corpora expandit, altitudine Mercurii in Thermometro atque similibus. Quin etiam, ad sublevandam imaginationem, sumit, calorem esse materiam quandam subtilissimam, fluidam, elasticam, cujus vis pendeat ex copia ejus; unde sequatur necesse est, extensivam caloris quantitatem esse in eadem ratione qua intensivam; atque hanc in locum illius substitui posse. Ubi Mathesi haec venia non datur, frustra agit. Quare vires ingenii, memoriae, vis attentionis, conscientiae, perturbationum, doloris, gaudii atque similium nunquam Mathematicis rationibus accurate explicari, definiri, aut ad mensuram revocari possunt.

Animadv. 3. Aliam praeterea dicunt esse quanti-

tatem, quam *protensivam* appellant, quae refertur ad tempus, per quod quidquam est, aut agit; ut longinquitas seu diuturnitas doloris, morbi, actionis, vitae. Hanc etiam quantitatem, ut aliqua ipsius imago formari possit, cum quantitate extensiva comparamus, adhibendo spatia a corporibus percursa, aut etiam designando tempus ipsum imagine *rectae lineae*. Omnino mentis humanae proprium est, quae res interno sensu solo percipiuntur, eas illustrare rerum externarum imaginibus.

§. 16. *Geometria.*

Disciplina, quae Quantorum extensorum quantitates et formas investigat, atque inter se comparat, dicitur *Geometria*. Haec ex notionibus simplicibus loci, distantiae et directionis alias elicit, atque ita Quanta extensa, quae ab imaginatione ad libitum finguntur, legesque generales, rationem inter ipsa definientes, explorat. Vere dicitur *Geometria pura*, quoniam rerum, quae in spatio sunt, non alias qualitates considerat, quam quae ad spatium pertinent. Veluti coni examinat formam, superficiem, magnitudinem, lineas in eo ductas, sectiones factas, atque comparationem ejus instituit cum aliis corporibus; nulla ratione habita, utrum conus ex lignea, an ex alia materia confectus sit. Nomen

au-

autem *Geometria* magis originem, quam naturam hujus disciplinae indicat.

Animadv. Etsi nullum est Quantum Geometricum, quod non sit praeditum definita quadam et forma et quantitate, tamen altera ex altera non pendet. Possunt enim esse duae figurae aut duo corpora quantitate aequalia, quae forma differunt, aut forma aequalia, quae quantitate sunt inaequalia. Duae lineae rectae, duo circuli, duo globi, qualescunque sunt radii, habent eandem formam. Forma ex *directione*, quantitas ex *distantia* punctorum prodit; directio autem et distantia sunt notiones toto genere inter se diversae. Idem dicendum est de Quantis Arithmeticis, quibus singulis sua etiam est forma, quae est modus compositionis. Idem numerus v. c. 12, infinitis modis componi et exhiberi potest, quales modi sunt, $8+4$, $10+2$, $15-3$, $\frac{36}{3}$, $\sqrt{144}$, $\sqrt[3]{1728}$.

§. 17. *De mutuo auxilio, quod sibi praebent Arithmetica et Geometria.*

Cum Geometria ad sola Quanta extensa referatur, sequitur, quamvis late se extendat, multo tamen arctioribus finibus eam esse circumscriptam, quam Arithmeticam, quae omnia Quanta, qualiacunque sunt, complectitur, atque *universe* explorat. Neque etiam Arithmeticae auxi-

auxilio unquam carere potest. Quod ipsum etiam nomen, si opus est, adfirmare potest. Γεωμετρία enim est mensura terrae; omnis autem mensura, cum numeris indicandus sit et unitate, est res Arithmetica. Rursus Arithmeticae Geometria inservit, cum explorando proprietates Quantorum extensorum, sine quarum cognitione ab Arithmetica tractari nequeunt, tum imagines et signa praebendo, quibus Arithmetica Quanta illustrari possunt.

§. 18. *Munus et partes Geometriae elementaris.*

Geometria habet partem *elementarem*, atque *sublimiorem*. *Geometria elementaris* agit de natura linearum rectarum atque superficierum planarum, de angulis atque de figuris rectilineis. Ex figuris curvilineis planis solum contemplatur circulum, atque, ex corporibus Geometricis, prismata, pyramides, corpora regularia, quibus adjungit sphaeras, conos et cylindros rectos, cum praecipue in finem, ut horum corporum per *cubos*, superficierum autem magnitudo per *quadrata* definiatur. Hisce adduntur *Goniometria*, atque *Trigonometria plana* et *sphaerica*, quae disciplinae veteribus incogni-

tae,

tae, non minus sunt Arithmeticae quam Geometricae; praecipue si lineae, quas *Goniometricas* dicunt, numerorum vice finguntur. Neque praetereunda est Geometria, dicta *describens*, quae docet, quomodo Quanta extensa, quae, aut quorum partes in diversis sunt planis, ita in uno plano delineentur, ut Problemata Geometrica, quae de his proponantur, commode solvi possint. Monge, Mathematicus celeberrimus, nostris temporibus hanc Geometriae partem ad artis formam redegit (1).

§. 19. *Munus et partes Geometriae sublimioris.*

Geometria sublimior curvas omnes, quae certa quadam lege et conditione descriptae, aut ortae fuisse cogitantur, *universe* explorat; in quibus ad usum, in corporum motu investigando, insignes sunt *Ellipsis*, *Parabola* et *Hyperbola*, quae

(1) *Géométrie descriptive*, Leçons données aux écoles Normales par Gaspard Monge. Hanc disciplinam magnopere amplificavit L. L. Vallée duobus libris, editis Parisiis, inscriptis: *Traité de la Géométrie descriptive*, *1819.* atque *Traité de la Science du dessin*, *contenant la théorie générale des ombres*, *la Perspective linéaire*, *la théorie générale des images d'Optique*, *et la Perspective aérienne*, *appliquée aux arts — pour faire suite à la Géométrie descriptive*. *1821*.

quae ex sectione coni oriuntur, atque *Cyclois*, descripta a puncto superficiei circuli, qui, centro in recta linea progrediente, rotatur. — deinde superficies et corpora, quae curvarum rotatione, aut alio motu vel alia lege gigni possunt.

Animadv. Methodus seu ratio, qua Geometria sublimior tractabatur a veteribus eadem erat, qua Geometria elementaris in contemplandis figuris. Ex inspecta figura agnoscebantur proprietates, adeo ut oculorum judicium non raro anteiret iis, quae ab intelligentia ex praemissis propositionibus, sive sumtionibus colligebantur, aut, ut oculi intelligentiam impellerent, ut rationem redderet ejus, quod ipsis verum aut probabile visum fuisset. Alia est via, quam ingressi sunt recentiores, qui proprietates curvarum eliciunt ex ratione data inter lineas coordinatas, aut inter alia mutabilia, per quae quodlibet harum curvarum punctum suo loco collocari potest, idemque faciunt in considerandis superficiebus atque corporibus. Cum autem illa ratio exhibeatur per aequationem Arithmeticam, haec Methodus magis Arithmetica quam Geometrica appellanda est. Multis profecto partibus superat Methodum veterum, quoniam facilius ad inventionem adducit, generaliores invenit regulas, remque multo magis universe explorat, id quod in cognitione humana summi est momenti.

Attamen veterum etiam rationi sua laus tribuenda est. Rem ipsam imaginibus illustrat, exercet

cet sagacitatem mentis in reperiundo, quid *singulis* propositis quaestionibus solvendis, atque rebus explorandis aptissimum sit, aliaque commoda praebet, non parvi ducenda. Imaginationi, ut ita dicam, magis inservire videtur, recentiorum autem ratio intelligentiae magis. Cum autem, in inquirendis rebus Mathematicis, utraque facultate nobis opus sit, ita posterior ratio adhibenda est, ut non prorsus negligatur prior.

§. 20. *Partes Matheseos.*

Hisce duabus disciplinis, Geometria, atque Arithmetica, tota Mathesis continetur. Omnia enim complectuntur, quae spectant extensorum magnitudinem atque figuram, atque, si qua sunt alia Quanta non extensa, ipsis sint unitates necesse est, quae ea reddant idonea, quorum magnitudo et ratio ab Arithmetica investigetur.

Hae autem Matheseos partes non sunt habendae *disjunctae*, aut inter se prorsus separatae. Etenim altera alterius, ut vidimus (§. 17.), auxilio plerumque eget, atque major pars Matheseos ex utraque mixta est. Quin etiam saepe ratio, quam in eadem re investiganda sequimur, declarat, utrum magis ad Arithmeticam, quam ad Geometriam sit referenda.

Animadv. De origine Matheseos varia traduntur. Verum, cum non minus intelligentiae humanae sit, numeros atque quantitates et formas inter se comparare, quam cogitata vocabulis designare, historia non magis hujus artis, quam sermonis originem adsequitur. Ubinam est gens tam barbara, cui nulla sit notio quantitatis, formae, mensurae, compositionis, quae, cum natura dederit digitos, numerare prorsus nequeat? Quamvis gens quaedam Thraciae, quod narrat Aristoteles, non ultra quatuor in numerando progredi posset, illa numeravit tamen, atque ab his initiis profecta, ad majora pervenire potuit. Alia autem quaestio est, ubinam prius in disciplinae formam redacta fuerit Mathesis, aut ubi primum perspectum fuerit mirificum illud vinculum, quo ejus praecepta continentur, ita ut aliud alius sit consequens. Arithmeticae disciplinae inventionem Phoenicibus, (1) ut mercatoribus, Geometricae autem Aegyptiis (2), propter eluviem Nili, multi tribuunt. Sed utcunque est, quae nobis ex antiquitate restat Geometria, *Graeca* est disciplina. Quam ad nos transmisit *Euclides* Geometriam elementarem, ea praeclarum est documentum sagacitatis mentis, atque subtilitatis, qua inter omnes gentes maxime excelluerunt Graeci. In Arithmetica autem, quam per-

(1) Strabo, Geogr. Libr. 17.

(2) Herodotus, II. 109. Plato. Phaedrus, edit. Bip. pag. 379.

perverse cum Metaphysica commiscuerunt, tam parvos fecisse videntur progressus, ut hujus disciplinae inventio recentioribus magis, quam veteribus tribuenda sit.

§. 21. *Notiones primae Matheseos.*

Tribus notionibus tota Mathesis nititur, notione *metiendi*, atque notione *distantiae* et *directionis* in spatio. Ex priore emanant notiones *unitatis*, *numeri*, atque *rationis* inter Quantitates; ex posteriore autem *magnitudinis* et *formae* rei extensae.

§. 22. *De signis, quibus utitur Mathesis.*

Suum sermonem adhibet Mathesis, isque fit per signa quaedam, quae indicant notiones, atque enunciationes, ad Quanta componenda, decomponenda, et inter se comparanda pertinentes. Hic sermo excellit et brevitate, et ratione certa, ad rem accommodata, omnem ambiguitatem tollente; ex quo fit, ut memoriae, imaginationis, atque intelligentiae actionibus utiliter inserviat. Admonendi igitur sunt, qui Mathesi operam dare incipiunt, ut haec signa penitus cognoscere studeant, ita ut eorum sensum verbis accurate indicare, atque sua de quantitatibus et formis cogi-

gnata his signis commode declarare possimus. Horum autem signorum usus inprimis valet in Arithmetica, ubi plerumque universe modum indicant, quo numerus ex aliis numeris compositus, aut ortus esse cogitatur, aut rationem, quae inter numeros intercedere potest. Notio autem et conclusio universa, ita designata, *formula Algebraica* dici solet, sed, cum ad omnes Arithmeticae partes pertineat, commodius *formula Arithmetica* dicitur.

§. 23. *De Mathesi pura et mixta.*

Geometria atque Arithmetica, de quibus diximus, constituunt *Mathesin*, quam vocant *puram* (*generalem*, *formalem*, *abstractam*), quae nullam habet rationem, qualis sit unitas numerorum, aut quales sint res naturales, corpora physica, eorum materia, figura, compositio, alia; sed quae, imaginatione duce, ad libitum fingit numeros, compositiones eorum atque decompositiones, lineas, superficies, figuras, corpora, eaque sibi examinanda proponit; parum curans, utrum quidquam eorum in rerum natura reperiatur, nec ne. Quare, hujus rei ratione, Mathesis pura non nititur experientiae testimonio, id est, ea cognitione, quam ope sensuum

ac-

acquisimus, observandis atque inter se comparandis rebus naturalibus, sed res inquirendas petit ex ipsa cognoscendi facultate, easque examinat secundum leges, quibus intelligentia parere debet, ut id, quod verum sit, cognoscat. Quae autem hoc modo conclusa sunt, ea ad res et formas, natura et arte procreatas, adhibentur; unde oritur disciplina, quae latissime omnium patet, quam *Mathesin mixtam* sive *applicatam* (*specialem*, *materialem*) appellant.

Animadv. Variae philosophorum sententiae de natura spatii et temporis. Platonis, Aristotelis, Epicuri, Leibnizii, Lockii, Kantii, aliorumque sententiae *de ideis innatis*. Cognitio atque veritas, quam vocant *subjectivam* et *objectivam*. Magna vis eorum, quae de his statuuntur, in doctrinis philosophiae, quas appellant *Materialismum*, *Scepticismum*, atque *Idealismum*.

§. 24. *Latiores fines, quibus Mathesis mixta est circumscripta.*

Cum cujuslibet Quanti, in rerum natura obvii, magnitudo atque forma explorari possit, *Mathesis mixta* latissime se extendit, atque gravissimas partes investigationis rerum naturalium sustinet. Ea autem, ad quae definienda,

at-

atque illustranda, plurimum valet Mathesis pura, sunt corporum terrestrium volumina, superficies, figurae, atque intervalla; unitates, earumque copia sive numeri, quas aut natura, aut vita praebet socialis; tempus ejusque divisionis; motus corporum terrestrium, terrae ipsius, atque astrorum; vires, aut motum aut aequilibrium efficientes; inprimis vis gravitatis, attractionis, elasticitatis, atque quas corpora ipsa, machinaeque, arte confectae, suo motu excitant. Cum vero alius sit motus, et aequilibrium corporum solidorum, alius liquorum, alius vaporis et aëris, alius caloris atque lucis, magna oritur hujus disciplinae partium diversitas, quam paucis commemorare a re non alienum videtur.

§. 25. *De Matheseos mixtae partibus.*

Quaecunque Mathesi pura nituntur disciplinae aut ejus lumine plurimum collustrantur, in sex fere genera commode dividi possunt.

Primum genus complectitur *Arithmeticam*, adhibitam ad res in vita sociali, in negotiis publicis et privatis, praecipue in mercatura cognitu necessarias. Nostris etiam temporibus Chemia ejus auxilio uti coepit. Maxima pars hujus *Arithmeticae*, quam *practicam* dicere pos-

su-

sumus, versatur in praeceptis et formulis Arithmeticae purae accommodandis ad numeros determinatos, quorum unitas pendet ex quaestione, de qua agitur, atque exhibetur natura, aut vitae civilis usu. Hujus disciplinae etiam pars est ea computandi ratio, quam dicunt *calculum probabilitatis*, qui nostris temporibus ad formam artis redactus est; a quo tamen toto genere differt probabilitatis doctrina, quam tradebant et sequebantur Academici veteres.

Ad *secundum* genus referenda est *Geometria*, quae dicitur *practica*, atque versatur in corporibus atque superficiebus, aut natura aut arte creatis, maxime autem in superficiei terrae partibus minoribus, ut agris, et silvis, vel etiam majoribus demetiendis; ad quam mensuram conferuntur instrumenta, apta ad definiendos angulos et distantias.

Tertii generis est *doctrina de aequilibrio, atque de motu corporum*, actione virium producto, (1) quae tres continet partes.

Pri-

(1) Haec doctrina *Mechanica* dici solet, sed minus ad rem accommodate, quoniam Μηχανική, i. e. τέχνη, designat artem, quae in machinis (μήχαναις) componendis atque utendis versatur; quae ars, quamquam conjuncta sit cum doctrina de motu atque de aequilibrio, totam tamen ejus vim atque potestatem nequaquam continet, atque potius ad *Technicam* est referenda.

Prima est doctrina, quae de motu, aequilibrio, atque de virium actione ita agit, ut, omissa omni corporum diversitate, atque compositione, *puncti physici motus et actiones* contempletur. (1)

Altera pars, dicta *Statica*, aequilibrium corporum explorat, atque dividitur in *Staticam corporum solidorum* (quam etiam *Staticam angustiore sensu* dicunt), in *Hydrostaticam*, quae ad fluida liquida, ut aquam, atque in *Aerostaticam*, quae ad fluida elastica, qualia sunt vapor, atque aëris diversa genera, refertur.

Tertia est *doctrina de motu corporum* (2), quae eadem ratione, qua Statica, tripliciter dividitur, in *Mechanicam corporum solidorum*, in *Hydraulicam* (3), quae fluidorum liquidorum, atque *Pneumatologiam* (*Pneumaticam*), quae fluidorum elasticorum motus inquirit.

Si

(1) Hanc multi dicunt *Mechanicam puram*, aut *generalem*.

(2) Haec a multis vocatur *Dynamica* (Δυναμικὴ i. e. τεχνὴ a δύναμις vis, ut distinguatur a *Statica*, sed minus accurate. Quo enim modo aequilibrium esse potest sine viribus agentibus?

(3) Quam parum apta ad rem declarandam sit haec vox, desumta ab ὑδραυλὶς hydraula, instrumentum, quod aqua movetur, per se patet. Alii hanc partem appellant *Hydrodynamicam*.

Si pro concesso sumimus, *calorem* esse fluidum elasticum, cujus igitur sit aequilibrium et motus, *doctrina Mathematica de calore* pars aliqua est *Aerostaticae*, atque *Pneumotologiae*, quae agit de ejus actione in mutando volumine, et conditione corporum, de ejus motu, atque mensura (*Calorimetria*). Veniet forsitan dies, quo doctrina de calóre, (principio foecundissimo componendi, atque decomponendi, et maxime quidem in nobiliore parte naturae, quam *organicam* dicunt) non minus, quam doctrina lucis proprium suum, atque honoratum locum occupet in Mathesi mixta. Quod idem dicendum videtur de eo, quod causam et rationem continet phaenomenorum, quae dicuntur *Magnetica*, *Electrica* atque *Galvanica* — vel potius, detecto communi fonte, ex quo ea effluunt, quae *imponderabilium*, ut vocant, actioni tribui solent, una erit aliquando disciplina Mathematica, quae partes adhuc separatas in justum redigat ordinem

congestaque eodem

non bene junctarum discordia semina rerum

aptissimo vinculo conjungat, atque ita, judex aequa, et moderatrix, hanc gravissimam litem dirimat.

Ad Pneumaticam pertinet *Acustica* (1) sive doc-

(1) ἀκουστικὴ subint. τεχνὴ ab ἀκούω audio.

doctrina de sonis ortis ex motu tremulo aëris, ad aures propagato; cum qua conjuncta est *theoria Musices*, quae Matheseos auxilio carere non potest.

Ad *quartum* genus revocantur *disciplinae Astronomicae*, quae sunt:

a. *Astronomia*, quae corporum coelestium situm, magnitudinem, motum, mutuam actionem, atque tempus, conversione terrae circum axem suum, atque circum solem definitum, explorat, atque in *Astronomiam sphaericam*, *theoricam* atque *physicam* a multis dividi solet. *Astronomia sphaerica* phaenomena coelestia inquirit, qualia apparent oculis. Quare coelum habetur *sphaera*, circum axem se torquens, ita ut ejus centrum cum centro terrae coincidat, atque in superficie sint astra collocata; ex quo magnus in ea usus est *Theoriae triangulorum sphaericorum*. Astronomia *theorica verum* situm, magnitudinem, et motum horum corporum investigat. Pars autem, tanquam sublimior, quae, quantum Mathesis valeat, praeclare ostendit, est *Astronomia Physica*; cujus munus est, adhibitis praeceptis Mechanicis, ex *generalis*, cui omnis materia subjecta est, *attractionis lege*, terrae et astrorum motus in singulis ejus partibus, et modis colligere.

His

His addi potest *Astronomia practica*, quae de observandis phaenomenis coelestibus agit, de usu cum instrumentorum, quibus observantur, tum tabularum numerorum, quibus, dato tempore, astrorum locus calculo reperiri possit.

b. Alia disciplina Astronomica est *Geographia Mathematica*, quae, in auxilium sumtis Astronomia, atque Geometria practica, terrae figuram et magnitudinem, atque situm locorum in ejus superficie inquirit. Quare dat praecepta describendi superficiem terrae, vel partes ejus in sphaera, in tabulis Geographicis et Hydrographicis, atque jure sibi vindicat artis navigatoriae partem Astronomicam, quae inprimis docet, quomodo in mari reperiatur locus, in quo sit navis, quisque ei cursus tenendus sit, ut eo, quo tendat, perveniat.

c. *Chronologia*, quae diversos temporis definiendi atque dividendi modos, quibus usi sunt veteres, eum maxime in finem describit, atque explicat, ut accuratius appareat, quonam tempore acciderint ea, quae tradidit historia gentium. Quocirca huic arti *communi Astronomiae*, atque Historiae auxilio opus est.

In *quinto* genere ponuntur *artes Opticae*, quae generali nomine dicuntur *Optica* (1) sive doc-

(1) Ὀπτικὴ, i. e. τέχνη ab ὄπτομαι video.

doctrina de luminis motu, vi aut densitate, atque de visu, quatenus fit per radios lucis, a re adspectabili ad oculos delatos.

Ut autem haec ars magis idoneam se praebeat, ad quam Matheseos adhibeantur praecepta, pro concesso sumitur, atque principii instar ponitur, ad similitudinem radiorum, qui e centro sphaerae prodeunt, lumen ex puncto lucente emanare, atque in rectis lineis progredi; unde etiam partes emanantes *radii lucis* vocantur. Verum, actione corporum, in quae incidunt, aut quae penetrant, deflectere de via possunt, aut prorsus repelli, exstingui, colore variare, atque alias subire mutationes.

Directionis lucis mutatio certis fit legibus. Velut si per id punctum superficiei corporis, in quam incidit, perpendiculum ad eam ducitur, radius, repercussus a corpore, facit cum perpendiculo angulum parem ei, quem incidens cum eo fecerat. Hanc *repercussionem* dicunt *reflexionem* lucis. Quod si autem duo corpora diversae sunt densitatis, atque radius ex alterutro in alterum penetrat, de via deflectens cum hoc perpendiculo angulum format, inaequalem ei, quem incidens formaverat; quae angulorum inaequalitas ita pendet ex natura, et densitate utriusque corporis, ut, quotiescunque duo corpora ejusdem sunt ge-

ne-

neris atque densitatis, ratio quoque inter sinus horum angulorum eadem sit. Hanc declinationem radiorum Physici *refractionem lucis* appellare solent.

Disciplinae igitur Opticae hae fere sunt.

a. Doctrina, quae motum solum rectilineum lucis eorumque, quae ex hoc motu consequuntur, non directionis mutationem, contemplatur. Res ipsi investigandae in primis sunt *angulus visionis*, qui dicitur, ex quo pendet *adspectabilis* sive *apparens* corporum locus, figura, distantia, magnitudo, motus, aut oculorum de his judicium; *umbra*, orta ex impedito lucis progressu; *densitas* seu *vis* (*intensitas*) lucis, quae diminuitur, quo magis lux progrediens a fonte suo discedit.

Haec doctrina, ut omnibus numeris completa sit, auxilium requirit reliquarum partium Opticae. A nonnullis appellatur *Optica*, angustiore sensu sumta. Ejus pars habenda est *Perspectiva*, aut ars in plano designandi corpora, et superficies eodem modo, quo in dato situ oculis apparent. Tota enim nititur solo lucis motu rectilineo. Quare ejus problemata ita proponi, et solvi possunt, ut ipsa non egrediatur extra cancellos Matheseos purae, atque magnam habeat cognationem cum *Geometria describente*, vel etiam pars ejus existimanda sit.

b. Doc-

b. Doctrina *repercussionis* aut *reflexionis* lucis, atque phaenomenorum, quae inde nascuntur, quales sunt *imagines*, ortae ex reflexione lucis per specula plana aut incurva; unde etiam huic doctrinae nomen *Catoptricae* (1) adhaesit.

c. Ut Catoptrica repercussionem, ita ars Optica, quam dicunt *Dioptricam*, (2) explorat *declinationem* (*refractionem*) lucis, quae per corpora transit diversae densitatis. Sed latiores ei fines tribuerunt Physici, ita ut non solum hanc declinationem, verum etiam alias lucis mutationes, atque, quae inde oriantur, phaenomena, veluti *colorum*, *inflexionis*, aliorumque exponat. Praecipuum autem ejus munus est, adhibitis etiam Catoptricae praeceptis, explicare *rationem visus*, *atque instrumentorum*, quae, cum lucis directionem, atque igitur etiam adspectabilem rerum magnitudinem mutent, multa reddunt conspicua, quae, propter distantiam, aut nimis magnam, aut nimis parvam, sine illorum ope oculos prorsus effugiunt; cu-

(1) Κάτοπτρικὴ i. e. τεχνὴ, quod a Κάτοπτρον, speculum.

(2) Nomen ipsum Dioptrica (Διοπτρικὴ, i. e. τεχνὴ) est a Δίοπτρα tubus aliquis opticus, non is quidem munitus vitris, sed tamen aptus ad res magis perspicuas reddendas. Plinius Histor. Natur. II. 600. dioptram memorat, quae videtur esse adhibita ad observandam umbram, solis luce ortam.

cujus generis sunt Tubi, Telescopia, Microscopia, Conspicilla, et alia multa. Ex quibus etiam perspicitur, quantus sit hujus disciplinae usus in *Astronomia practica.*

d. Recentiores Physici et Mathematici, ut corporum, caloris et virium, ita etiam *luminis mensuram* quaesiverunt; quem in finem inter se compararunt vires, aut densitates luminis, quod a diversis corporibus, sive motu recto, sive repercussum, sive declinatum emanat. Unde orta est ars Optica, quam vere dicunt *Photometriam.*

Sextum denique genus continetur usu Matheseos in *Technologia* sive *Mechanica practica;* quae ars versatur in componendis, atque utendis instrumentis, atque machinis cujuscunque generis, in construendis aedificiis, operibus, quae adhibentur in vita sociali, in re militari, navali, atque in diversis opificum artibus. Inter haec instrumenta etiam memoranda sunt, quae investigandis rebus naturalibus inserviunt, in Astronomia, Mechanica, Optica, in Physica elementari, Geometria practica, aut, quae usui sunt in Mathesi pura, instrumenta Arithmetica, ad calculum numerorum commoda (§. 13.), atque Geometrica, quorum ope figuras, lineas, angulos describimus, dividimus, atque metimur.

§. 26. *De praestantia, atque de auctoritate Matheseos.*

Ex his disciplinis, quae punctis tantum notatae sunt, satis apparet, quam late pateat Matheseos usus in cognoscendis rebus naturalibus, atque in utilitatibus et commodis societati humanae comparandis. Verum quantuscunque est, qui certe maximus est, alius apparet, praeclarior etiam, qui paucis indicandus est.

Mathesis pura nititur principiis, non haustis ex testimonio experientiae, sed ex ipsa natura facultatis cognoscendi (§. 23.), quibus igitur nunquam ab homine sanae mentis contradici potest. Haec in fundamentis collocans Mathematicus, libera imaginationis actione, suas construit figuras, corpora, atque alia Quanta, quae mente contemplans, atque recta ratione a simplicioribus ad ea, quae magis composita sunt, progrediens, reperit atque demonstrat propositiones, atque solvit problemata, tanta veritatis vi, ut absurdum sit dicere: „Verum est, quoniam experientia et „usus id docent", sed jure dicendum sit. „Verum est, quoniam Mathematice demonstratum „est; ita certum, ut argumentis, aliunde petitis, „nequaquam opus sit; ita exploratum, ut, si insti-

„ stitutis experimentis non confirmetur, conclu-
„ dendum sit, ipsa haec experimenta non esse
„ accurate instituta." Quocirca jam antiqui Geometrae, se non persuadere, sed cogere profitebantur.

Quare haec ars, quae inter alias disciplinas firmitate, evidentia, atque ubertate praeclare elucet, quae tanquam ex nobis ipsis, ex mente atque intelligentia nostra, sua haurit principia, quae tam sancte observat Logices praecepta, ut ipsa merito dicatur *Logica practica*, atque in via, quam permeat, omnes diffundit tenebras; haec ars, dico, laborem, in ipsa addiscenda et colenda impensum, larga profecto mercede remuneratur. Per eam intelligentiae vires exercentur, increscunt, acuuntur; per eam adsuescimus ad praeclarum ordinem in vero investigando; haec alit sensum veri atque recti; haec mentem celeriorem atque subtiliorem reddit ad judicandum, quid, aliis etiam in disciplinis, vere, quid falso, quid accurate, quid non accurate expositum, atque demonstratum sit; haec denique ingenuae optimi cujusque cupiditati, veri reperiundi, atque perspicue cognoscendi egregie favet.

Hunc autem fructum, si majorem in modum, atque sine aliquo mentis incommodo capere vo-

lumus ex Matheseos studio, cum ipso literarum humaniorum, Physices, atque Philosophiae studia sunt conjungenda. Nisi enim multifariam exercetur mens humana, verendum est, ne inchoata atque manca quodammodo sit ejus cultura. Fuerunt, qui fere ad solam Mathesin nati, atque impulsi viderentur; qui, omnibus aliis studiis relictis, ad eam solam se applicarent, in ea sola viverent. Vitiosa haec est animi cultura, quae uberrimum fructum nequaquam ferre potest, atque plerumque eos impedivit, quo minus egregia Mathesi ipsi afferrent adjumenta. At vero splendida illa lumina Matheseos, quae suis inventis hanc artem firmarunt, atque amplificarunt egregie, quorum opera factum est, ut ejus fines latissime extenderentur; quales, ne veteres commemorem, erant Cartesius, Leibnitzius, Newtonus, Hugenius, Dalembertus, Eulerus, Laplacius, atque alii; hi viri magni, dico, erant multa, et varia doctrina instructi, atque ornati, neque solum, quod multi, profitebantur, esse arctum omnium doctrinarum vinculum, verum etiam, quod pauci, id, quod profitebantur, suo exemplo, suis studiis atque ingenio lucide demonstrabant.

Animadv. 2. Quae dicta sunt prorsus conveniunt cum iis laudibus, quas Plato Mathesi, quam ipse

summmo studio tractavit, atque plurimum amplificavit, tribuit, cum aliis in locis, tum in primis in libris de Republ. (1) Si eum audimus, Geometria est doctrina ejus, quod semper est, quae viam aperit ad omnes alias disciplinas facilius perdiscendas, atque tardiores ingenio, si ejus studio se tradiderint, acutiores reddit, quam antea fuerunt. Optat igitur, ut adolescentes, natura optimi, ipsi dent operam; praesertim, si quando ad rempublicam, cujus optimum statum finxerat, accessuri essent. Philosopho utilissimum Geometriae studium esse existimat, quoniam *ἕλκον πρὸς ἀλήθειαν ψυχὴν ἐςὶ καὶ ἀπεργαςικὸν φιλοσόφου διανοίας, πρὸς τὸ ἄνω σχεῖν, ἃ νῦν κάτω, οὐ δέον, ἔχομεν.*

Neque etiam dubitari potest, quin Philosopho Matheseos studium maximum afferat fructum. Optimi certe philosophi recentiores multum in ea operae posuerunt, aut saltem magnis eam laudibus amplificarunt. Minora autem videntur esse commoda, quae Philosophia praestat Mathesi. Sunt tamen, eaque profecto haud contemnenda, multumque interest, utrum quis Mathematicus Philosophiam attigerit, nec ne.

Animadv. 2. Multi philosophi veteres, magna auctoritate florentes, Mathesin partem ipsius Philosophiae esse voluerunt. Recentiores plerique id negant, in quibus Kantius, quoniam ex illorum sen-

ten-

(1) Ut VII. pag. 146-151 ed. Bipont.

tentia, utriusque methodus, sive ratio veri inquirendi, toto genere diversa est. Mathematici etiam hanc societatem aut nolunt, aut parum curant. Sane in Mathesi, quae suas notiones imaginibus illustrat, atque ad libitum Quanta format, majores sunt partes imaginationis, quam in Philosophia. Sunt etiam orta incommoda ex utriusque disciplinae inepta confusione.

Quaeri tamen potest, num Philosophia praeclarum quid adepta sit, negligenda, et fere contemnenda via, quam ad verum cognoscendum ingredi solet Mathesis: num illa via tam diversa sit ab ea, quae verae Philosophiae sit ingredienda, ut haec, quae laudandarum omnium artium parens et procreatrix dicitur, istam cum Mathesi respuere debeat cognationem: num perversus rei usus sufficiat, ut condemnetur is, qui judicio et consilio fiat, — hanc quaestionem aliis tractandam relinquentes, id certe jure nobis affirmare videmur, maximam esse inter has disciplinas societatem.

Quod si autem philosophi a numero disciplinarum philosophicarum jure excludunt Mathesin, quaeri potest, utrum in Graecia Matheseos Philosophia, an Philosophiae Mathesis fuerit procreatrix. Illa profecto praeclaro *procreatricis* nomine digna esse videtur, quae prior, qualis sit scientia, suo exemplo docere coepta est. Quae enim potest esse aut Philosophia, aut Mathesis, aut ulla doctrina, si omnis remota est scientia? Qualis autem sit scientia, satis accurate his verbis de-

describit Cicero (1): „ Primum intelligentia, dein„ de consequentium rerum cum primis conjunc„ tio, et comprehensio est in nobis: ex quo vi„ delicet, quid ex quibusque rebus efficiatur, id„ que ratione, concludimus: singulasque res de„ finimus, circumscripteque complectimur: *ex quo* „ *scientia intelligitur quam vim habeat, qualis* „ *sit.*" Ubinam autem prius apparuerunt illa, in quibus vis atque natura scientiae positae sunt? Magnam revera lucem aliis accendit ille, qui primus in Mathematicis ea, de quorum veritate non dubitabatur, demonstrare atque ita cum primis ratione conjungere incepit (2).

Seneca (3) „ Cum ventum est, ait, ad natura„ les quaestiones, Geometriae testimonio statur. „ Ergo ejus, quam adjuvet, pars est? Multa ad„ juvant nos, nec ideo partes nostrae sunt, imo, „ si partes essent, non adjuvarent: Cibus adjuto„ rium corporis, nec tamen pars est. Aliquid no„ bis praestat Geometriae ministerium. Sic Philo„ sophiae necessaria est, quomodo ipsi *faber:* sed „ nec hic Geometriae pars est, nec illa Philoso„ phiae. Praeterea, utraque fines suos habet. Sa„ piens enim causas naturalium et quaerit et *no*„ *vit*, quorum numeros mensurasque Geometres „ persequitur et supputat. Qua ratione constent „ coe-

(1) De Nat. Deor. II. 53.

(2) Conferatur Kantii Critica purae Rationis. Prolegomena ad secundam editionem p. X. seqq.

(3) Epist. Lib. I. ep. 88.

„ coelestia, quae illis sit vis, quaeve natura, sa-
„ piens *scit:* cursus et recursus et observationes,
„ per quas descendunt, et allevantur, ac spe-
„ ciem interdum stantium praebet, cum coelestibus
„ stare non liceat, colligit Mathematicus. Quae
„ causa in speculo imagines exprimat, *scit* sapiens:
„ illud tibi Geometer potest dicere, quantum ab-
„ esse debeat corpus ab imagine, et qualis for-
„ ma speculi quales imagines reddat. Magnum
„ esse solem, philosophus probabit; quantus
„ sit, Mathematicus, qui usu quodam et exer-
„ citatione procedit: sed, ut procedat, impetran-
„ da illi quaedam principia sunt. Non est autem
„ ars sui juris, cui precarium fundamentum est.
„ *Philosophia nil ab alio petit, totum opus a so-*
„ *lo excitat.* Mathematica, ut ita dicam; *super-*
„ *ficiaria est*, in alieno aedificat, aliena accipit prin-
„ cipia, quorum beneficio ad ulteriora perveniat"

Plurima in his satis probabiliter dicta sunt. At vero praeclarus hic philosophus, eruditior atque etiam sagacior, quam subtilior, non satis attendisse videtur ad id, quod in hac causa gravissimum est; quantum ipsae mensurae atque numeri, in quibus Mathesis utraque, et pura et mixta, versatur, valere possint ad causas naturalium inveniendas, ad philosophorum aut physicorum de iis sententias confirmandas aut convellendas. Quid illa lex de corporum attractione? quid omnino leges motuum? Quae ipsis esset auctoritas, si eam non dedisset aut confirmasset Mathesis? Ejus auxilio pri-

privata, sane non magnos in investigandis rebus naturalibus progressus Philosophia facere potest. At vero Mathesis, Senecae aetate, nondum praeclara illa Physicae praestare poterat officia, de quibus nunc gloriatur merito. Quare, si hic philosophus eam parvi aestimaverit, non magnopere mirandum sit; quanquam non ab eo, quod praestet aliqua vis, sed quod natura sua praestare possit, colligi oportet, quanta sit. Quod autem de cognita solis magnitudine dicit, animadvertendum videtur, Mathematico, qui sciat, *quantus sit*, esse ampliorem solis notitiam, quam Philosopho, sive sapienti, cui solum cognitum est, *magnum esse solem*. Quod si ille *sapiens*, quem, qualis futurus sit, si modo aliquando fuerit, exponunt Stoici, novit causas rerum naturalium, scit, qua ratione constent coelestia, quae illis sit vis, quaeve natura, quae causa in speculo imagines exprimat, is profecto, sine Matheseos peritia, hanc sibi cognitionem non comparavit.

Denique in investigandis rebus naturalibus, fateor, Mathesis *superficiaria* dicenda est; sed quod Newtonus (1) de Geometria in describendis lineis rectis et circulis, idem de tota Mathesi affirmare possumus: *Gloriatur, quod tam paucis principiis aliunde petitis tam multa praestet.* Quid autem Philosophia! nihilne ab alio petit? totumne opus a solo excitat? Quod si id sibi assu-

(1) Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. Praefatio.

sumit, non mihi Socratis et Platonis prudens, et modesta illa Philosophia esse videtur, sed vana et superba, comparanda Niobae *Atlantidae*, quae

oculos circumtulit alta superbos

nihil ab alio petens, *nisi tura* (1) *et divinum honorem* — ita ut verendum sit, ne quando, natis, telo Minervae percussis, orba resederit.

Animadv. 3. Longe maxima pars eorum, quae vera esse existimamus, mathematica ratione neque tractari possunt, neque debent, quoniam veritas eorum experientia, testimonio, et sensu nititur. Quod si igitur postulamus, ut in iis sit illa evidentia, illa vis, cogens assensum, quae in Mathematicis sunt rebus, atque ea minus certa, aut incerta, aut etiam falsa habemus, quae id, quod pueriliter postulamus, non praestant, neque praestare possunt, profecto de via veri reperiundi magnopere deflectimus, atque ad veritatem assequendam et perspiciendam inepti et tardi reddimur; unde etiam oritur vitiosa animi cultura, de qua diximus, quae uni rationi de rebus judicandi mentem adstringit. Quare assentimur Wyttenbachio (2) admonenti: „Cavendum est, ne „nos nimium ad Mathematicas disciplinas adstringamus. Hoc enim qui faciunt, paulatim ita „severi fiunt, ut vix aliis rebus aut delectentur aut

(1) „Nomen adhuc sine ture meum est?" Ovid. Metam. VI. v. 172.

(2) Praecepta Philosophiae Logicae P. IV. C. I. §. 4.

„ aut aliquid magnopere veri inesse credant, quam „ iis, quae Mathematica necessitate demonstrari „ possunt. Itaque mens ex hoc quasi rigore ad „ alias etiam disciplinas, quae via et ratione trac„ tantur, remittenda, et in iis exercenda rebus, „ quae experientia et probabilitate continentur."

Accedit, ut doctrinarum studiis non solum sensus veri, verum etiam sensus pulchri et boni alendus sit, atque nulla esse possit fructifera, atque salutaris animi cultura, quae non eo tendat, et maxime quidem, ut hic sensus perficiatur.

Nolimus autem, quae de conjungenda Mathesi cum Literis humanioribus, Physica atque Philosophia diximus, eam accipi in partem, ut Mathematicus his etiam artibus et doctrinis *excellere* debeat. Aliud enim est mentem iis excolere, atque iis discendis ad Mathematica etiam studia aptiorem fieri, aliud in ipsis excellere, quod praesertim nostris temporibus, ubi tam late extenduntur artes, raro fieri potest, atque nunquam necesse est; — aliud est esse artificem, aliud liberaliter esse eruditum. Hac in re notatu dignissima videntur, quae ad quaestionem motam, an plura sint futuro oratori simul discenda, vere dixit Quintilianus (1). „ Quaeri solet, an, etiam si discenda sint haec, „ (Grammatica, Musica, Geometria, Pronuncia„ tio, Gestus, alia) eodem tempore tamen tradi „ om-

(1) De Institut. Orat. Lib. I. C. 2. §. 11.

„ omnia et percipi possint. Negant enim quidam; „ quia confundatur animus ac fatigetur tot disci- „ plinis in diversum tendentibus, ad quas nec „ mens, nec corpus, nec dies ipse sufficiat; et, „ si maxime patiatur haec aetas robustior, tamen „ pueriles annos onerari non oporteat.

„ Sed non satis perspiciunt, quantum natura „ humani ingenii valeat: quae ita est agilis et ve- „ lox, sic in omnem partem, ut ita dixerim, „ spectat, ut ne possit quidem aliquid agere tan- „ tum unum; in plura vero, non eodem die mo- „ do, sed eodem temporis momento, viam suam „ impendat."

„ *Varietas ipsa reficit animos, atque reparat,* „ *contraque est aliquanto difficilius in labore uno* „ *perseverare.* Quamlibet multa egerimus, quo- „ dam tamen modo recentes sumus ad id quod „ incipimus. Quis non obtundi potest, si per „ totum diem cujuscunque artis unum magistrum „ ferat? Mutatione recreabitur: — Longe facilius „ est multa facere, quam diu.

„ Illud quidem minime verendum est, ne labo- „ rem studiorum pueri difficilius tolerent. Neque „ enim ulla aetas minus fatigatur. Mirum sit for- „ sitan: sed experimentis deprehendas. Nam et „ dociliora sunt ingenia, priusquam obduruerunt. „ Id vel hoc argumento patet, quod intra bien- „ nium quam verba recte formare potuerunt, „ quamvis nullo instante, omnia fere loquuntur. — „ Neque ego consumi studentem in his artibus

„ vo-

„ volo; nec moduletur, ut musicis modis cantica excipiat; *nec utique ad minutissima usque Geometriae opera descendat. — Difficultatis patrocinia praeteximus segnitiae.* Neque enim nobis operis amor est: nec quia sit honesta atque pulcherrima rerum eloquentia, petitur ipsa, sed *ad vilem usum et sordidum lucrum accingimur. Ne velim quidem lectorem dari mihi, quid studia referant, computaturum.* Qui vero imaginem ipsam eloquentiae divina quadam mente conceperit — fructumque, *non ex stipe advocationum*, sed ex animo suo et contemplatione ac scientia petet, perpetuum illam, nec fortunae subjectum; facile persuadebit sibi, ut tempora, quae spectaculis, campo, tesseris, otiosis denique sermonibus, ne dicam somno, et conviviorum mora conterunt, *Geometriae* potius ac Musico impendat; quanto plus delectationis habiturus, quam ex illis ineruditis voluptatibus? Dedit enim hoc providentia hominibus (1) munus, ut honesta magis juvarent.

In his tamen studiis conjungendis modus atque ordo caute tenendi sunt. Quod si enim studiis obruuntur pueri, saepe efficitur, ut animo et corpore laborent. Si omnia simul traduntur, neque aetatis, neque virium, neque ordinis, quem praescribit natura, neque delectus studiorum habetur ra-

(1) Non omnibus, credo, sed quorum animus natura et institutione bene est informatus.

ratio, non potest non maxima oriri confusio, quae mentis culturae magis nocet, quam prodest.

Quod si quaeritur, utrum Matheseos studium puerili aetati conveniat, nec ne, antequam respondeatur ad hanc quaestionem, definiendum est, *quale studium* intelligatur. Quod saepe discentium animi a Matheseos studio deterreantur, plerumque culpa est docentium, qui plus postulant, quam natura praestare possit. Quid enim aliud est postulare, ut puer Mathematicarum rerum rudis, Syllogismorum seriem, quam demonstrationem dicunt, excogitet, atque ad artis formam referat, quam repugnare naturae, atque inania captare? Qui autem efficit, ut puer hanc seriem memoria retineat, atque accurate ita repetat, ut eam aut audiendo aut legendo acceperit, is mentem non acuit, sed obtundit, cupiditatem discendi non excitat, sed exstinguit, memoriam exercet, intelligentiae nocet,

Non ita ad veram cognitionem rerum naturalium ducitur homo. Incipit ab observandis rebus, videtque, quibus notis alia ab alia differat, quaenam sint mutationes, motus, phaenomena, — atque deinde, quod summum est, atque postremum, inquirit, quaenam sit causa harum mutationum et motuum, quodnam sit inter ipsa commune vinculum. In prima institutione historiae gentium traditur, quid peractum sit, quid acciderit; Philosophia historiae, quae causas rerum investigat, non apta est puerilibus annis, Puer, ad Grammaticam

ac-

accedens, discit partes orationis, declinationes et conjugationes vocum, regulas Etymologiae et Syntaxeos, earumque scientiam assiduo in scribendo et legendo usu consequitur; sed Grammatica universalis, quae ex natura intelligentiae humanae, atque ex principiis Logicis rationes colligit, cur haec ita sint, *provectiori aetati magis convenit.*

Cur non eodem modo incipiat atque progrediatur Mathematica institutio puerorum? Discant primum proprietates figurarum, atque numerorum ita *historice*, ut adsit ordo, atque consequentes res cum primis conjungantur; figuras designent, problemata solvant, calculum modis quam maxime diversis instituant, ut eo magis accurata fiat cognitio, atque firmiter memoriae haereat. Minutissima autem opera, quae memorat Quintilianus, omittantur; illae solae enunciationes, quae quasi sunt catenae Mathematicarum veritatum annuli necessarii, quibusque aliae multae sunt connexae et aptae, cognoscantur. Ipsi jam pueri, tali institutione, quae quidem judicio fiat, ducti, magis magisque animadvertent nexum et vinculum inter proprietates et leges quantorum — atque tum denique, acquisita *historica* rerum cognitione, *ad demonstrationem accedi potest.* Ad Mathematicam disciplinam magis praeparatus venit puer in calculo Arithmetico admodum versatus, quamquam legum, quas in calculo sequitur, rationem reddere non didicit, quam qui has regulas accurate explicat, atque memoriter pronuntiat, sed in computando ip-

so,

so, atque in adhibendis regulis parvos fecit progressus. Exerceatur igitur discipulus in Arithmeticis calculis, quoniam sine illa exercitatione in Algebra majores progressus fieri nequeunt. Eadem mentem adsuefacit, ad regulas generales conferendas et adhibendas ad casus particulares; quae facultas in multis intelligentiae actionibus necessaria est. Similiter procedit Grammatica institutio. Puer memoriae mandat regulas; scribens discit iis uti.

Nihil autem est, quod discentis mentem magis acuat, quam conatus, ut ipse rationes reperiat, ex quibus proposita aliqua enunciatio colligatur; qui etiam maxime excitant vires, ad excogitandum aliquid novi, atque veritates ipsis incognitas inveniendas, aut cognitas novo quodam modo demonstrandas. Hi autem conatus tum potissimum successibus haud carebunt, si historica cognitio, de qua diximus, antecesserit, atque animus, prudentibus magistris ducibus, nexum et vinculum veritatum jam perceperit.

§. 27. *Principia Matheseos.*

Fundamenta, quibus superstruitur vastum atque praeclarum Matheseos aedificium, illae sunt enunciationes, quas dicunt *definitiones*, *axiomata* et *postulata*. His aliae nituntur, *theoremata* atque *problemata* appellatae, quorum haec solvuntur, illa demonstrantur; quibus adduntur

co-

corollaria, quae ex ipsis continuo collecta sunt. Earum autem enunciationum vis, potestas, atque societas, ut perspicue intelligatur, animadvertendum est ad viam, quam ratio ad verum cognoscendum ingreditur. Quare non alienum a re videtur, nonnulla ex Logica disciplina hausta, quae his explicandis inservire possint, paucis monere. Accedit quod, si Mathesis *practica Logica* merito dicenda est, atque opera danda est, ut id probetur iis, qui in Philosophia, atque Matheseos studium incumbunt, aliqua praecepta *Logicae theoreticae* ita sunt explicanda, ut pateat, quantus sit illorum usus et auctoritas in Mathesi.

§. 28. *De Notionum atque Notarum diversitate.*

Si notiones (§. 1.) inter se comparantur, exsistunt diversitates, quarum hae inprimis notandae esse videntur. Notiones sunt *congruentes*, si in unam notionem conjungi possunt; *discrepantes* aut *repugnantes*, si non possunt. Congruentes sunt *reciprocae*, si easdem res designant, v. c. triangulum atque figura tribus lateribus circumscripta, triangulum aequilaterum atque triangulum aequiangulum, atque omnino,

cu-

cujuslibet verae definitionis notio definiens, atque id quod definitur. Sunt *coordinatae*, si eidem rei tribui possunt, atque alterutra in altera non continetur; veluti si affirmatur, triangulum rectum angulum habere, atque inscriptum esse circulo. *Subordinatae* autem dicuntur illae notiones congruentes, quarum alterutra continetur in altera, quod fit, si *est notio superior*, altera autem *inferior* (§. 1.) *Repugnantes* autem notiones aut sunt *omni ex parte* (*contradictoriae*, *repugnantes per simplicem negationem*), ubi quod alterutra ponit, id tollit altera simpliciter, nihil addens aut ponens; velut aequale, non aequale; — aut *ex quadam parte* (*contrariae*, *repugnantes per positionem alterius*), ubi quod alterutra ponit, id altera non solum tollit, verum etiam ipsa aliquid ponit; veluti triangulum acutangulum et obtusangulum, pentagonum atque hexagonum, color niger et candidus.

Deinde notiones, cum rerum notae sint, possunt esse *notae propriae* et *communes*, *affirmantes* et *negantes*, *internae* atque *externae*, *necessariae* (*essentiales*) et *fortuitae*, *primae* et *consequentes*. Quae notarum differentia paucis illustretur.

Communes notae pluribus, aut rebus aut notionibus, tribuuntur; *propriae* autem uni soli na-

naturae, aut notioni. Ita *sanctitas* deo soli, sed *infinitas* et spatio et planis et planorum sectionibus tribuitur; quare haec est nota communis, illa autem propria. Parallelogrammi rectanguli nota propria est, *ut diagonales inter se sint aequales*; sed nota, ipsi communis cum omnibus Parallelogrammis, est, *ut diagonales mutuo se secent in duas partes aequales*. Unde sequitur, *propriam notam alicujus generis esse communem notam formarum ejus*. Nota *propria* figurae regularis est, punctum in ea esse, quod aeque distet ab omnibus angulorum verticibus; verum eadem nota est *communis* omnium triangulorum aequilaterorum, atque quadratorum, quoniam sunt species, sive formae figurae regularis.

Nota sive notio *affirmans* indicat, quid rei insit, aut tribuendum sit; *negans* autem, quid ipsi non tribuendum sit. *Affirmantibus* notis cognoscitur, *qualis sit res*; *negantibus*, *qualis non sit*. Quare *nulla res est definita, quae solis notis negantibus designetur*. Si *punctum Geometricum* dicitur esse neque longum, neque latum, neque altum, aut non habere ullam dimensionem, non est *definitum*. Pronunciatum enim est, quale non sit, non, quale sit. Negantes voce *non* indicandae sunt, ita ut, si *a* est affirmans nota, *non a* sit negans. At vero sermonis usus id plerumque

impedit, atque efficit, ut saepe notionem affirmantem *voce negante*, atque negantem, *voce affirmante* indicemus; ad quod attendendum est, ne vulgari loquendi consuetudine in errorem aliquem delabamur. Veluti *vere negantes* notas tribuimus spatio, loco, homini, triangulo, si dicimus: spatium est vacuum, locus est obscurus; homo est caecus, surdus, debilis, mortalis; triangulum est scalenum. Negamus enim in spatio esse materiam, in loco esse lumen, hominem esse visu, auditu, viribus, vita sempiterna praeditum, triangulum habere duo aut tria latera aequalia. Contra *affirmantes notas* hisce tribuimus, etiamsi vocibus *non*, *neque*, et similibus utimur, pronunciantes: spatium non est vacuum, locus non est obscurus; triangulum non est scalenum; quoniam affirmamus in spatio esse materiam, in loco esse lucem, triangulum esse isoscele. Etenim vacuum, obscuritas, caecitas, surditas, debilitas, mortalitas, scalenum, sunt *notae negantes*; quae autem toto genere his repugnant (contradictoriae sunt), materia repletum, lucidum, visus, auditus, robur, vita sempiterna, aequalitas laterum, sunt *notae affirmantes*. Omnes fere notae negantes, quas lingua non designat voce *non*, partem habent *affirmantem*, quae indicat, cui rerum generi tribui possint. Veluti *mortalem es-*

se,

se, indicat vita quidem, sed non sempiterna frui; quare haec nota illi naturae soli tribui potest, cui vita est. Quare *esse non mortalem*, atque *immortalem esse*, non prorsus idem significant.

Notae externae rei sunt *ratione alius rei*, aut prodeunt ex ejus comparatione cum alia re; quare etiam *relativae* aut *comparativae* dicuntur. Notae *internae* rei sunt *per se*, nulla instituta comparatione. Quoniam autem alia res cum alia infinitis modis comparationem, aut societatem inire potest, longe major est externarum, quam internarum numerus. Ad has notas *externas* referendi sunt omnes comparativi et superlativi, omnes notae hominis, quae proficiscuntur ex ejus societate cum aliis hominibus; quales sunt domini et servi, patris et filii, aliae. *Fere omnia theoremata Mathematica notas indicant externas.* Quaecunque enim de magnitudine rei, aut de spatio temporis, aut de quantorum aequalitate, et mensura demonstrantur, ex aliqua comparatione nascuntur, atque igitur notas esse externas docent. Angulus ipse prodit ex comparatione directionum. Potest tamen fieri, *ut nota externa partium rei sit ipsius rei nota interna.* In omni Triangulo major angulus majori lateri oppositus est, haec est nota *interna* trianguli, sed *externa* angulorum et laterum.

Sunt

Sunt autem *quantitatis multae notae externae*, quae ad accuratam mensuram, sive ad Mathematicam rationem, non sunt revocatae; quas vocabulis magnum, parvum, nimium, parum, mediocre, longum, breve, multa, pauca, calidum, frigidum, clarum, obscurum, dives, pauper, aliisque designamus. Eodem modo etiam sunt *notae qualitatis* non justis terminis circumscriptae, quales sunt, colorum, atque multa alia attributa corporum et rerum. Ex quo nonnulli philosophi veteres Academici, Megarici atque alii concluserunt, aut controversiae causa, in disputatione cum Stoicis, id se concludere simularunt, has notiones esse prorsus falsas; ad quod demonstrandum utebantur captioso illo interrogandi genere, quod *Soritas* vocabant, sive acervos tritici; unde etiam efficere conabantur, nihil certum esse in cognitione humana (1).

Cuilibet rei, quae aliqua notione signata est, tribuendae sunt omnes notae, quae huic notioni insunt; quare hae notae dicuntur *necessariae*, aut *essentiales*, quoniam naturam notionis efficiunt, aut etiam *immutabiles*, cum, nisi sublata ip-

(1) Mirandum profecto est, Stoicos harum interrogationum laqueis ita irretitos fuisse, ut ad artem tacendi confugerent. *Conf.* Acad. Quaest. IV. c. 16 et 29.

ipsius rei notione, mutari nequeant. Omnes aliae notae, quae rei esse possunt, sunt *fortuitae* aut *mutabiles*, quia, ipsis quamvis allatis, aut sublatis, aut mutatis, res tamen non cessat esse signanda ea notione. Veluti parallelogrammi notae *necessariae* sunt, ut *quadrilaterum* sit, atque *latera opposita habeat parallela*, et quaecunque ex utraque nota consequuntur; sed notae *fortuitae* sunt, ut *quatuor latera inter se aequalia*, atque *omnes angulos rectos habeat*. Quamvis enim neque latera sint inter se aequalia, neque anguli recti, tamen haec figura non cessat esse parallelogrammum. Verum hae notae *fortuitae* parallelogrammi sunt notae *necessariae* quadrati, atque omnino, *quae necessariae notae sunt formae, possunt esse notae fortuitae generis*. Quare notae fortuitae indicari possunt enunciatione disjuncta (de qua deinceps dicetur); non item necessariae. *Vere* enunciatur: omne parallelogrammum aut habet latera omnia aequalia, aut non habet; sed *falso*: omne quadratum aut habet latera aequalia, aut non habet. Notae fortuitae possunt esse externae aut internae. Si internae sunt, dici solent *modi* (1).

In-

(1) Lucretius, quas nos necessarias atque fortuitas notas diximus, eas *conjuncta* et *eventa* appellat. de *Natura* Re-

Inter rerum notas nonnullae sunt, quae *ex aliis colliguntur*; aliae quae *per se sunt*. Has vocant notas *primas* (*originarias*); illas *secundas* sive *consequentes* (*derivatas*). Veluti in Mathesi illae sunt *primae notae* rei, quas definitio ejus indicat; quae autem ex demonstratione prodeunt, sunt *notae secundae*. Notae *primae* trianguli rectilinei aequilateri sunt, ut sit figura plana, atque descripta tribus lateribus aequalibus; sed *notae secundae* sunt, ut habeat tres angulos aequales, atque in ipso insit punctum, quod aeque distet ab omnibus lateribus atque angulis.

§. 29. *Quem locum teneat notio in iis, quae animo obversantur.*

Sunt alia, quae ad explicandas, atque partiendas notas et notiones pertinent, sed quae ad nostrum propositum minus sunt necessaria; aut quorum investigationi, cum ex reconditis philosophiae fontibus sint haurienda, in Matheseos doctrina non datur locus idoneus. Quare id solum brevissime notetur, quod ad cognoscendam

Rerum I. 457. Quas Cicero (de Invent. 2. 58.) vocat *affectiones*, ex numero sunt notarum fortuitarum aut mutabilium.

dam naturam Matheseos plurimum valet: quem locum teneant notiones in iis, quae animo adsunt, et (quoniam de his agitur in Mathesi) quaenam sint notiones, quae sensuum testimonio non nituntur.

Illae mentis facultates, per quas ad rerum cognitionem pervenimus, inter se differunt et modo, quo agunt, et iis, quae suis actionibus producunt. *Sensus externus et internus*, quo percipimus ea, quae sunt extra nos in spatio, atque illa, quae ad animum referuntur, duo producit. Sentimus sensu interno certam quandam affectionem animi, veluti dolorem aut voluptatem, si luce, quae in oculos penetrat, aut sono, qui ad aures fertur, aliisque modis moleste aut jucunde afficimur. Hic sensus affectionis animi, (quem lingua Batava *gewaarwording*, *gevoel*; Germanica, *Empfindung* dicimus) *perceptio subjectiva* appellari potest. Alia autem est *perceptio objectiva*, qua non animi affectio, sed *aliqua res* innotescit. Veluti colore viridi jucunde afficitur oculus, *idque sentimus*, haec est *perceptio subjectiva*; sed *videre colorem viridem*, eumque sensu discernere ab aliis coloribus, est *perceptio objectiva*. Caeco potest esse perceptio subjectiva oculorum, sed objectiva perceptione caret. Hanc dicunt *intuitio-*

tio

tionem, *adspectum*, seu *visum* latiore sensu, ut non solum ad oculos, verum ad omnes sensus referatur.

Reliquae autem cognoscendi facultates, *imaginatio revocans atque procreans*, *memoria* et *intelligentia* producunt ea, quae communi homine vocari possunt *repraesentationes*, atque toto genere a *visis* differunt. Quod nobis exhibetur sensibus est *res ipsa*, cujus praesentiam denotat ita, ut quaerere non deceat, utrum cum re conveniat visum nec ne; quoniam id cum re ipsa coalescit in unum. Quamdiu sanitate mentis fruimur, hunc concentum firmissime credimus, atque huic persuasioni convenienter agimus (1). Error quidem est sensuum, qui dicitur, inprimis oculorum, sed is error est intelligentiae, quae judicat, aliam esse rem, quam quae revera sit; qui error plerumque etiam tollitur, si omnes, quantum id fieri potest, ad percipienda corpora adhibentur sensus, atque cognitus est modus, quo corpora in sensus agant. Sensus praebent *materiam*, quam tractat intelligentia, atque ex qua cognoscit, quid verum, quid falsum

(1) Cicero, quamquam Academicorum sententiam, nihil posse percipi, firmiter defendit, fatetur tamen (Acad. Quaest. IV. 21.) *non sum sapiens* (qui nulli rei assentitur) *itaque visis cedo*, *neque possum resistere*.

sum sit. Si haec materia nulla, aut prorsus falsa est, nulla potest esse cognitio humana, atque in errore versamur sempiterno (1). Qua causa prodeat summus hic concentus, nobis prorsus incognitum est.

Idem dicendum est de *perceptione subjectiva*, atque omnino de omnibus, quae *sensu interno* (*tactu interiore*) percipimus; in quo Cyrenaici solo putabant veri esse judicium, quia sentiatur. Quaelibet affectio, actio, et perpessio animi cum ejus sensu in unum coalescit. Dolorem sentio, ergo dolor ipse adest, et ille quidem, qui sentitur; ita ut ridiculum sit, dubitare an doleas, si dolor sentitur (2).

Alia est natura *repraesentationum*, quae, ut nomen indicat, res repraesentant, sive earum sunt

(1) Si ad hujus materiae veritatem spectamus, probabilia videntur ea, quae affirmat Lucullus. Acad. Qaest. Lib. 4. C. 7. » Meo judicio" ait, » ita est maxima in » sensibus veritas, si et sani sunt et valentes, et omnia » removentur, quae obstant et impediunt: itaque et lumen » mutari saepe volumus, et situs earum rerum, quas in- » tuemur, et intervalla aut contrahimus, aut diducimus, » multaque facimus usque eo, dum *aspectus ipse fidem* » *faciat sui judicii*", etc.

(2) Lucullus. Acad. Q. Lib. 4. c. 7. » Potestne igi- » tur quisquam dicere, ait, inter eum, qui doleat et in- » ter eum, qui in voluptate sit, nihil interesse? aut ita » qui sentit, non apertissime insanit?"

sunt signa, non arbitraria illa quidem, sed quae ex natura ipsa mentis humanae prodeunt. *De his igitur quaeri potest atque debet, utrum cum re conveniant nec ne.* Ita imaginatio, revocans visa, efficit *repraesentationes*, quas *visiones* appellare possumus, quae, alio tempore pluribus, alio minoribus partibus, similes sunt visis, quae antea sensibus erant percepta. Eadem imaginatio fingit ea, quae non percepta sunt, componitque saepe, quae in rerum natura nusquam componuntur, neque componi possunt. Intelligentia autem (ut vidimus §. 1 et 27), efficit repraesentationes illas, quas *notiones* et *rerum notas* vocavimus. Quocirca visiones imaginationis (1) in eo dif-

(1) Vere has repraesentationes imaginationis revocantis et fingentis describit Quintilianus Institut. Oratoriar. Lib. VI. C. 2.: » Quas φαντασίας, ait, Graeci vo- » cant, nos sane visiones appellemus; per quas imagines » rerum absentium ita repraesentantur animo, ut eas cer- » nere oculis, ac praesentes habere videamur: has quis- » quis bene conceperit, is erit in affectibus potentissi- » mus: hunc quidam dicunt εὐφαντασίωτον, qui sibi » res, voces, actus, secundum verum optime fingit; quod » quidem nobis volentibus facile continget. Nam et inter » otia animorum, et spes inanes, et velut somnia quae- » dam vigilantium, ita nos hae, de quibus loquimur, ima- » gines prosequuntur, ut peregrinari, navigare, praeliari, » populos alloqui, divitiarum, quas non habemus, usum » videamur disponere; nec cogitare, sed facere. Hoc » animi vitium (?) ad utilitatem non transferemus? ut ho- » mi-

differunt a notionibus, quod res singulares aut individuas repraesentant; notiones autem id, quod pluribus commune est sive visis, sive visionibus, sive notionibus ipsis.

Repraesentatio igitur duplex est, visio, atque notio. *Visio* est imaginationis, eaque est aut ficta, aut visorum imago quaedam, vel signum; *notio* autem est intelligentiae.

§. 30. *De viso, atque de visione et notione, puris et mixtis.*

At vero *visum*, *visio*, atque *notio* sunt *empirica* (*materialia*, *a posteriori*), si ex percipiendis rebus, *pura* autem (*formalia*, *a priori*), si ex natura facultatis cognoscendi proficiscuntur. Itaque *visum* est *empiricum*, si perceptione rerum datur; veluti figura hominis, sonus, au-

» minem occisum querar, non omnia, quae in re praesenti accidisse credibile est, in oculis habebo? non percussor ille subitus erumpet? non expavescet circumventus? exclamabit, vel rogabit, vel fugiet? non concidentem videbo? non animo sanguis, et pallor, et gemitus, extremus denique exspirantis hiatus insidebit?''

Cicero (Acad. Quaest. I. 11.) vocem Graecam *φαντασίαν*, qua Zeno indicaverat impulsionem oblatam extrinsecus, Latine vertit *visum*. Nos, quo melius ea, quae sunt sensus externi et interni, distinguerentur ab iis, quae sunt imaginationis revocantis et fingentis, has *visiones*, illa *visa* appellavimus.

auditus, odor seu sapor acer, corpus fluidum, durum, lucens, alia. *Purum* est, si ex natura sensus externi et interni, aut ex modo, quo agunt, prodit. *Visum purum* nobis est *spatii*, in quo spatio sunt omnes res externae, alia juxta aliam, collocatae: quod visum manet; etiamsi hae omnes tollantur, — deinde *temporis*, in quo sibi succedunt et variant res internae; mutantur et moventur res externae: quod etiam visum restat, quamvis mente et cogitatione auferantur omnia, quae in rerum natura variis temporibus fiunt, accidunt et percipiuntur. Cum his autem duobus visis, ita conjuncta sunt omnia *visa empirica*, ut sine iis, aut alterutro eorum, nullum esse possit. Nulla enim forma aut corporis figura sine spatio; nulla actio aut affectio mentis, nullaque causa et effectus sine tempore; nullus corporis motus sine spatio et tempore esse, percipi, aut intelligi potest. Quare visa empirica merito dici possunt *mixta*. Vocantur *materialia*, quoniam ad materiam referuntur, quae est in spatio et tempore; visa pura autem *formalia*, cum tanquam formam dent huic materiae. Visio est *mixta*, si aut est visum mixtum animo revocatum, id est, si visi mixti repraesentatio seu signum est, aut, si est visio composita et ficta ex visionibus mixtis. Hujus generis sunt figurae, colores, soni, mo-

motus, mutationes, quae aut, olim percepta, ad mentem revocamus, aut ex iis rebus, quas percepimus et revocavimus, vigilantes et dormientes fingimus, et componimus. Visio autem *pura* est, quam ex visis puris spatii et temporis libere fingit et componit imaginatio; quales sunt lineae, superficies, corpora, figurae, sectiones, divisiones, compositiones, quae in Mathesi pura finguntur et adhibentur. Quocirca pictor, architectus, faber aut alius artifex *visiones mixtas*, Mathematicus autem *puras* magis fingere solet.

Notio est *mixta*, si ipsa, aut ejus notae haustae sunt ex visis, et visionibus mixtis; cujus generis omnes sunt notiones, quibus res naturales, vires, facultates animi, vocabula linguae, multaque alia in suas classes, genera et formas dividimus.

Notiones purae non solum ex visis et visionibus puris, verum etiam *ex intelligentiae ipsius natura* originem suam ducunt. Nam ut perceptionibus sensuum conjuncta et subjecta sunt visa pura spatii et temporis, adeo ut sine iis nihil percipi possit, ita etiam rerum notionibus conjunctae et subjectae sunt nonnullae notiones, ita intelligentiae propriae, ut sine iis nihil cogitari possit. Hae igitur notiones sunt *notae principes et fundamentales* omnium rerum, quae co-

cogitantur. Ejusmodi primas notas rerum *Aristoteles* quaesivit, easque vocavit *Categorias*. Cum autem omnes intelligentiae actiones reduci possint ad eam, quae in judicando cernitur, Kantius (1) existimavit, has Categorias quaerendas esse in diversis judiciorum sive enunciationum formis, ex iisque esse eliciendas.

Statuit autem in omni enunciatione esse spectandam Quantitatem, Qualitatem, Relationem, atque Modalitatem, earumque quamlibet triplici esse modo, atque ita oriri duodecim modos, quibus enunciationes inter se differant; cuilibet autem modo esse subjectam *unam* Categoriam. Duodecim autem Categoriae, quae hac ratione prodeunt, sunt

Quantitatis: esse unum, plura, omnia seu totum.

Qualitatis: esse id, cui aliqua sit nota; cui non sit; cui alia sit nota, alia autem non sit.

Relationis: esse substantiam, cui quid inhaereat, (*substantia* et *attributum*); esse efficiens quid (*causa* et *effectus*); esse mutuo efficiens quid, et id, quod efficitur, aut esse mutuo agens et patiens quid (*communio*).

Modalitatis: esse possibile, esse, necessario es-

(1) Critica purae rationis edit. 2. p. 102 seqq.

esse, atque, quae his contraria sunt, esse non possibile, non esse, esse non necessario, id est, fortuito esse (1)

At vero, ut hae notiones fundamentales adhibeantur ad res, sensu externo vel interno percipiendas, conjungendae sunt cum visis puris spatii et temporis, quoniam sine his visis nulla potest esse perceptio. Quod si autem cum his, atque cum visionibus puris conjunguntur, exsistunt notiones et leges, quae non sensuum testimonio, sed natura facultatis cognoscendi nituntur: quare nulla cogitatio, nulla rerum naturalium cognitio, nulla experientia sine iis esse

(1) Categorias indicavimus eo modo, ut sint principes rerum notae, qui nobis et ad probabilitatem et ad perspicuitatem videtur esse magis idoneus. Utrum ratio, qua usus est Kantius in Categoriis definiendis, certa sit nec ne, id contemplari non est hujus loci. Verum, utcunque est, ad illustrandas notiones principes cognitionis humanae, earum expositio sane multum confert. Quas Categorias exhibuit Aristoteles, maximopere ab iis differunt, quas Kantius docet. Sunt enim substantia, quantitas, qualitas, relatio, ubi, quando, situs, habitus, actio, passio; quibus postea additae sunt, oppositum, prius, simul, posterius, motus. Non minus ab iis diversae sunt, quas exposuit Platner. Philosoph. Aphorismi Pars I. §. 653-656. Krug (Metaph. ed. 2. p. 81.) etiam nonnulla in iis mutavit. Tres Categorias addidit, quae sunt: esse in spatio, esse in tempore, atque alio tempore esse in alio spatio. Categoriam Realitatis, quam vocant, ad majorem dignitatem promovit, eamque posuit esse principium omnis cognitionis.

se potest. Tota ex his constat Mathesis pura, Mechanica pura (si excipis notionem *materiei*), atque Logica, quatenus haec formam cogitationum, aut leges cogitandi investigat. Experientia ipsa est conjunctio harum notionum et legum cum notionibus mixtis.

Sunt etiam notiones purae, quas nulla experientia continet, aut quae ad nullam rem, sensibus percipiendam, referri possunt. Has *ideas* appellat Kantius, eaeque sunt idea *psychologica* aut animi, substantiae simplicis; deinde *cosmologica*, aut universitatis mundi; tum *theologica*, aut dei sive naturae, omnes realitates continentis; atque denique — idea ejus, quod in suo genere omnibus numeris *perfectum et absolutum* est.

Brevissime, quoad ejus fieri potuit, indicavimus notiones *puras*, quas dicunt *a priori*; quas uberius et subtilius exponere, Logices, atque Metaphysices munus est. De mutua autem imaginationis et intelligentiae actione hoc unum, quod in primis ad Mathesin pertinet, addatur.

Imaginatio figuras et Quanta effingit, quae contemplans intelligentia arripit, quod in ipsis commune est; quod non commune est relinquit; ex qua actione prodeunt *notiones purae*, atque *enunciationes generales* et *necessariae* (*apodicticae*). Veluti, in Polygonis diversi gene-

neris imaginatione fictis, intelligentia invenit has notas communes, ut (si litera n indicat, quot sint eorum latera) dividantur in $n-2$ triangula, per diagonales, ex eodem angulo ductas, summaque angulorum internorum sit $2n-4$ anguli recti. Verum in his non eam adhibet concludendi rationem, qua quid universale ex perceptis rebus naturalibus per *inductionem* aut *analogiam* colligit, juxta has formulas: *Quod de multis rebus ejusdem speciei aut generis dicitur, id dicitur de iis omnibus*, atque *quae res alicujus generis in multis notis conveniunt, in omnibus conveniunt.* Quamvis enim haec inductio atque analogia maximam saepe probabilitatem, atque certam cognitionem adferant, tamen per se sunt *imperfecti concludendi modi*, neque omnes veritatis numeros continent; necessitatem mathematicam, quae dicitur, raro adferunt, atque, si non cavemus, in maximos errores inducere nos possunt. In Mathesi pura non adhibentur; *suspicionem* tamen *veritatis* alicujus rei saepe movent. Veluti polygonorum notas, quas diximus, non ideo affirmamus in omnia cadere polygona, quia in quadrilateris atque pentagonis cernuntur, sed quia intelligentia certa ratione perspicit, eas non posse non cadere in hexagona, heptagona, atque in

K alias

alias quaslibet figuras rectilineas. Cum autem in quadrilatera atque pentagona cadant, id nobis injicere potest suspicionem, eas esse omnium polygonorum communes notas, eaque nos excitat ad certam rationem, qua res confirmetur, reperiundam; quae quamdiu non reperta fuerit, nulla ejus enunciationis erit necessitas Mathematica, etiamsi mille polygonis designatis confirmata fuerit. Quare antequam inventa erat *Arithmetica universalis*, signa adhibens, quae omnes numeros determinatos repraesentant, (§. 12.) paucae leges, sive enunciationes universales et necessariae de numeris Mathematice demonstrari poterant. *Exempla in Mathematicis non docent, sed illustrant.*

Aliud imaginationis munus hoc est, *ut imagine quadam*, quae quidem rei accommodata sit, *notiones illustret;* cujus actionis exempla ubique in Mathesi occurrunt. Ita duobus punctis sive locis in spatio duae sunt relationes, aut notae externae; quae nomine *directionis* et *distantiae* appellantur. Eas quasi ante oculos ponit pingenda imagine, qua puncta conjungantur; quae est *recta linea*, a puncto ad punctum ducta. At vero haec imago est pars spatii (aliam enim pingere nequit), tribusque igitur dimensionibus praedita. Cum autem intelligentia ex hac imagine nihil aliud arripiat, nisi quod

ad

ad rem pertineat, atque reliqua (latitudinem et crassitudinem) omittat; nihil impedit, quo minus haec linea (quamvis designata calamo, aut alio instrumento, satis magnam habeat latitudinem) expressa atque eminens sit distantiae atque directionis effigies. Similiter si communis omnium triangulorum isoscelium quaeritur nota (v. c., angulos ad basin esse aequales), imaginatione duce *unum* designamus triangulum isoscele; quod tamen, ut numerus universalis omnem numerum determinatum, ita *omnia* triangula isoscelia repraesentare debet, non solum ea, quibus ad verticem est angulus acutus, sed etiam, quibus hic angulus est rectus, aut obtusus. Intelligentia igitur in contemplando hoc triangulo, omnes praeterit notas, quibus ab aliis triangulis isoscelibus differt; solam aequalitatem duorum laterum, quae omnibus communis est, retinet, eamque cum consequentibus in meditatione conjungens, aliam communem notam invenit atque demonstrat. Haec actio intelligentiae ex eo genere est, quod Plato vere dicit: *ἐν εἴκοσι τὰ ὄντα σκοπεῖν*, ejusque simile quid invenitur *in iis exemplis*, quibus aliquam rem universalem aut notionem perspicuam reddere conamur. Nullum enim ejusmodi exemplum omnibus partibus et numeris cum re illustranda conve-

venire potest, quoniam illa res est universalis; exemplum autem rem aut minus universalem aut etiam individuam repraesentat.

Intelligentia etiam hac in re moderatrix est imaginationis. Finge, v. c., lege generali esse reperiundam magnitudinem angulorum, quorum crura arcus circuli intercipiant. Imaginatio loca infinita numero apicibus angulorum assignare potest, sed intelligentia concludit, esse quatuor locorum genera, quorum quodvis contemplandum sit. Quare imaginationi, ut ita dicam, praecipit, ut quatuor solum angulos scribat, ex quibus unus in centro, alter in peripheria, tertius intra circulum sed extra centrum, quartus extra circulum apicem habeat.

Caeterum in his omnibus imaginatio *procreans* est, non *revocans*; ex spatii et temporis contemplatione, non ex iis, quae sensibus percepta sunt, suas haurit imagines. Quas enim perceptio rerum naturalium praebet imagines, sua natura vagae atque indefinitae sunt, neque ea praebent, ad quae tendit Mathesis, quae sunt absoluta, necessaria et immutabilia.

Animadv. Hanc actionem imaginationis in Mathematicis notionibus, quae ad spatium et tempus referuntur, animo proponendis et illustrandis, Kantius vocat *construere notionem*, quod ita definit, ut sit *proponere id visum purum, quod notioni con-*

re-

veniat, *aut respondeat* (die, den Begriff korrespondirende, Anschauung à priori darstellen). Hac in re *cognitionem philosophicam* a *cognitione mathematica* differre putat. „ Illa, ait, est cognitio „ rationalis *ex notionibus*, haec autem cognitio „ rationalis *ex notionum constructione*. Qui sta- „ tuerunt, id esse discrimen inter Philosophiam „ et Mathesin, ut illa contempletur qualitatem, „ haec quantitatem, habuerunt effectum pro cau- „ sa" (1).

Plato hanc conjunctam imaginationis et intelligentiae actionem, de qua diximus, pluribus locis describit. De Geometrica investigandi ratione haec memorat (2): *Οὐκοῦν, καὶ οἶδας ὅτι τοῖς ὁρωμένοις εἴδεσι προσχρῶνται, καὶ τοὺς λόγους περὶ αὐτῶν ποιοῦνται, οὐ περὶ τούτων διανοούμενοι, ἀλλ' ἐκείνων πέρι οἷς ταῦτα ἔοικε, τοῦ τετραγώνου αὐτοῦ ἕνεκα τοὺς λόγους ποιούμενοι, καὶ διαμέτρου αὐτῆς, ἀλλ' οὐ ταύτης ἣν γράφουσι· καὶ τἆλλα οὕτως, αὐτὰ μὲν ταῦτα ἃ πλάττουσί τε καὶ γράφουσιν, ὧν καὶ σκιαὶ καὶ ἐν ὕδασιν εἰκόνες εἰσὶ, τούτοις μὲν ὡς εἰκόσιν αὖ χρώμενοι, ζητοῦντές τε αὐτὰ ἐκεῖνα ἰδεῖν ἃ οὐκ ἂν ἄλλως ἴδοι τις ἢ τῇ διανοίᾳ.*

Magis perspicitur Platonis sententia de Matheseos natura ex comparatione, quam inter Philosophiam

(1) Critica purae Rationis p. 741 et seq., cum quibus tamen conferri possunt, quae admonet Krug.: Fundamental Philosophie. Editio 3. p. 229–253.

(2) De Republ. VI. p. 125. ed. Bip.

phiam atque Mathesin instituit, (1) cum qua conferri potest ea, quam Kantius exposuit.

Plato duo ponit esse genera intelligibilium, id est eorum, quae non sensuum perceptione sed cogitatione ipsa producuntur (τὰ νοητὰ): alterum est quod Mathematicus, alterum quod Philosophus inquirit; ex qua diversitate etiam duplex veri reperiundi oritur via.

Mathematicus incipere debet ab Hypothesibus, quarum veritatem non demonstrat, sed postulat ut sibi concedantur, atque concludendo progreditur ad ea, quae inde consequantur, donec id, quod quaerit, invenit. Cum autem ipsi in fastigio summo sint Hypotheses, ultra quas cogitatione sese attollere nequeat, efficitur, ut non adscendat ad verum principium, sed perpetuo descendat, nihil aliud agens, quam ut cum hisce primis consequentia conjungat, quare ejus cognitio non est perfecta atque absoluta. Versatur tamen in intelligibilibus, neque ex experientia aut sensuum testimonio quaerenda petit (2). In hac autem investigatione utitur figuris (εἴδεσι) adspectabilibus, quae tamen non sunt res, quas cogitat, sed quae cogitata repraesentant. Quod scriptum est quadratum non est illud ipsum, quod co-

(1) Inprimis de Rep. p. 121-125. ed. Bip.

(2) Ζητεῖν ἀναγκάζεται ἐξ ὑποθέσεων, οὐκ ἐπ᾽ ἀρχὴν πορευομένος, ἀλλ᾽ ἐπὶ τελευτὴν, καὶ διανοίᾳ μὲν ἀλλὰ μὴ αἰσθήσεσιν αὐτὰ θεᾶσθαι.

cogitat, atque cujus proprietates inquirit, sed imago ejus aut signum.

Aliam Philosophus veri reperiundi rationem sequitur. Hic etiam ab Hypothesibus incipit, quas tamen non postulat veras esse, sed solum adhibet, ut iis adminiculis ad principium adscendat, quod liberum ab omni Hypothesi se ipsum tueatur. Invento autem hoc principio, quod summum est, descendit atque ex primis singula colligit. In hac tamen investigatione, non, ut Mathematicus, imaginibus, sed ideis seu notionibus puris adjutus viam persequitur (1).

Ut intelligibilium, ita etiam visibilium duplex est genus. Unum genus continet animalia, plantas atque universe omnia corpora, aut natura aut arte procreata. Alterius generis sunt imagines (εἰκόνες), quibus Mathematici utuntur, quales sunt umbrae, simulacra, quae apparent in aquis, atque in superficie corporum densorum, laevium, lucidorum — quae omnia sunt signa quaedam aut imagines corporum, aut visibilium prioris generis.

Ut autem, his imaginibus perceptis, non ipsas imagines, sed corpora, quorum sunt signa et simulacra, cogitamus, ita etiam Mathematicus eas sic adhibet, ut figurarum verarum, quas cogitat, signa sint easque repraesentent. Affectionem animi

(1) Ἐπ' ἀρχὴν ἀνυπόθετον, ἐξ ὑποθέσεως ἰὼν, καὶ ἄνευ τῶν περὶ ἐκεῖνο εἰκόνων, αὐτοῖς εἴδεσι δι' αὐτῶν τὴν μέθοδον ποιουμένος.

mi (τὸ πάθημα ἐν τῇ ψυχῇ γιγνόμενον) philosophi, intelligibilia per ideas puras investigantis, est νόησις; Geometrae autem, qui rerum visibilium imaginibus utitur, est διάνοια. Illa νόησις tendit ad id, quod summum est, ad scientiam (ἐπιστήμην) veri nominis, quae veritate et evidentia excellit ei, quam τῇ διανοίᾳ acquirere possumus. Verumtamen haec posterior praestantior est, quam opinio (ἡ δόξα), quae non animi notionibus et rationibus sed ex sensuum perceptionibus et hominum testimonio efficitur (1).

Animadv. 2. Kantius proponit, ut ita dividantur ea, quae animo obversantur, atque ad cognoscendam rem pertinent (2). *Genus* designetur voce *repraesentatio* (3); cui subjecta est *perceptio*, quae est repraesentatio, cujus nobis conscii sumus, eaque est aut *sensatio* aut *cognitio*. *Sensatio* est perceptio, quae ad subjectum solum, quod percipit, refertur, atque est aliquis modus ejus conditionis. *Cognitio* autem est perceptio objectiva, quae est aut *intuitus*, aut *conceptus*.

(1) De discrimine cognitionis philosophicae, et mathematicae subtiliter et accurate egit D. J. van Ewyck in dissertatione inaugurali de *comparata cognitionis in Mathesi et in Philosophia indole.* 1810; quae dissertatio sermonis etiam elegantia et perspicuitate se commendat.

(2) *Critica purae Rationis* pag. 376.

(3) Cum perceptio subjectiva, atque intuitus sive visum prorsus cum re coincidant, dubito, num recte *rei repraesentationes* dicantur.

tus. *Intuitus* continuo refertur ad rem, sed *conceptus*, (1) intercedente (adjuvante) nota, quae pluribus rebus communis esse potest. Conceptus est aut *empiricus* aut *purus*, atque *conceptus purus*, quatenus originem suam habet in intelligentia, neque in pura imagine sensualitatis, est *notio*. Conceptus ex notionibus, qui superat id, quod experientia dare potest, vocatur *idea*, aut notio rationis.

§. 31. *De actione mentis, quae cernitur in judicando, atque de enunciationum generibus.*

Prima intelligentiae actio consistit in notionibus formandis, altera in *judicando*, id est in cogitanda *ratione*, quae inter res (objecta) intercedit. Quod ex hac actione prodit est *judicium*, idque, verbis declaratum, dicitur *enunciatio* sive *propositio* (*enunciatum*, *pronunciatum*). Ratio autem triplex esse potest, aut inter

(1) *Conceptus* Latina lingua longe aliud quid *significat*. Vox autem *notio* utroque sensu adhibetur, ut et mixtam et puram notionem indicet. Veluti *mixta notio* significatur Tusc. Quaest. V. 10. IV. 24. Topic. V et VII.; *pura* autem Tusc. Q. I. 24. de Finib. III. 10. de Nat. D. I. et II. 25. — quanquam Cicero eas omnes insitas et quasi consignatas in animis (ἐννοίας) esse existimat — ne generis quidem et formae notionibus mixtis exceptis.

ter rem, ejusque notam vel notionem, aut inter principium, ejusque consequens, aut inter partes totius; unde tria oriuntur genera enunciationum, quae dicuntur *Categoricae*, *Hypotheticae*, *Disjunctae*, quorum exempla sunt: omnia triangula aequilatera sunt aequiangula; si duae chordae ejusdem circuli aequaliter a centro distant, aequales sunt; triangulum est aut rectangulum, aut acutangulum, aut obtusangulum. *Materiam* enunciationis ea efficiunt, quae inter se comparantur, aut quorum ratio cogitatur, eorumque infinita est diversitas. Possunt esse aut visa, visiones aut notiones, res individuae atque generales. Possunt etiam esse ipsae enunciationes, si aliqua ratio inter eas ponitur. *Forma* autem est ipsa ratio, quae inter ea, ex quibus constat materia, adesse cogitatur. Enunciatio *vera* aut *falsa* est, si ratio, quae enunciatione indicatur, revera est aut non est. Tria igitur in qualibet enunciatione distinguenda sunt, *forma*, *materia*, atque *modus*, *quo* verbis declaratur. *Formam* inprimis Logica, *modum* Grammatica universalis, *materiam* omnes disciplinae inquirunt.

Praeter triplicem rationem, Categoricam, Hypotheticam et Disjunctam, quam *relationem* (1) enun-

(1) Ex his tribus relationis modis Kantius elicuit tres Ca-

enunciationis dicunt, Logici aliam etiam induxerunt; non eam quidem, quae sit inter ea, quae materiam enunciationis efficiunt, sed quae sit inter ipsam enunciationem, atque *assensionem*, quam ipsi tribuimus; quam relationem appellarunt *modalitatem*. Aliud enim est, enunciationem solummodo proponere, aliud, affirmare simpliciter eam esse veram, aliud, eam necessario veram esse. Hinc triplex nascitur enunciationum genus, cujus primum est *sine assensione*, ubi nihil de ejus veritate statuitur; secundum est *cum assensione simplice*; tertium cum *assensione*, quae cogitatur esse *necessaria*. Haec tria genera appellantur, enunciatio *problematica*, *assertoria*, et *apodictica* (1), quorum hujusmodi exempla sunt: Sit linea A aequalis lineae B, aut fac A esse aequalem B; linea A ducta est aequalis lineae B; linea A non potest non esse aequalis lineae B. Membra enunciationis hypotheticae et disjunctae, multae interrogationes, opiniones, sententiae, quas aut modo Conjunctivo Verborum, aut

Categorias, quas vocat *Substantiam* et *Accidens*, *Caussam* et *Effectum*, *Communionem* (*Reciprocationem* inter agens et patiens). Confer. §. 29.

(1) Ex modalitatis tribus modis Kantius collegit has Categorias: *Possibilitatem* et *Impossibilitatem*, *Esse* et *non Esse*; *Necessitatem* et *Contingentiam*.

aut dubitandi formulis ita declaramus, ut appareat, nos de earum veritate esse incertos, sunt enunciationes problematicae. Assertoriae sunt illae, quae aliorum aut sensuum testimonio nituntur, in quibus error inesse potest; quaeque per inductionem et analogiam (§. 29.) conclusae sunt. In Apodicticis enunciationibus numeranda sunt principia doctrinarum, de quibus nullum esse potest dubium, quaeque ex his principiis certa ratione colliguntur, aut ex perspecta rei natura necessario consequuntur, veluti: quidquid oritur, qualecunque est, causam habeat necesse est. Quaelibet definitio omnibus partibus absoluta, quaelibet enunciatio analytica, quae non novam subjecto tribuit notam, sed explicat, quid ipsi insit, est apodictica. Quare Mathematicae enunciationes, quae aut per se verae sunt, aut quarum veritas certa ratione est demonstrata, sunt apodicticae, etiamsi formam habeant enunciationis assertoriae, neque vocibus *necesse est*, *necessaria esse* ; *debet*, aut similibus designentur.

Animadv. 1. Quod si admittitur haec enunciationum partitio in problematicas, assertorias et apodicticas, ea hoc fere modo quem diximus, ut mihi quidem videtur, definienda est. Logici hac in re non inter se consentiunt. Sunt, qui dicant, *proble-*

ma-

maticas indicare *aliquid posse esse*, unde etiam Categoriae Kantianae, *Possibilitas* et *Impossibilitas*. Exempla afferunt: homo potest mori, insanire, aegrotare, luna potest obscurari, et similia. Verum, si pono *aliquid posse esse*, adfirmo *possibilitatem* rei, atque enunciatio fit *assertoria*, cujus veritas firmanda est rationibus; quod nonnunquam tam difficile est, ut mentis vires superet. Si dico: *voluntas hominis potest esse libera*; haec enunciatio revera aliquid adfirmat, multique fuerunt, qui eam falsam esse perhiberent. Quin etiam haec possibilitas problematice, assertorie, et apodictice enunciari potest, veluti: ponamus, hominis voluntatem posse esse liberam; voluntas hominis potest esse libera; ea non potest esse non libera. Quando Cicero (1), ait: Uri posse flamma ligneam „ materiam necesse est. Corpus mortale aliquo „ tempore interire necesse est" — non solum posterius, sed etiam prius judicium *apodicticum* est, atque ex cognita natura ligni, et actione caloris collectum est. Quare in Mathematicis demonstranda semper est *possibilitas* rei, quae cogitatur, nisi per se patet, aut in axiomatibus est referenda; atque enunciatio, quae hanc possibilitatem indicat, semper est *apodictica*. Hujus generis sunt: inter duo puncta recta linea esse potest; triangulum potest esse isoscele, aequilaterum; triangulum sphaericum potest tres angulos rectos habere, at-

que

(1) De Inventione 2. 170.

que multa alia. Caeterum per se patet, enunciationem, quae ponit, *aliquid non posse esse verum*, in Mathesi semper *apodicticam* esse, veluti: triangulum rectilineum aequilaterum *nequit esse rectangulum*; inter punctum atque planum, aut inter punctum atque rectam lineam duo perpendicula esse nequeunt.

Cum iis, quae de modalitate enunciationum dicta sunt, possunt conferri ea, quae Plato de νόησι, διανοίᾳ, πίςει et εἰκασίᾳ (1) disputavit. Kantius putat, *id ipsum opinari* esse judicium problematicum (aut potius eo indicari) *credere* esse assertorium, *scire* apodicticum (2). Arcesilas, qui negabat esse quidquam, quod sciri posset, ne illud quidem ipsum, quod Socrates sibi reliquisset — neque esse quidquam, quod cerni aut intelligi posset, atque his de causis nihil oportere neque profiteri neque affirmare quemquam, neque assensione approbare; (3) hic philosophus certo declarat, *idque problematice*, omnes suas enunciationes, (eam etiam, qua ponat, se cogitare, se dubitare, se esse ratione praeditum, se esse Arcesilam non Socratem) esse *problematicas*. Verumtamen, si aperte locutus est, dixitque ea quae sentiebat, suo profecto exemplo docuit, quantum detrimenti perversum atque ineptum Philosophiae studium adferat menti; si ostentationis

(1) De Republ. VI. p. 125.

(2) Logica. Introductio p. 99.

(3) Acad. Quaest. 1. 12.

nis aut controversiae causa locutus est, nihil esse tam absurdum, quod non dicatur ab aliquo φιλοδόξῳ aut φιλονείκῳ.

Animadv. 2. Notiones aut visiones quaelibet, quae animo adsunt simul, aut sibi juxta legem, quam dicunt societatis idearum, succedunt, nullam per se efficiunt cognitionem, ne cogitationem quidem, nisi inter se aut cum rebus, ad quas referuntur, comparantur, ut mutuus nexus et relatio perspiciatur. Ita visio duarum linearum A et B non est cogitatio aut cognitio; sed si, comparatione inter eas instituta, haec et alia judico: A major est quam B; si se secant, anguli oppositi aequales sunt; si sunt parallelae, perpendicula inter eas sunt aequalia, — *efficitur utraque et cogitatio et cognitio.* Hoc ipsum *cogitare rem* est rem repraesentare per notionem; ex quo sequitur, omnem cogitationem rei consistere in judicando, qua mentis actione res cum notione comparatur. Cogito figuram regularem, id est fingo figuram, atque judico ipsi inesse eas notas, ex quibus constet notio figurae regularis. Imaginatio rem repraesentare animo potest non signatam notione; quod fit, si res singulares aut fingit, aut perceptas sensibus revocat, quae res plerumque imagines sunt aut soni. Verum haec rei repraesentatio *non est cogitatio.* Neque enim sonorum, qui harmoniam aut modum efficiunt, neque imaginum, variis coloribus et formis indutarum, fictio aut revocatio dici

dici potest *cogitatio*, neque omnes, quod canunt aut legunt, id semper cogitant.

Ex his sequitur omnem cogitationem et cognitionem rei consistere in judicando, atque, si verbis eas communicamus cum aliis, id fieri semper aliqua enunciatione, quae plerumque est Categorica. Nisi judicamus, quaecunque menti obversantur, constituunt Chaos quoddam, rudem molem; judicantes autem separamus partes, ut eas seorsim spectare, atque deinde inter se comparare possimus. Quare vero haec actio lingua Batava dicitur *oordeelen*, atque Germanica *urtheilen*; qua tanquam voce significatur divisio quaedam, quam primam omnium instituit mens humana. Quam eandem separationem indicant voces *κρίνειν* atque *cernere*.

§. 32. *De Enunciatione Categorica.*

Enunciatio Categorica declarat, aliquam notionem esse notam alius notionis, aut rei singularis. Haec nota dicitur *praedicatum*; id autem, cujus est nota, *subjectum*. De qualibet autem enunciatione Categorica quaeri potest, quanta, qualis et cujusmodi sit; aut quaenam sit ejus quantitas, qualitas et modalitas. De modalitate jam diximus (§. 30.).

Ad Quantitatem enunciatio est *singularis* aut

par-

particularis, aut *universalis*, si subjectum est aut res *singularis*, aut continet *nonnullas*, aut *omnes* res, quae designantur notione ejus (1). *Singulares* indicantur *nominibus propriis* et *pronominibus*, ut v. c. *hoc triangulum* (quod video, aut animo fingo) *est rectangulum*; *particulares* vocibus *nonnulli*, *plures*, *multi*, *pauci*, *plurimi*, numeris etiam, ut *duo*, *tria*; *universales* vocibus *omnes*, *quilibet*, *unusquisque*; ut *nonnulla triangula sunt rectangula*, *omnia quadrata sunt parallelogramma*. Universales etiam sola voce notionis indicantur, veluti: *parallelogrammum est quadrilaterum*, significat, omnia parallelogramma esse quadrilatera. Quare enunciatio saepe est universalis, quamvis subjectum singulari numero ponatur; cujus generis etiam sunt philosophorum atque poetarum sententiae, veluti: *nescit vox missa reverti*.

Ut *quantitas* subjectum, ita *qualitas* praedicatum enunciationis spectat. Quare enunciationes ad qualitatem sunt aut *affirmantes* aut *negantes*, si praedicatum est notio aut *affirmans* aut *negans* (§. 28.), veluti: *nonnulla triangula sunt rectangula*, *nonnulla triangula non sunt rectangula*.

For-

(1) Inde tres Categoriae Kantii: *Unitas*, *Multitudo*, *Omnitudo*. Confer. §. 29.

Forma enunciationis categoricae, aut conjunctio subjecti et praedicati, declaratur voce *est* atque *sunt*, eaque appellatur *copula*. Quare formula generalis hujus enunciationis est, *α est β*, *α est non β*.; cujus subjectum *α* est aut res singularis, aut plures aut omnes res continet, quae sphaeram notionis ejus constituunt.

Enunciationes universales negantes, ut vitetur ambiguitas, plerumque designantur vocabulis *nullus*, *nemo*, *nihil*, ita ut sermo *negationem cum subjecto conjungat*, *non cum praedicato*, velut: *nulla chorda est major diametro*, id est, *omnes chordae sunt non majores diametro*.

Logici, quando de iis agunt, quae ex enunciationibus colligi possunt, enunciationes singulares universalibus adnumerare solent, quoniam earum subjectum tanquam totam sphaeram notionis complectitur (1). Tum autem ex Quantitate et Qualitate oriuntur quatuor enunciationum genera. Sunt enim universe affirmantes et negantes, atque particulariter affirmantes et negantes. Haec quatuor genera designant literis A, E, I, O.

An-

(1) Confer. Kantii Critica purae Ration. edit. 2. p. 96. Re omnino differt ab enunciatione universali. Etenim, ut ait Kantius, si quantitatem spectamus, cognitio quam affert, est ad eam, quae datur enunciatione universali, ut unitas ad infinitum numerum.

Animadv. 1. *Copula copulat*, id est conjungit, non separat praedicatum a subjecto; quare in enunciationibus negantibus *non copula, sed praedicatum negatione afficitur*. In aliis linguis vox *non* copulam antecedit, atque igitur eam afficit; in aliis autem eam sequitur, id est praedicatum afficit. Latine dicitur: *triangulum aequilaterum non est rectangulum*, sed lingua Batava adjungit negationem praedicato, *een gelijkzijdige driehoek is niet regthoekig*. Prior enunciatio indicat, notam, *rectangulum esse*, non esse tribuendam triangulo aequilatero; posterior autem, notam, *non rectangulum esse*, esse ipsi tribuendam. Sensus idem est, sed sunt duo diversi modi rem contemplandi. Ponamus, infinitam sphaeram omnium triangulorum esse divisam in duas partes; primamque partem continere omnia triangula, *quae sunt rectangula*; secundam autem, *quae non sunt rectangula*. Posterior enunciatio significat triangulum aequilaterum *esse ponendum in secunda parte*; prior autem, *id non esse ponendum in prima parte*. At vero, cum in alterutra parte sit ponendum, efficitur, enunciationem alteram ex altera sequi, adeoque eas esse *aequipollentes*. Multi Logici eas diversas esse ponunt; priorem, cujus copula negatione afficitur, appellant *negantem*; alteram, cujus praedicatum afficitur, *infinitam*, quoniam subjectum in sphaera infinita collocatur; atque etiam *limitantem*, quoniam haec sphaera ita limitibus est circumscripta, ut ex ea excludantur triangula rectangula. Sed illa sphaera, quae con-

continet triangula non rectangula, non magis est infinita aut limitans appellanda, quam ea, quae continet triangula rectangula. Caeterum ex *infinita* enunciatione *Categoriam* elicit Kantius, quam dicit *limitationem* (1).

Tametsi autem non videatur esse ratio sufficiens, cur statuatur diversa qualitas *enunciationis negantis atque infinitae*, tamen animadvertenda est alia differentia qualitatis, quam sermo declarat. Etenim (ut jam dictum est §. 28.) lingua multas adhibet voces, quae notas designant, quae partem habent affirmantem, partem negantem. Ita *vivum esse*, sive vita frui, est nota *affirmans;* cui nota *non vivum esse* omni ex parte repugnat seu *contradictoria* est, atque igitur *prorsus negans;* sed *mortuum esse* ipsi ex parte repugnat, sive *contraria* est nota; negatur enim vita praeditum esse aliquid, sed adfirmatur, id vita praeditum fuisse. Quare hac enunciatione disjuncta uti possumus: *hic est aut vivus, aut mortuus, aut nulla unquam vita praeditus fuit*, (quod postremum cadit v. c. in lapidem) atque tres diversae oriuntur enunciationes Categoricae: *hic vivus est*, *hic est non vivus* (aut hic non est vivus)' *hic mortuus est*; quarum prima est affirmans, secunda negans, tertia partim affirmans, partim

(1) Tres illae Categoriae Qualitatis, quas Kantius ponit sunt *Realitas*, *Negatio*, *Limitatio*. (§ 29. p. 71.) *Realitatem* autem in Categoriarum numero ponendo maxime ad Idealismum acceditur. Conf. Krug, Metaph. 2. p. 81.

tim negans, quae etiam *limitans* dici potest, quoniam affirmatio limitibus, ex negatione ortis, circumscribitur. Quod si autem in notione subjecti jam inest ea nota affirmans, enunciatio disjuncta constat solum ex duobus membris, veluti: *hic homo aut vivus est, aut mortuus est.*

Animadv. 2. Maxima pars cognitionis humanae declaratur enunciationibus Categoricis, in quibus subjectum est notio inferior, praedicatum autem notio superior (§. 1.). Hisce igitur designatur, cujusnam generis aut formae sit subjectum, quod idem fit in enunciationibus singularibus. Ita quidem mirabilis exsistit ordo cogitationum, qui inprimis cernitur in Historia Naturali, ubi plantae, animalia, mineralia, aliaque in classes, genera et formas digeruntur. *Cogitatio ipsa rei* consistit in proponendo apud animum rem signatam notione, qua in aliquo genere aut forma rerum ponitur, atque constantes accipit notas. Si quaeritur, *quodnam aut quale quidquam sit*, respondetur enunciatione Categorica, quae quasi locum indicat, in quo ponendum sit. Si dico: *hoc est triangulum*, affirmo, id quod video, quod digito demonstro, esse subjectum, cujus nota sit illa ipsa notio, quam voce *trianguli* designo.

Si subjectum est *notio*, ea perspicua, distincta et completa redditur enunciatione Categorica, definiente notas, sive affirmantes sive negantes, quae ipsi tribuendae sunt. Duplicem autem modum in his cogitare possumus. Etenim enunciatio aut

aut eas solum notas evolvit, quae jam insunt notioni, aut novas ei adjungit. Si prius, *Analysis* quaedam cogitationum instituitur; si posterius, *Synthesis* sive conjunctio notarum oritur. Quare priores enunciationes *Analyticae*, posteriores *Syntheticae* nominari possunt.

Sed hoc statuentes, in difficultatem non parvam illabi videmur. Vere enim notioni omnes insunt notae, quae ipsi merito tribui possunt, atque nova nota addita *ipsam mutat notionem*. Omnes igitur enunciationes sunt Analyticae, quia, quod subjecto est involutum, distincte declarant, atque referuntur ad principium Logicum: *A est A*, veraeque sunt, quoniam *A non potest esse non A*.

At vero non quaeritur, quid notioni aut rebus, ad quas refertur, insit, sed *quid ei inesse perspicue cogitemus*. Agitur de cognitione humana, quae in cognoscendis rebus, atque distincte et plane cogitandis notionum notis, gradibus progreditur. Ut quid de subjecto aliquo statuatur, necesse est *id esse*, atque (cum sine notis cogitari nequeat) *ipsi inesse unam aut plures notas*. Hae notae, quibus praeditum menti apparet subjectum, sunt *primae*, atque enunciationes, quae eas declarant, vere dicuntur *Analyticae*, quoniam solummodo evolvunt, aut pronunciant id, quod subjecto ita est involutum. Ita nobis de triangulo cogitantibus animo adest imago quaedam figurae *inscriptae tribus lateribus*, quae tres formant angulos, quam imaginem tribus his enunciationibus Analyticis describimus: *Trian-*

gu-

gulum est figura, tribus lateribus est descriptum, atque tres habet angulos. Reliquae omnes notae, quas triangulo esse demonstrat Mathesis, atque innumerae aliae declarantur enunciationibus *Syntheticis*, quae sunt non solum categoricae, verum etiam hypotheticae atque disjunctae, atque augent nostram hujus figurae cognitionem. Analyticae autem ejus repraesentationem magis perspicuam atque distinctam reddunt.

Potest tamen accidere, ut alius alias notas primas ejusdem subjecti cogitet. Ita quamvis vulgo dicatur: *homo est animal, ratione praeditum*, tamen omnes fere homines non ex eo, quod ratione praeditum sit, aut non sit, judicant aliquod animal esse hominem, aut bestiam, sed potius ex imagine quadam (schemate), quae ipsorum animis adest, quamque *figuram humanam* dicunt. Si figura alicujus animalis cum hac imagine convenit, id hominem appellant, etiamsi nullis verbis aut signis indicet, se esse ratione praeditum.

Veruntamen in accurata doctrina, et disputatione, quae in aliqua re investiganda versatur, illa res declaranda est ea definitione, quae ejus notas essentiales et vere primas indicat; ex quibus deinde reliquae notae subjecti, aut continuo aut intercedentibus et juvantibus aliis enunciationibus, derivari commode queant. Ejusmodi definitio atque eae enunciationes, quae *continuo* ex ipsa derivantur, appellari possunt enunciationes Analyticae.

Quod de subjecto, si est notio, dictum est, dici

dici de eo potest, si est *res singularis*, natura aut persona aliqua. Res enim singularis pro notione haberi potest, quae infinitum habeat argumentum, id est infinitum notarum numerum, sed minimam sphaeram, ut quae constet ex *una re aut persona.* Quo major est numerus notarum, quas cognovimus, eo uberior atque distinctior est nostra cognitio. Ita cognitio, quam habemus de *Cicerone*, eo magis redditur distincta, dilucida atque perfecta, quo magis ex ejus scriptis legendis, aut ex historia cognovimus, qualis fuerit, quid egerit, quid ipsi acciderit, quid de rebus judicaverit, sed omnibus numeris perfecta numquam esse potest, cum vel ipsi cognitioni nostri haec laus tribui nequaquam queat. Notae autem primae, quibus subjectum enunciationis (Cicero) constituitur, vulgo sunt, Romanum eum fuisse hominem, eundemque eloquentia excelluisse, quibus deinde notis innumeras alias adjungimus.

§. 33. *De Enunciationibus categoricis compositis.*

Enunciatio categorica *simplex est*, si *unum* praedicatum *uni* subjecto tribuitur. *Composita* autem ex aliis est, aut *copulativa*, si aut uni subjecto plura praedicata, aut pluribus subjectis idem praedicatum, aut pluribus subjectis plura tribuuntur praedicata. Haec compositio voci-

bus

bus copulativis *et*, *atque*, *non solum sed etiam*, similibusque notatur. Formula generalis est: α et β et γ... sunt λ et μ ..... in qua etiam λ, μ .... possunt esse notiones negantes. Veluti enunciatio: *Rhombus atque Quadratum habent quatuor latera aequalia, latera opposita parallela atque eorum diagonales ad rectos se secant angulos*, est composita e sex enunciationibus, quarum tamen quatuor posteriores sequuntur ex prioribus. Haec compositio nonnunquam tali verborum complexione indicatur, ut explicatione egeat.

§. 34. *De Enunciationibus Categoricis, quae aequalitatem aut inaequalitatem indicant.*

Maxima pars enunciationum Mathematicarum indicat aequalitatem, aut inaequalitatem duorum aut plurium Quantorum, veluti: *Triangulum A est aequale triangulo B*, ubi triangulum A est subjectum, atque aequalitas ipsius atque trianguli B est praedicatum. Quocirca re eadem est, atque enunciatio: *triangulum B est aequale triangulo A*, quoniam utraque declarat, duo haec triangula esse inter se aequalia.

Mathematica aequalitas est aut *magnitudinis* (quantitatis) aut *formae*, aut utriusque, estque aut *Geometrica*, aut *Arithmetica*.

Quod ad Geometricam aequalitatem magnitudinis attinet, *duae rectae lineae magnitudine sunt aequales*, si ita altera alteri imponi potest, ut duo puncta extrema alterutrius conveniant cum duobus punctis extremis alterius. *Duae curvae lineae aequalem habent magnitudinem*, si extensae in rectas lineas (*rectificatae*, ut dicunt) aequales redduntur. *Duabus autem figuris rectilineis planis aequalis est magnitudo*, si utriusque spatium, sive area, lateribus inclusa, aequalis est. Quodsi *de aequali duorum corporum magnitudine* agitur, spatium intellgitur, inclusum superficiebus, idque *soliditatem corporis* vocamus. Haec aequalitas magnitudinis declaratur signo $=$ inter aequalia interposito. Quocirca $a = b$ est enunciatio Categorica affirmans aequalitatem magnitudinis.

Quodsi a et b sunt *numeri*, sive Quanta Arithmetica, enunciatio $a = b$ dicitur aequatio Arithmetica, sive simpliciter *aequatio*, cujus membra sunt a et b, quae ex pluribus numeris, qui ejus *termini* dicuntur, composita esse possunt. Ita in aequatione $a + b - c = d - e + f$ utrumque membrum ex tribus constat ter-

terminis, qui additionis et subtractionis signis conjuncti sunt. Alterutrum membrum etiam nullum esset potest, veluti $a - b = 0$, si $a = b$.

Sunt autem duo aequationum genera. Unum est earum enunciationum, quae declarant, esse duas formas ejusdem Quanti, sive duos diversos modos, quibus componatur, veluti

$$(a + b) + (a - b) = 2a$$
$$(a + b) - (a - b) = 2b$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$
$$\frac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + a^3 + \ldots\ldots$$
$$(a + b) = a^2 + 2ab + b^2.$$

Alterum genus est earum, quae plura Quanta ita inter se conjungunt, ut quodlibet ex reliquis componatur, atque igitur definiri possit, si Quanta componentia sunt cognita, veluti

$$a + b = c, de = f, g^3 = h, p^m = q.$$

In his quatuor enunciationibus, *c* est summa duorum numerorum a et b; *a* differentia inter c et b; *b* differentia inter c et a; *f* est productum ex factoribus d et e; *d* est quotus ex dividendo numero *f*, atque divisore *e*, sive est numerus fractus, cujus numerator est *f*, denominator autem *e*; *h* est productum ex tribus aequalibus factoribus *g*; *g* est radix tertia numeri *h*; *q* est numerus, cujus logarithmus est *m*,

si

si basis systematis Logarithmici est p; p est haec basis, si Logarithmus numeri q est m, et rursus, m est Logarithmus numeri q, si p est haec basis.

Arithmetica docet, quomodo, in singulis his enunciationibus, ex duobus Quantis cognitis tertium componi, atque igitur reperiri possit. Ita etiam fit in aequationibus, quae sequuntur, ubi Quantum incognitum litera x designatum est:

$$ax + b = c$$

$$ax^2 + bx = c$$

$$ax^3 + bx^2 + cx = d.$$

Solvere has aequationes, quod dicunt, nihil aliud est, nisi ope earum reperire, quomodo x ex his cognitis Quantis a, b, c, d, componatur, aut ita permutare aequationes, ut simplicissimus compositionis modus appareat, ita ut, si in locum universalium numerorum, determinati substituantur, x per hos numeros determinatos solito calculo exhibeatur. (Confer. §. 13.)

Si in ejusmodi aequatione complures numeri incogniti sunt, veluti $ax + by = c$, relationem indicat horum numerorum, ex qua etiam relatio inter illorum mutationes reperiri potest. Arithmeticorum est, ita convertere aequationem, ut simplicissimus appareat modus, quo duplex haec relatio exhibeatur. Veluti si fuerit $x = \frac{c}{a} - \frac{by}{a}$

erit

erit $\frac{\Delta x}{\Delta y} = -\frac{b}{a}$, ubi Δx et Δy indicant mutationes ipsius x et y.

Quod autem attinet ad aequalitatem formae, quam *uniformitatem* appellare possumus, difficile dictu videtur, quanam in re universe consistat, si ad unam definitionem generalem referre volumus eas definitiones, quas de diversorum Quantorum uniformitate dare solent Mathematici; ad quod accedit, ut in his definiendis non semper inter se conveniant. Quod nobis hac de re probabile videatur, paucis jam notavimus (p. 21.), quod hoc loco uberius est exponendum, quoniam agitur de notione ejus aequalitatis, quae in Geometria latissime patet, atque summi est momenti.

In omni Quanto duo consideranda dantur, forma atque magnitudo. Quid magnitudo sit vidimus. *Forma* est modus, quo quid compositum est. In hac Forma contemplanda magnitudinis partium atque limitum nulla habetur ratio, sed tantum modi, quo inter se conjunctae sunt, atque *totum quoddam* formant. Duo igitur Quanta uniformia sunt, si partes atque limites eodem modo inter se apta sunt et connexa; ex qua uniformitate, si accedit aequalitas magnitudinis, oritur aequalitas omnibus numeris perfecta. Sed

quo-

quoniam alia est compositio Geometricorum, alia Arithmeticorum Quantorum, exsistunt *duo uniformitatis genera*, alterum *Geometricae*, alterum *Arithmeticae*.

Cum recta linea utrumque designet, et *distantiam et directionem duorum punctorum* (p. 74.), haec in fundamentis posita est cujuslibet magnitudinis atque compositionis Quantorum Geometricorum. *Directione nititur modus compositionis, distantia autem magnitudo.* Verum ut Geometria non absolutam, sed relativam magnitudinem (p. 5.), neque absolutum in spatio locum (qui ne concipi quidem mente potest) sed relativum contemplatur; ita etiam non de *absoluta* sed de *relativa* directione agit, id est directiones inter se comparat, aut eas *per angulos definit.* Anguli igitur *formam* efficiunt Quantorum Geometricorum, quorum uniformitas consistit in aequalitate angulorum, quos inter se faciunt lineae et superficies. His positis, probabilis fit haec definitio: *Duo Quanta Geometrica uniformia, seu ad formam aequalia sunt, si rectae lineae, vel plana, quae aut sunt partes eorum, aut quae ipsa, eorumque partes componentes (triangula, et pyramides triangulares) includunt, in locis homologis aequales inter se formant angulos.* Quocirca duae lineae uni-

for-

formes sunt, si earum partes in locis homologis aequales formant angulos; ex quo continuo sequitur, *omnes rectas lineas uniformes esse*, quoniam earum partes in omnibus punctis eandem habent directionem, atque igitur anguli, quos inter se faciunt, ubique sunt nulli. Duo triangula sunt uniformia, si singuli anguli alterutrius aequales sunt angulis alterius, aut si duo latera cum tertio latere in alterutro angulos faciunt, aequales angulis homologis in altero triangulo. Duae figurae rectilineae planae uniformes sunt, si earum partes, id est, triangula homologa, quae formantur diagonalibus ductis in utraque figura, uniformia sunt.

Quod si de uniformitate corporum, superficiebus planis inclusorum, agitur, spectandi sunt anguli, quos inter se formant, id est inclinationes planorum. Ita duae pyramides triangulares sunt uniformes, si illarum plana homologa aequales habent inclinationes. Duae pyramides, quae non sunt triangulares, uniformes sunt, si sectionibus, quae apicem atque diagonales baseos transeunt, secantur in pyramides triangulares, ex quibus binae quaeque homologae sunt uniformes. Omnino quaelibet duo corpora, planis inclusa, sunt uniformia, si in ejusmodi pyramides uniformes secari possunt.

Si

Si autem linearum curvarum definienda est uniformitas, directiones minimarum partium, id est tangentium, ad puncta homologa spectandae sunt. Possunt igitur ad has directiones definiendas commode adhiberi anguli, quos tangentes faciunt cum axe, id est anguli, quorum tangentes Goniometricae sunt $= \frac{dy}{dx}$. Puncta autem homologa sunt ea, quorum abscissae sunt in ratione constanti. Positis igitur coordinatis alterutrius curvae y et x et alterius y′ et x′, loca homologa sunt definienda aequatione $x = ax'$, ubi *a* est numerus constans quilibet. Ut in his locis uniformitas adsit, necesse est, sit $\frac{dy}{dx} = \frac{dy'}{dx'}$, sed cum sit $dx = adx'$, sequitur $y : y' = x : x'$, origine abscissarum ita posita, ut y et y′ simul evanescant. Ergo requiritur, ut ordinatae sint in ratione abscissarum.

Veluti, si duae curvae Algebraicae sunt *primae classis*, est $y^2 = px + qx^2$, atque $y'^2 = p'x' + q'x'x'$. Quare, ut sit uniformitas, debet esse $y^2 : y'^2 = xx : x'x' = px + qx^2 : p'x' + q'x'x'$ aut $\frac{p}{x} + q = \frac{p'}{x'} + q'$; quae aequatio esse nequit, nisi $q = q'$, atque $p : p' = x : x' = y : y' = a : 1$. Ex quo sequitur esse uniformes

1, Om-

1, Omnes curvas parabolicas, quoniam in his est $q = q' = 0$.

2, peripherias circulorum. In his enim est $q = q' = 1$.

3, Omnes curvas ellipticas atque hyperbolicas, si in ipsis ratio inter majorem et minorem axem aequalis est. Tum enim est $q = q'$.

Harum autem curvarum uniformium ordinatae et abscissae in locis homologis in eadem sunt ratione atque parametri. Lineae, quae ex origine abscissarum ad puncta homologa ducuntur, in hac etiam sunt ratione, atque cum abscissis et ordinatis triangula uniformia faciunt.

Simili modo definiri potest uniformitas duarum figurarum planarum, quae curvis lineis sunt descriptae, atque corporum curvis superficiebus inclusorum. Itaque omnes figurae curvilineae, inclusae curvis uniformibus, sunt ipsae uniformes, ut figurae ellipticae, hyperbolicae, parabolicae. Haec uniformitas tribuenda est omnibus *circulis; cylindris* autem, si parallelogramma, *conis*, si triangula, ex sectione plani orta, quod axem transit, uniformia sunt. Omnia denique corpora uniformia sunt, quae revolutione figurarum uniformium efficiuntur, aut superficiebus uniformibus inclusa sunt. Sed cum hoc loco solum explicandum sit, quanam in re consistat uniformitas, haec sufficiant.

Si ad uniformitatem accedit aequalitas magnitudinis, lineae, figurae et corpora *omnibus partibus aequalia sunt*, veluti lineae rectae, quae magnitudine aequales sunt; circuli, eorumque peripheriae, atque globi, si radii aequales sunt.

At vero, quod inprimis animadvertendum est, quamvis *forma* consistat in *sola linearum et planorum directione*, atque igitur *solis angulis* definiatur, tamen cum ea arctissime cohaeret illa relatio inter latera, figuras et corpora, quam *rationem Geometricam* dicere solent, atque tanquam intermedia est inter directionum et magnitudinum aequalitatem. Veluti duae figurae rectilineae quaelibet, si uniformes sunt, habent (quod facile demonstrari potest) latera homologa proportionalia, atque omnes lineae rectae homologae, ductae in duobus circulis, sunt in ratione constanti radiorum. Universe omnes lineae rectae homologae, ductae in figuris curvilineis uniformibus, aut in corporibus uniformibus, sunt in ratione constanti. Areae figurarum et superficierum uniformium sunt in ratione quadrata laterum, aut linearum homologarum, quae in iis ductae sunt. Prismata, pyramides, cylindri, coni, atque universe omnia corpora, eorumque segmenta, si uniformia sunt, in ratione sunt

cu-

cubica laterum, diametrorum, aut aliarum linearum homologarum.

Ut autem ex uniformitate figurarum, superficierum, et corporum sequitur laterum et linearum homologarum proportionalitas, aut rationis aequalitas, ita ex hac proportionalitate sequitur earum uniformitas. Geometres ostendit, duo triangula esse uniformia, si latera sunt proportionalia; polygona esse uniformia, si eorum latera et diagonales sunt proportionalia.

Hoc arctissimo vinculo inter aequalitatem angulorum figurae, et rationis laterum, atque omnium circulorum uniformitate, efficitur, ut Geometres angulos non solum metiatur aut definiat per angulos, sed etiam per arcus circulorum, atque per rectas lineas in circulo vel ad circulum ductas, quas hanc ob causam vocant *lineas Goniometricas* (1), quarumque usus maximus est in sublimiore parte Matheseos, cum, radio posito = 1, quibuslibet meris numeris designandis inserviant. Nos ipsi uniformitatis curvarum notam modo petivimus ex aequalitate tangentium angulorum, sive ex aequatione $\frac{dy}{dx} = \frac{dy'}{dx'}$. Hac ratione exsistit

(1) A *γωνία* angulus et *μετρικὸς* ad mensuram pertinens. Hac igitur voce designantur lineae, quae mensurae angulorum inserviunt.

1. Nonnulla Quanta geometrica uniformia sunt, si *rectae lineae*, *quae sunt earum partes*, in locis homologis aequales inter se formant angulos.

Haec Quanta sunt *linea recta ipsa*, *linea curva*, *linea composita* aut ex rectis aut ex curvis, aut partim ex rectis, partim ex curvis lineis.

2. Nonnulla Quanta .... *si plana*, *quae sunt illorum partes*, in locis ... formant angulos.

Haec Quanta sunt *Quanta composita ex planis*, *superficies curvae*, *Quanta composita ex superficiebus* aut curvis, aut partim curvis, partim planis; *superficies corporum*, quae si uniformes sunt, etiam corpora ipsa sunt uniformia.

3. Nonnulla Quanta .... si *lineae*, *quibus includuntur*, in locis ... formant angulos.

Haec Quanta sunt *triangula rectilinea*.

4. Nonnulla Quanta ... *si plana*, *quibus includuntur*, in locis ... formant angulos.

Haec Quanta sunt *pyramides triangulares*.

5. Nonnulla Quanta .... *si lineae*, *quibus includuntur eorum partes componentes*, *quae sunt triangula rectilinea*, in locis ... formant angulos.

Haec Quanta sunt *figurae planae rectilineae*, quae quatuor aut pluribus lineis sunt inclusae, — *figurae planae inclusae curvis lineis*, *aut partim curvis*, *partim rectis*, ut *sectores* et *segmenta* duorum circulorum, si anguli ad centrum aequales sunt. At vero si lineae, quae figuram constituunt, in diversis sunt planis, requiritur, ut in locis

cis homologis haec plana aequales inter se forment angulos.

6. Nonnulla Quanta ... *si plana, quae includunt eorum partes componentes, quae sunt pyramides triangulares*, in locis ... formant angulos.

Haec Quanta sunt *pyramides* pluribus, quam quatuor planis inclusae, *Prismata*, aliaque corpora, aut planis aut curvis, aut partim planis, partim curvis superficiebus inclusa.

§. 35. *De forma Grammatica enunciationum.*

Oratio constat ex signis, voce prolatis, quibus cogitata nostra non solum cum aliis communicare, sed etiam menti tanquam adfigere possumus, ne ex ea excedant. Magna praeterea praebent commoda in secernendis, componendis, et distinguendis notionibus, atque in dirigenda meditatione, ne temere oberret Denique cum visa et visiones, sensu et imaginatione allata, majore luce splendeant, graviusque animum impellant, quam notiones et judicia, haec plerumque obscurare et debilitare solent. Quare adesse debet aliquid, quod etiam in sensus cadat, atque cum notionibus et judiciis ita conjunctum sit, ut non solum iis lucem et vigorem adferat, verum etiam secundum leges, quas socie-

tatis idearum dicunt, efficiat, ut, si animo revocatur, illa simul revocentur. Id autem quid aliud est, nisi signum quodlibet rei, aut auribus aut oculis, nonnunquam aliis etiam sensibus perceptum; cujus generis etiam sunt signa, quibus, sibi propriis, utitur Mathesis (1), atque lineae, circuli, et figurae rectilineae, quae in Logica nonnunquam adhiberi solent, quo melius ejus praecepta illustrentur, atque animo retineantur. Sed inter haec omnia signa praeclare lucent *Orationis voces*, quarum usus ita excoluit homo atque extendit, ut eas etiam scriptis et typis mandare, oculisque tradere didicerit; quo factum est, ut majores cum posteris, absens cum absente, surdus cum surdo sua cogitata atque animi sensus et motus communicare possit.

Ut autem *Arithmeticae* est ostendere, quomodo omnes numeri per decem characteres, quas *cifras* dicunt, exprimantur, ita *Grammaticae Generalis* est, docere, quomodo omnia genera eorum, quae cogitantur et percipiuntur, diversis vocum generibus declarari possint et soleant. Quae investigatio, ut ratione et via progrediatur, attendendum est ad enunciationis categoricae na-

tu-

(1) §. 20. p. 27.

turam et partes. Omnia enim cogitata manifestantur enunciationibus, quae aut ipsae sunt categoricae, aut harum enunciationum *relationes* indicant. Cum autem omnia judicia categorica constent ex *subjecto*, *copula*, *praedicato* seu *nota subjecti*, atque in cogitando diversis modis *conjungantur* et *comparentur*, sequitur, esse quatuor genera cogitationum oratione declaranda: *subjectum*, *copulam*, *notam subjecti* atque *relationem judiciorum*.

Grammatici linguae voces etiam in genera diviserunt, quas *Orationis partes* appellarunt. Sed quoniam eadem cogitata variis modis oratione declarari possunt, non eadem sunt cogitationum atque Orationis genera. Quod ut pateat, paucis notabimus, quibusnam Orationis partibus haec quatuor cogitationum genera indicari soleant.

1. *Subjectum enunciationis* est omnis persona (ego, tu, nos, vos, Euclides), omnis natura, aut res singularis, substantia seu vera seu ficta, omne genus et species naturarum et rerum (animal, avis, homo, senex), omnis copia aut numerus personarum (coetus, turba, caterva, populus, exercitus), aut rerum ejusdem generis (grex, thesaurus auri, acervus tritici). At vero, si, quod saepe fit, seorsim ju-

 di-

dicatur de nota, quae praedicato, ut magis definiatur, tribuenda sit, ipsum praedicatum mutatur in subjectum, ejusque nota in praedicatum, veluti: *aequalitas figurarum duplex est*; id est, figurae sunt aequales dupliciter. Accidit etiam, ut subjecti ipsius locum occupet sua nota, veluti, si dicitur: *pietas, sapientia et virtus laudandae sunt*, id est, homines pii, sapientes, et virtute praediti laudandi sunt. Quaelibet igitur nota, aut notio rei subjectum alicujus enunciationis esse potest; quin etiam fieri potest, ut tota enunciatio alius enunciationis subjectum sit. Quocirca subjectum declaratur per quodvis nomen *Substantivum*, quod dicunt, proprium aut commune, rem aut attributum designans, deinde per quamlibet vocem, quae, ut Grammatici loquuntur, *substantive sumitur*.

2. *Copula* designatur tertia persona verbi substantivi *sum*, id est voce *est*, aut voce *sunt*, si substantivum plurali numero denotatur. Haec autem vox in omibus linguis *exsistentiam* quoque rei indicat, veluti: *spatium est*, *materia est*, *anima est*, *deus est*, cogito ergo *sum*; — cujus causa per se patet. Nam vere Quintilianus (1), „primum, ait, oportet subesse ali-

„ quid,

(1) Instit. Orat. Lib. 5. C. 5. Sectio 6.

„ quid, de quo judicatur: quod, quid sit et „ quale sit, non potest aestimari, nisi prius „ esse constiterit." Id autem *esse* plerumque declaratur vocibus, quae significant hominis actiones, per quas ostendit aliis, *se esse*, aut suam exsistentiam et praesentiam ipsis manifestat. Ejusmodi actiones sunt v. c. *vesci*, *ire*, *spirare*. Hinc voces *es*, *est*, *esto*, *esse*, *essem* ab *edere* (*vesci*). Germanicum *er isst* atque *er ist* fere idem sonant. Hinc cognatio vocis *εἶμι*, *eo*, et *εἰμι sum*, unde Bat. *zyn*, *is*, atque Germ. *seyn*; vox Batava *ik ben* Germ. *ich bin* a *βαίνειν*, (*βῆμι*) ire, unde etiam Bat. *been*, *baan*; Germ. *Bein*, *Bahn*; vox Latina *fui*, *fio* a Graeca voce *φύω*, *φυΐω*, *φίω* *spiro*. Hoc in causa est, cur in omnibus linguis maxima sit anomalia in Conjungatione verbi *sum*, quoniam id ex pluribus vocibus, quae diversas actiones, quibus exsistentia declaratur, significant, conflatum est.

3. Ad *substantivum* et vocem *est*, ut enunciatio completa sit, tertium vocis genus accedere debet, quod ejus *praedicatum* repraesentet. Hoc autem praedicatum, cum sit nota subjecti, eodem vocis genere designandum est, quo aliae notae subjecti, quae non sunt enunciationis praedicata. Quaelibet etiam nota sub-

jec-

jecti, si nova enunciatione exhibetur, fit praedicatum hujus enunciationis, velut in his, quae non re sed verbis differunt: *triangulum aequilaterum est aequiangulum*, atque *triangulum, quod aequilaterum est, est aequiangulum*. Vox *aequilaterum* indicat in priore enunciatione notam subjecto additam, in posteriore autem praedicatum enunciationis, ubi vox *quod* adhibita est, ut repetitio Substantivi effugeretur. Eam partem Orationis, qua praedicata enunciationis et nomine subjecti repraesentantur, Grammatici dicunt *Adjectivum*, et merito quidem, quoniam adjiciendum est *Substantivo* et cum ipso conjungendum ad repraesentandas notas ejus rei, quae Substantivo indicatur. Quare etiam in iis linguis, in quibus Adjectiva sunt declinabilia, haec plerumque cum Substantivis numero genere et casu conveniunt. Substantivum enim et Adjectivum ad unam eandemque rem aut notionem referuntur.

Ut attributa rerum, ita etiam Adjectiva maxime inter se diversa sunt. In quibus praecipue notanda est illa differentia, quod aliae ad subjecti *argumentum*, aliae ad *sphaeram* ejus (§. 1.) definiendam adhibentur. Prioris generis sunt, quae aliquam subjecti *qualitatem* denotant, ut *rectus*, *acutus*, *triangularis*, *perpendicula-*

ris

ris; posterioris, quae *quantitatem* subjecti et enunciationis definiunt (1), veluti, *multi*, *plures*, *pauci*, *omnes*, *nemo*, *nonnulli*, *unum*, *duo*, atque universe omnia Adjectiva *numeralia*, quae *Arithmetica* appellare possumus. Arithmetica etiam, ut vidimus, hos numeros per se, atque igitur abstractos a subjectis contemplatur, atque inter se comparat. (2)

Quoniam *nota notae Subjecti* eadem est, atque *nota Praedicati*, sequitur utramque eadem Orationis parte, quam *Adverbium* dicunt, declarari. In enunciatione: *linea est oblique insistens lineae* vox *oblique* est nota praedicati, (*insistens*); sed in enunciatione: *linea oblique insistens lineae*, *facit angulum acutum et obtusum*, eadem vox est notae subjecti (*insistens*) nota.

Cum Adverbium referatur ad Adjectivum, quod per se, sublato Substantivo, nullius est generis numeri aut casus, ipsum etiam *declinabile* esse nequit. Plerumque designat aut *qualitatem*, veluti, *probe*, *recte*, *bene*, *fortiter*; aut *quantitatem*, ut *valde*, *admodum*, *parum*; aut locum et tempus, ut, *hic*, *ubi*, *nunc*; aut numerum et

(1) Conf. §. 32. p. 89.
(2) Conf. §. 9. seq. p. 10 seqq.

et *repetitionem actionis*; veluti *bis*, *semel*, *iterum*, aut etiam *modalitatem*, ut, *certe*, *nimirum*, *profecto*, *necessario forsitan*; quae postremae voces etiam declarant, qualis sit assensio, quam enunciationi tribuimus.

Illa quidem Adverbia, quae *qualitatem* indicant, plerumque formantur aliqua flexione eorum Adjectivorum, in quae mutantur, si nova enunciatione haec Adjectiva redduntur Substantiva. Eodem modo haec Substantiva flexione horum Adjectivorum formantur. Ita si enunciatio: *figurae sunt dupliciter aequales*, mutatur in: *aequalitas figurarum duplex* est; Adverbium *dupliciter* mutatur in Adjectivum *duplex*, atque Adjectivum *aequalis* in Substantivum *aequalitas*; ita tamen, ut ortus, atque convenientia vocum appareant.

Nonnulla Adverbia, quae locum indicant, possunt etiam enunciationes inter se conjungere, atque interrogationi inservire, veluti, *ubi*, *unde*.

Quodsi notas subjecti atque praedicata vocamus *notas primi ordinis*; notae praedicatorum, sive notarum subjecti vocandae sunt *notae secundi ordinis*. Sunt etiam *notae tertii ordinis*, quae itidem Adverbiis indicantur, velut in enunciatione: *Opus*, *admodum fortiter susceptum*, *sat cito relictum est*. In hac enunciatione

ne subjectum est *opus; susceptum, relictum* sunt nomae primi ordinis; *fortiter*, *cito*; sunt secundi ordinis; *sat* et *admodum* tertii ordinis, sive Adverbia secundi ordinis. Haec Adverbia secundi ordinis fere semper indicant aliquam quantitatem extensivam, seu intensivam, veluti *admodum*, *valde*, *magis*, *maxime*, *aliquanto*, *paulo*, *satis*, *aeque*. In nonnullis linguis flexione aliqua, et compositione Adverbii primi ordinis declarantur, adeo ut in his linguis adverbia secundi ordinis minus sint necessaria. Ita in Latina lingua pro *magis*, *maxime*; *admodum*, *valde celeriter*, etiam dicitur *celerius*; *celerrime*, *perceleriter*. Idem fit, si haec Adverbia secundi ordinis adhibentur pro Adverbiis primi ordinis, atque igitur cum Adjectivis conjunguntur, veluti *magis*, *maxime*, *admodum*, *valde celer*. Tum enim eodem modo Adjectivum, flexione et compositione aliqua, has quantitatis notas accipit, veluti *celerior*, *celerrimus*; *perceler*. Has notas *gradus* dicunt.

4. Neque tamen sufficit, ut singula judicia Categorica idoneis vocabulis repraesentari possint, sed requiritur etiam, ut adsint vocabula, quibus vinculum et nexus inter enunciationes ipsas, aut *relatio* alius enunciationis ad aliam significetur. Haec vocabula a Grammaticis *Conjunctiones* appel-

pellari solent, quoniam plerumque voces inter se conjungunt.

Ex diversa autem relatione enunciationum oriuntur varia Conjunctionum genera, quae fere sunt:

a. Prima *relatio* cernitur in enunciationibus categoricis simpliciter compositis seu copulativis, ubi diversa subjecta aut praedicata inter se sunt conjuncta. Voces, quibus conjunguntur, *conjunctiones copulativae* seu *connexivae* appellantur, atque sunt *et*, *ac*, *atque*, *etiam*, *quoque*, *que*, *cum-tum*, *non*, *neque*, *sive*. Si sibi oppositae sunt enunciationes componentes, quod imprimis tum contingere solet, quando alterutra est negans, altera affirmans, quaeque *adversativae* dici solent, adhibetur etiam vox *sed*, *autem*. Easdem conjunctiones copulativae etiam diversas enunciationes hypotheticas, et disjunctas, atque terminos prioris membri enunciationis hypotheticae inter se conjungunt. Possunt etiam unire duas enunciationes, quibus nihil est commune; ut *parallelogrammi anguli oppositi sunt aequales, atque quadratum figura est regularis*. Aliqua etiam inter has enunciationes relatio esse debet, quae tamen admodum diversa est, atque ex contextu orationis pendet. Si nulla est relatio, conjunctio fit absurda; veluti,

luti: *Parallelogrammum est figura quadrilatera*, *atque Arithmetica est pars Matheseos.*

b. Alia est *relatio* inter membra enunciationis *hypotheticae*, sive relatio *principii* ad ejus *consequens*, quae designatur conjunctione *conditionali*, *si*, *si non*, atque nonnunquam etiam vocibus, *siquidem*, *nisi*, *modo*, *dummodo*. In his enunciationibus ex veritate prioris sequitur veritas posterioris, atque ex falsitate posterioris falsitas prioris membri.

c. Tertia est in enunciationibus *disjunctis*, quae est relatio inter *partes sphaerae notionis*, atque conjunctionibus disjunctis, *vel*, *aut*, et similibus declaratur. In his enunciationibus ex veritate unius membri sequitur falsitas reliquorum.

d. Quarta est, qua statuitur, utramque enunciationem posse esse veram, aut ex veritate prioris non consequi falsitatem posterioris. Prior designatur conjunctionibus, quas vocant *concessivas*, *quamvis*, *ut*, *etsi*, *etiamsi*, *quanquam*, *licet*, *quidem*; posterior aut nullis, aut conjunctionibus dictis *adversativis*, *tamen*, *nihilominus*.

In his notandum est, priorem enunciationem posse esse problematicam aut assertoriam, aut apodicticam. In latina lingua plerumque *problematica* illa *enunciatio* indicatur *Conjunctivo modo*. Exempla sunt: *honestum*, *etiamsi in alio*

cernimus, *tamen nos movet: homo*, *quod crebro videt*, *non miratur*, *etiamsi*, *cur fiat*, *nescit*: *quod turpe est*, *id*, *quamvis occultetur*, *tamen honestum fieri nullo modo potest.* Ita Cicero de animorum immortalitate disputans, priores enunciationes problematicas ponit. *Quod*, ait (1), *si ita sit* (animos esse mortales), *quid habet ista res aut laetabile aut gloriosum?* .... *Ut rationem Plato nullam afferret*, *ipsa auctoritate me frangeret.* Posterior enunciatio etiam *problematica* esse potest, quando adhortationem, praeceptum, desiderium indicat, veluti in eo praeclaro loco ad finem disputationis de animi immortalitate (2): *sin autem nihil denuntiabitur*, *eo tamen simus animo*, etc.

e. Enunciatio potest aliam *ponere*, sed diversis modis, quorum duo inprimis sunt observandi. Unus modus est, cum praedicatum prioris enunciationis ponit, aut efficit illam rem, quae indicatur posteriore, veluti: *Geometria demonstrat*, *haec Quanta esse aequalia*, id est: demonstrat aequalitatem horum Quantorum; *optat*, *ut sibi detur: sol efficit*, *ut omnia floreant.* Alter modus est, cum prior enunciatio designat modum, auxilium, artem, viam, quibus per-

(1) Disp. Tusc. I. 21.
(2) Disp. Tusc. I. 49.

pervenitur ad propositum finem, sive ad efficienda ea, quae posteriore enunciatione declarantur, veluti: *specula inventa sunt, ut homo se ipse nosceret: linea ita ducenda est, ut dividat angulum aequaliter.* Batava lingua indicat hos modos conjunctionibus, *dat*, *opdat*, *zoodat*; latina lingua voce *ut*, aut aliis modis. Hae etiam conjunctiones *ut*, *quod*, et similes adhiberi solent, quando posterior enunciatio subjectum est prioris, adeo ut non plures, sed *una* sit enunciatio, veluti: *a sole efficitur, ut omnia floreant: magnum beneficium est naturae, quod necesse est mori* (1).

f. Alia relatio consistit *ordine*, sive cogitationum, sive temporis, quo ea fiunt aut sunt, quae enunciationibus declarantur. Cum autem ordo et tempus indicentur Adverbiis, conjunctiones, quae hanc relationem repraesentant, plerumque sunt Adverbia, aut ab iis ortae. Ordinem cogitatorum declarant conjunctiones (*ordinativae*), *primum*, *deinde*, *praeterea*, *denique*; temporis autem, *quando*, *cum*, *antequam*, *postquam*, *simulac*, *simul ut*, *ut primum*. Est autem aliqua convenientia inter eas, quae *causam* sive *conditionem*, et quae *ordinem temporis* indicant, quoniam id causae proprium est, ut

(1) Senec. Epist. 101.

ut tempore antecedat iis, quae efficit. Quare duo haec diversa genera in linguis saepe confunduntur, veluti conjunctiones *quando*, *quandoquidem* et *cum* etiam causam designant. Germanica vox, *wenn*, atque *Gallica*, *quand*, indicant tempus et conditionem.

g. Septima denique relatio est, quae cernitur in concludendo, seu *Syllogismis*, de quibus deinde agetur. Haec igitur tribus modis esse potest.

Si *enunciatio* est *conclusio Syllogismi*, id est, si ex alia colligitur, id denotatur conjunctionibus (*conclusivis*), *quare*, *ergo*, *itaque*, *igitur*, *idcirco*, *proinde*, *ita ut*.

Si *enunciatio* est alterutra *praemissa Syllogismi*, aut si ex ea alia colligitur enunciatio, accipit conjunctiones (*causales*), *nam*, *enim*, *quia*, *quoniam*, *quod*, *quandoquidem*, *cum*.

Praemissa minor Syllogismi designatur etiam conjunctionibus (*subsumtivis*), *atqui*, *sed*, *at vero*.

His Orationis partibus, quas memoravimus, *Substantivis*, *Copula*, *Adjectivis*, *Adverbiis* atque *Conjunctionibus* omnia cogitata nostra declarari possunt. Attamen, quae lingua *has solas* possideret, venustate et ubertate careret maxime, atque nimia uniformitate laborans cum aures tum mentem obtunderet. Sermo esset accom-

commodatus ille quidem ad intelligentiam, sed minus aptus naturis, quae non intelligentia sola, sed etiam *imaginatione* praeditae sunt, atque sensu pulchri bonique, multisque cupiditatibus et motibus animi afficiuntur.

Verum, qualis homo, talis sermo est. Variis ipse dotibus instruetus, suum etiam sermonem multis dotibus instruxit, et locupletavit maxime. Omnis lingua, paulo excultior, eam possidet copiam et facultatem, qua intimi animi sensus diversis modis exprimi, qua mentes aliorum allici, voluntates impelli, et deduci, animi motus excitari et deleniri possunt. Longum est egregium hunc Orationis thesaurum exponere, neque huic loco aptum est. Verbo solummodo attingemus ea, quae sunt et gravissima et maxime universalia.

1. Antiquissimis temporibus, linguisque nondum scriptura, artium et doctrinarum studiis excultis, tota enunciatio plerumque una sola voce declarabatur; id quod magna parte omnibus in linguis remansit. Etenim illa pars Orationis, quam *Verbum* per excellentiam dicunt, in se continet et praedicatum et copulam. Praeterea denotat *modalitatem* enunciationis (per modos, quos dicunt Indicativum, Subjunctivum, Optativum) pluresque deinde notas ipsius praedi-

dicati; inprimis, utrum sit actio, perpessio, an status, conditio, ortus, eventus, corporis et animi affectio quaedam; utrum absoluto, id est omni tempore, an tempore praesenti, praeterito, vel futuro praedicatum subjecto tribuatur, atque quaenam sint temporum relationes in diversis enunciationibus inter se conjunctis. Veluti si dicitur: *centrum circuli aeque distat ab omnibus peripheriae punctis*. Verbum *distat* idem declarat quod voces, *est distans*, aut *remotum*; simulque denotat *tempus absolutum* (sub forma praesentis temporis), id est, hanc aequalem distantiam ab omnibus peripheriae punctis esse attributum constans et perpetuum centri circuli, nulloque in tempore mutari; deinde, cum diversum sit a *distet*, enunciationem non esse problematicam, sed *assertoriam*, aut *apodicticam*, denique non actionem, neque perpessionem, sed conditionem, naturamve centri indicari. Quin etiam, in recentioribus atque antiquis linguis, ut in lingua Latina, Graeca, Italica, aliisque, una vox saepissime totam repraesentat enunciationem categoricam, aut aliquod membrum enunciationis hypotheticae, veluti: *pluit*, *lucescit*, *repuerascit*, *rogarem*. Comparatis inter se septem his enunciationibus categoricis, *rogo*, *roges*, *rogabat*, *rogaremus*, *rogabunt*, *rogavero*, *rogami-*

mini, multisque aliis ex eodem Verbo *rogare* ortis, apparet, uno vocabulo indicari, utrum subjectum sit primae, secundae an tertiae personae, singularis an pluralis numeri, quaenam sit enunciationis modalitas, ejusque relatio ad alias, et quaenam notae praedicato, temporis, actionis, perpessionis, conditionis et eventus ratione, tribuantur. Haec omnia manifestantur aut sola flexione quadam, sive mutatione verbi, quam Grammatici *Conjugationem* appellant, aut adhibitis simul in auxilium aliis Verbis, ut in Batava lingua, *zijn*, *hebben*, *zullen* ad tempus; atque *kunnen*, *mogen*, *moeten*, *zouden*, ad modalitatem et relationem enunciationis; *worden* ad *perpessionem*, et *ortum* significandum. Hac Conjugatione prodeunt etiam voces, quarum singulae duas simul enunciationes repraesentant, ex quibus prior ponit posteriorem. Tales voces sunt Verborum modi, quos dicunt *Imperativos*, veluti vox, *roga*, id est, *volo*, *obsecro*, *admoneo*, *praecipio*, *ut roges*. Quare saepe pro Imperativo tota posterior enunciatio, omissa priore, adhibetur, ut, *roget* (*dat hij vrage*, *qu'il demande*).

Ut autem alia Verba, ita etiam Verbum *sum* unde copula *est*, Conjugatione aptum redditur ad numerum et personam subjecti, ad tempus,

quo

quo quid sit, modalitatemque enunciationis repraesentandam, veluti: *sum*, *sis*, *esset*, *erant* etc. Has etiam notas, si cum adjectivis et participiis hoc Verbum conjungitur, enunciationibus ipsis tribuit, ut *contentus sum*, *sis*, *erant*, *esset* etc. Simili ratione in nonnullis linguis, ut diximus, alia Verba, quae idcirco *auxiliaria* solent appellari, adhibentur, veluti Batava, *hebben*, *worden*.

Cum omne Verbum in se contineat praedicatum aliquod, nova nota ipsi addi potest, quae est *nota praedicati*, aut *Adverbium*; unde etiam ipsum nomen significat id, quod *ad Verbum additum est*. Hoc in causa est, cur Verbo *sum*, si solam copulam indicat, nullum tribuatur Adverbium. Nam si dicitur: *vere contentus est*, vox *vere* non copulae, sed Adjectivo *contentus* conjungenda est. Quodsi vero exsistentiam aut praesentiam indicat, Adverbium ipsi adjungi potest, ut: *vere est deus*; *hic est*. Unde ambiguitas oriri potest, quae Orationis contextu, et verborum ordine tollenda est, veluti: *vere est benigna providentia Dei*. Alia est enim significatio si *vere* cum *est*; alia, si cum Adjectivo *benigna* conjungitur.

2. Quamvis autem Verbum universe praedicatum, et copulam, et in multis etiam linguis

sub-

subjecti personam, aliaque simul contineat, tamen ex eo per Conjugationem oriuntur voces nonnullae, quae nullam neque personam, neque copulam, neque modalitatem repraesentant, sed quae aut Adjectivorum aut Substantivorum locum occupant. Priora dicuntur *Participia*, posteriora *Infinitivi*. In utrisque tamen ita plerumque cernitur vis Verbi, ut tempus, actionem aut perpessionem aut conditionem, eventum aut ortum declarent, ut: *rogans*, *rogaturus*, *rogatus*, *rogandum*, *rogare*, *rogasse*, *iturus*, *ire* et similia. Haec diversa vis aut per formam solam Verbi sive Conjugatione indicatur, aut in auxilium adhibito Verbo Substantivo, ut: *rogatum esse*, *rogaturum esse*, Bat. *verzocht zijn* .. aut aliis verbis *auxiliarlis*, veluti: *rogatum iri*, Bat. *verzocht hebben*, *en hebbende*, *verzocht worden en wordende*, *zullen en zullende verzoeken*. Haec verba auxiliaria in multis linguis recentioribus conjunguntur cum participiis et infinitivis ad declarandum tempus, actionem et perpessionem, veluti: Bat. *ik zal zien*, *ik worde gezien*, *ik heb gezien*.

3. In sermone tria distinguuntur, *is qui loquitur*; *is ad quem loquimur*; *is aut id*, *de quo loquimur*. Haec Grammatici dicunt *personas*, quamvis tertia persona etiam res, qualitas et numerus

esse potest. In omnibus autem linguis, aliquantum excultis, vocabula sunt, quae non solum has personas repraesentant, sed etiam illud subjectum et judicium, quod in antecedentibus enunciatum erat, designant, aut, ut ita dicam, in memoriam revocant, quod plerumque fit, ne eaedem voces repetantur. Saepe etiam ei, quod revocant, novam simul addunt notam. Haec vocabula, quae *Pronomina* vocantur, in tria genera dividi possunt.

Quae primi sunt generis indicant *simpliciter* tres illas personas, atque igitur semper *Substantiva* sunt, ut *ego*, *nos*, *tu*, *vos*, *ille*, *illi*; quae tamen vocabula in nonnullis linguis, ut Latina, Graeca, Italica plerumque omittuntur.

Pronomina secundi generis ita res et personas indicant, ut novam simul ipsis notam *externam* addere possint, quae nota plerumque declarat aut locum earum, aut ordinem. Ita pronomina *demonstrativa* oculis quasi ostendunt rem ipsam, *relativa* indicant rem, de qua agitur in praecedentibus; quare etiam, sed alio modo quo conjunctiones, enunciationes copulant. Ob hanc notam, quam afferunt, fere omnes cum iis Substantivis, quae monstrant, conjungi possunt, ut *hic*, *is*, *iste*, *ipse*, *homo visus est*. — *ego ipse*, *ille ego*. Pronomina *interrogativa*, ut omnes interroga-

tio-

tiones, indefinitum quid proponunt, quod definiendum est responsione. Pronomina personalia *Reciproca*, quae, ut omnes casus obliqui, relationem ad aliquid denotant, praedicatum ad subjectum ipsum referunt.

Pronomina tertii generis sunt *mere Adjectiva*, atque personarum aut rerum, de quibus agitur, attributa designant. Hujus generis sunt Pronomina, quae *possessiva* dicuntur.

4. Multis linguis sunt voces, quae additae substantivis, aut vocabulis substantive sumtis, declarant, utrum ea totam notionis sphaeram indicent, an aliquid ex ea sphaera sumtum, seu definitum, seu indefinitum, veluti: *een man*, *de man*. Inserviunt etiam generibus substantivorum notandis. Hae voces dicuntur *Articuli*, quorum tamen usus in diversis linguis magnopere differt. Propter magnam eorum cognationem cum Pronominibus cum ipsis saepe confunduntur.

5. Notae, seu praedicata Subjecti, primi et secundi ordinis non solum Adjectivis, Verbis, Participiis, Pronominibus et Adverbiis, sed etiam *Substantivis* declarantur. Quod diversis fit modis.

a. Si utrumque, et subjectum et praedicatum enunciationis, notionibus superioribus et inferioribus, atque igitur Substantivis, *genera et species* designantibus, exprimitur, veluti: *omnia* *qua-*

quadrata sunt parallelogramma; nonnulla parallelogramma sunt quadrata; hoc quadrilaterum quadratum est; Geometria disciplina utilissima, agit de Quantis extensis.

b. Subjecto et praedicato multae possunt esse *notae externae*, sive relationes ad alia subjecta. Has relationes linguae repraesentare solent aut *flexione* quadam eorum Substantivorum, quibus haec subjecta designantur, aut ipsis addendo voces, quas dicunt *Praepositiones*, aut utroque modo. Hanc flexionem Substantivorum vocant *declinationem*, ejusque diversos modos *casus*, qui singuli, eodem modo, quo Praepositiones, *diversas* indicant *relationes*. Praepositiones ipsae, paucis exceptis, proprie *locum* et *directionem* significant, quae significatio metaphorice transfertur ad res internas.

Relatio subjecti ad subjectum, quod ab eo diversum est, plerumque notatur aut *Genitivo casu*, aut *Praepositione*, ut *latera trianguli* Bat. *de zijden van eenen driehoek*. Ita in enunciatione: *nemo sine virtute beatus esse potest*, vox *sine virtute* pertinet ad Substantivum *nemo*, non ad *beatus* neque ad *potest*. Enunciationis: *circa flumina frequens nebula est*, vox *circa flumina* conjungenda est cum Substantivo *nebula*. Enunciatio: *communis utilitatis derelictio*

est

est contra naturam, duas designat relationes. Ita enim Logice sumenda est. *Derelictio communis utilitatis est derelictio contra naturam*, id est, repugnat naturae.

Hic Genitivus casus, aut modus, quo haec subjectorum relatio indicatur, idcirco etiam memorabilis est, quod, eo adhibito, pleraeque enunciationes categoricae in alias, non mutato sensu, converti possunt, ita quidem, ut nota primi ordinis in subjectum, nota secundi in notam primi, nota tertii in notam secundi ordinis mutetur; quod v. c. fit, si enunciationem: *homines admodum varie judicant*, in hanc mutamus: *admodum varia sunt hominum judicia*. Haec mutatio, quae est frequentissima in omnibus linguis, etiam efficit, ut parvus sit Adverbiorum numerus, inprimis eorum, quae sunt secundi ordinis.

Praedicatorum autem enunciationis relationes ad alia subjecta maxime diversae esse possunt, quae igitur variis casibus et praepositionibus indicantur. His inprimis designatur res et persona, quae actione ponitur, efficitur, aut in quam agitur; — aut finis, quem spectat actio; aut modus, auxilium, instrumentum, tempus et locus, quibus fit actio, aut quibus quid evenit. Quare etiam Substantiva, has relationes de-

designantia, cum suis Adjectivis saepe locum occupant Adverbiorum. Ita enunciatio: *corpus admodum celeriter movetur*, in hanc mutatur: *corpus magna celeritate movetur.*

Caeterum cum relationes praedicati ad res et personas aut praepositione, aut casibus, aut utroque modo significentur, patet, cur non solum Adjectiva, verum etiam Verba, quae semper praedicatum aliquod includunt, dicantur *aliquem regere casum*, sive omissa, sive addita Praepositione. Ut hae relationes magis distincte exprimantur, multa sunt in omnibus linguis vocabula, in quorum compositione sunt *Praepositiones.* Sunt etiam linguae, quae *solis Praepositionibus*, *non flexione Substantivorum*, designant relationes.

Ex his, quae exposita sunt, perspicitur munus diversarum Orationis partium in declaranda materia et forma et relatione enunciationum. Alia, quae multa et gravia in Grammatica Universali de hoc loco explicantur, praetereunda nobis sunt. Quae autem notavimus, cognitu necessaria nobis visa sunt, ut usus Logicorum praeceptorum in Mathesi, aliisque disciplinis, melius intelligeretur.

Quod ad *Interjectiones*, quas dicunt, hae nihil faciunt ad ea, de quibus agimus. Sunt enim voces, quibus motus animi exprimuntur, quorum con-

tem-

templatio neque ad Logicam, neque ad Mathesin pertinet.

§. 36. *De Enunciatione hypothetica simplice.*

Si duobus judiciis α et β ea est relatio, ut α non possit esse verum, nisi β etiam verum sit, judicium β dicitur consequi ex judicio α. Hanc *relationem*, dictam *consequentiam*, declaramus enunciatione, quae vocatur *hypothetica*, seu *conditionalis*; quae, si *simplex* est, hac formula indicatur: *si* α *est*, β *est*, aut *si* α *verum est*, β *verum est*. Enunciationes α et β ejus *membra* dicuntur, *materiamque* ejus constituunt. *Forma* autem est ipsa *consequentia*, quae plerumque voce *si* designatur (1). Prius membrum appellari solet *hypothesis*, sive *conditio* (*principium*, *antecedens*, *ratio*), posterius autem *thesis* (*consequens*, *conditionatum*). Si subjectum et praedicatum membrorum literis A, B, C, D repraesentantur, formula est: *si A est B*, (*etiam*) *C est D*, aut si, quod saepissime fit, utrique membro idem est subjectum: *si A est B*, (*etiam*) *est* C. Sed α et β possunt etiam es-

(1) Confer. p. 121. b.

esse ipsa judicia hypothetica et disjuncta, atque *α* ex pluribus judiciis esse compositum.

Enunciatio: *si α est, β est*, potest esse vera, etiamsi utrumque membrum falsum sit; atque rursus esse *falsa*, etiamsi utrumque membrum *verum* sit. Sed si enunciatio vera est, atque *β* falsum est, *α* necessario falsum est.

Quocirca enunciatio hypothetica simplex constat ex duabus enunciationibus *problematicis* *α* et *β*, eaque affirmat *β* consequi ex *α*. Velut enunciatio: *si populorum jussis jura constituuntur, jus esse potest latrocinari*: ex duabus categoricis constat: *ponamus populorum jussis jura constitui, atque jus esse posse latrocinari*. Neutra affirmatur, sed id statuitur, si prior vera sit, posteriorem etiam esse veram. Saepe etiam fit, ut *consequentiam negemus*, id est, ut affirmemus, enunciationem hypotheticam esse falsam. Ita Horatius (1) admonens: *non, si male nunc, et olim sic erit*, hanc consequentiam futurorum malorum ex praesentibus malis, Jovis et Apollinis mutabilibus actionibus refutat.

Animadv. 1. Consequentiam lingua latina non solum voce *si* indicat, verum etiam aliis modis, inprimis per Ablativum absolutum, quem dicunt, aut

(1) Carm. Libr. II. Od. 10.

aut per simplex Participium, veluti: *reluctante natura irritus fit labor; perfectionem in oratore desiderans, a qua ipse longe absum, facio imprudenter* (1). Batavi prius membrum indicant voce *indien, bijaldien*; posterius voce *dan*.

Animadv. 2. In enunciationem hypotheticam, cum solam *consequentiam* adfirmet, diversa quantitas, et qualitas non cadere possunt. Alia est enim membrorum, alia enunciationis quantitas et qualitas. Semper est universaliter adfirmans. Si consequentia negatur, enunciatio cessat esse hypothetica; atque si ex *sola* enunciatione α, β non sequitur, enunciatio: *si α est, β est*, falsa est. Ad modalitatem autem aut *problematica* est, aut *assertoria*, aut *apodictica*. Ita enunciatio assertoria: *causis efficientibus quamque rem cognitis, quid futurum sit, potest sciri*, convertitur in problematicam aut apodicticam, si posteriores voces mutantur in hasce: *ponamus posse sciri*, aut *necesse est, posse sciri* (2). Saepe autem enunciatio, ut hoc loco, est *apodictica*, etiamsi vocibus, *necesse est*, et similibus, non designatur. Quando Cicero judices ita alloquitur: (3) *est igitur haec non scripta, sed nata lex, quam non didicimus, ...* pluribus, ut ita dicam, docet, *apodicticam* esse enunciationem hypotheticam; *si vita nostra in aliquas insidias, si in vim, si in tela aut latro-num,*

(1) Cic. de Oratore I. 28.

(2) Cic. de Fato 14.

(3) Orat. pro Annio Milone C. 14.

num, aut inimicorum incidit, omnis honesta ratio est expediendae salutis.

Sunt Logici, qui adfirmant, enunciationibus hypotheticis esse diversam quantitatem et qualitatem; quod inprimis J. F. Fries, celeberrimus philosophus, argumentis probare conatus fuit. (1)

Ita enim concludit: „In Quantitate enunciationis hypotheticae definienda, attendendum est ad „quaestionem: quomodo ratio (α) ponitur? utrum „universe, omnibus in casibus, an nonnullis „an uno solo casu. Enunciatio *singularis* hypothetica est illa, quae quid narrat, atque „de uno solo casu agit; veluti: *Darius fugiebat, „quoniam ejus exercitus ad Arbela deletus erat.* „*Particularis* autem est: *Eclipses fiunt, si luna „nodos suae orbitae transgreditur*; quoniam haec „enunciatio nonnullis tantum casibus vera est, tum „quidem, si nodi locis conjunctionis aut oppositionis solis et lunae satis sunt vicini. Foret „*universaliter affirmans*, si haec secunda conditio „priori addita fuisset; tum enim *omnibus in casibus* vera esset."

Sed pace hujus viri, maxime venerandi, qui de rebus philosophicis praeclare meritus est, dubito, an haec argumenta satis rem probent. Prima enunciatio, quam exempli loco attulit, est formae: *β fuit, quoniam α fuit.* Sed haec non est hypothetica, eique prorsus repugnat, quoniam affirmat α et β esse. Potius est enunciatio categorica, affir-

(1) Systema Logices p. 165.

affirmans, *Darius fugit*, cui causa, quae Darium movit, ut fugeret, addita est.

Secunda enunciatio de eclipsi est *falsa*. Nam si vera est enunciatio hujus formae: *si α et β sunt, γ est*, falsa est enunciatio: *si α est, γ est*, quoniam γ non sequitur ex α, sed ex α et β *conjunctis*. Si adfirmo: *si duo triangula habent angulos duos aequales, aream etiam aequalem habent*, falsum quid statuo, quoniam omisi *aliam* quandam conditionem, quae necessario addi debet, v. c. *unum latus esse aequale*. Sed si haec enunciatio vera habeatur, atque nomen *enunciationis hypotheticae particularis* accipiat, quoniam nonnunquam (si aliae forte conditiones adsunt) ex angulorum aequalitate sequitur areae aequalitas, immensus fit numerus ejusmodi enunciationum, ad quarum numerum tum etiam referri poterunt tales quaedam: *Si A et B sunt duo triangula, aequalia sunt; si A et B sunt figurae, aequales sunt*, atque ita ad summum genus progredientes possimus etiam adfirmare: *Si A et B sunt Entia, aequalia sunt.* Verumtamen ex eo, quod A et B sunt duo Entia, aut duae figurae, aut duo triangula, non sequitur, ea esse aequalia. Quare ex numero enunciationum hypotheticarum jure excludendae sunt, *quoniam veram consequentiam non indicant*.

Concludendum igitur videtur, si β non semper, atque omnibus casibus ex α sequitur, enunciatio si α est, β est, non est appellanda *particularis*, sed *falsa*.

De

De diversa qualitate ita statuit: „ *affirmans* est „ enunciatio: *si α verum est, β verum est; negans* autem: *si α verum est, β falsum est; infinita: si α verum est, non β verum est.* Enunciatio universaliter negans est: *si α est, nunquam β est:* sed si dico: *β non sequitur ex α, solam affirmationem universalem tollo*, sed utrumque nonnunquam simul esse potest, v. c. *si pluit, non sequitur, tonat.*"

At vero enunciatio: *si α verum est, β falsum est*, est *affirmans*, atque declarat, ex veritate enunciationis *α* sequi falsitatem enunciationis *β*. Similiter enunciatio; *si α verum est, non β verum est*, affirmat, ex veritate enunciationis *α* sequi veritatem enunciationis *non β*. Sed si dico, *β non sequitur ex α*, hoc ipsum adfirmo, *enunciationem hypotheticam esse falsam*. Quare hoc statui posse videtur; illa enunciatio hypothetica, quae *universaliter negans* esse dicitur, vere est *affirmans*, ita ut ejus posterius membrum sit negans; quae autem *particulariter negans* esse dicitur, ita repugnat enunciationi hypotheticae, ut eam falsam esse declaret.

Animadv. 3. Causa cur prius membrum (*α*) dictum sit *conditio*, in promtu est. Praedicatum enim enunciationis *β* subjecto tribuitur non *absolute*, ut fit in enunciatione categorica, sed *adjecta conditione*. Quare etiam enunciationem categoricam *absolutam* dicunt, hypotheticam autem *condi-*

tio-

tionatam. (1) Ita cum affirmamus: *si quadrilaterum aliquod aequiangulum est, parallelogrammum rectangulum est*, quadrilatero *hac conditione* tribuimus praedicatum (*parallelogrammum rectangulum esse*), ut ejus anguli aequales sint. Qui autem ita definiunt enunciationem hypotheticam, ut sit ea composita, aliam in se complectens enunciationem, quae ponatur *vel tanquam certa atque causa* (voce *quia* et similibus), *vel tanquam conditio, cui aliquid dubii adjectum videatur*; hi praeterquam quod *ratiocinium* atque *consequentiam* non satis distinguere videntur, hac definitione naturam atque vim enunciationis hypotheticae, quae gravissimum continet vinculum cogitationum, quo cum primis conjunguntur consequentia, non accurate indicant.

Quae dicta sunt nos adducunt ad ponenda *duo genera enunciationum hypotheticarum*, quae non forma, sed materia differunt; alterum, quod *rationem* docet, cur quidquam verum aut falsum habendum sit, atque ad cogitationum vinculum refertur; alterum, quod designat *causam efficientem*, ex qua aliquid oriatur, atque igitur ortum, mutationem, motum, explicat. Prioris generis Logica et Mathesis; posterioris autem Physica, Antropologia, Historia abunde suppeditant exempla. Ita

(1) Hoc tamen minus accurate. Enunciatio β est *conditionata*, sed non toti enunciationi hypotheticae hoc nomen tribui potest.

Ita si dicitur: *si duae rectae lineae parallelae secantur a tertia linea, anguli alterni aequales sunt*, parallelismus linearum ratio est, cur hi anguli aequales sint habendi. Sed si affirmatur: *si calor augetur, glacies in aquam, aqua in vaporem mutatur*, calor atque incrementum ejus *causa* est, qua *efficitur* mutatio glaciei in aquam, atque aquae in vaporem. Ex cognitis igitur causis et viribus in rerum natura, atque mutua corporum actione oritur cognitio, quam etiam ejusmodi enunciationibus indicamus. *Relationem hypotheticam* prioris generis *logicam*, sed posterioris generis *causalem* appellare licet (1).

Animadv. 4. Prius membrum potest constare ex pluribus enunciationibus categoricis, aut plures indicare conditiones, hac forma: *si* α, β, γ .... *sunt*, ϕ *est*. Enunciationes α, β, γ ... ejus terminos appellare possumus, imitantes Mathematicos, qui utriusque membri aequationis partes *terminos* vocare solent. Veluti enunciatio: *si omnia M sunt P, atque omnia S sunt M, etiam omnia S sunt P*, est simplex, declarans, omnia S esse P, si utrumque verum est, non solum omnia M esse P, sed etiam omnia S esse M. Falsa foret, si alterutra conditio esset omissa (2). Hujus generis sunt omnes enunciationes, ex quibus prodeunt Syllogismi duarum aut plurium praemissarum. Multa etiam theoremata Mathematica ejusmodi sunt, veluti: *duo triangula aequalia sunt et* ad

(1) Confer. Fries, Logica p. 159 seq.
(2) Confer. p. 139.

ad magnitudinem et ad formam, si duo habent latera aequalia, unumque angulum, his lateribus non inclusum, aequalem, atque ejusdem sunt generis; qualis est forma: si α, β *et* γ *sunt*, δ *est.*

Animadv. 5. *Prius membrum* potest etiam esse enunciatio hypothetica, et disjuncta, atque diversis modis compositum esse ex enunciationibus hypotheticis, disjunctis et categoricis, veluti

1 Si verum est: *si* α *est*, β *est*, *atque* β non est ..... α *non est.*

2 . . . . . : *si* α *est*, β *est*, verum est: *si* β *non est*; α *non est.*

3 . . . . . : *si* α *est*, β *est*, atque *si* β *est*, γ *est*, verum est: *si* α *est* γ *est.*

4 . . . . . : *si* α *est*, β *non est*, atque *si* α *non est*, β *est*, verum est: aut α est aut β est.

5 . . . . . : si α est, β est, atque si β est, γ est, atque γ non est, . . . α non est.

6 . . . . . : si α est, β est, atque aut β est aut γ est, verum est, si α est: γ non est.

7 . . . . . : aut α est aut β est, atque α est . . . β non est.

8 . . . . . : aut α est aut β est aut γ est, atque neque β neque γ est . . . α est.

9 . . . . . : aut α est aut β est aut γ est, atque α non est, verum est, aut β est aut γ est.

Hae omnes sunt enunciationes simplices, atque diversos modos indicant, quibus consequentia cum pri-

primis conjungi possunt. Ex 2, 3 et 6 enunciatione videmus, *posterius* membrum posse etiam esse *enunciationem hypotheticam*, id est unam consequentiam ex alia posse derivari. Ex 4 et 9 enunciatione perspicitur, id membrum etiam posse esse *enunciationem disjunctam*. Talis enunciatio dicitur *hypothetico-disjuncta*, cujus formula generalis est: si *α* est ... aut *β* aut *γ* aut *δ* ... est, veluti: *si quod Quadrilaterum aequilaterum est, aut Rhombus est, aut Quadratum est.*

Animadv. 6. Animadvertendum est illud genus enunciationum hypotheticarum, quarum posterius membrum est *enunciatio negans*, quarumque formula est: *si α est, β non est, aut si α verum est, β falsum est.* Haec enim enunciatio, quamvis non sit negans (1), tamen aliquid proprium habet, quo ab aliis distinguatur. Declarat enim, *α* et *β* sibi ita esse oppositas, ut ex veritate prioris sequatur falsitas posterioris, atque ex veritate posterioris falsitas prioris, ut v. c.: *si verum est, omnia A esse B, falsum est: nullum A esse B*; ex quo tamen non sequitur, si prius falsum sit, posterius esse verum, aut si posterius falsum sit, prius esse verum, veluti: *boni viri, ut simus, si non ipso honesto movemur, sed utilitate aliqua, atque fructu, callidi sumus, non boni* (2), ex quo consequitur: si boni viri sumus, ipso honesto movemur, ut boni viri simus, non utilitate aliqua at-

(1) Confer. p. 140.

(2) Cicero de Legibus I. 14.

atque fructu. Ita etiam enunciationes: *si amitti vita beata potest, beata esse non potest* (1). *Sordidi putantur, qui mercantur a mercatoribus, quod statim vendant; nihil enim proficiunt, nisi admodum mentiantur* (2), ex qua enunciatione, *si vera est*, consequitur, istos mercatores, si quid profecerint, admodum mentitos fuisse.

Animadv. 7. Est alia relatio inter enunciationes, quae quidem cognationem habet cum relatione hypothetica, atque etiam voce *si* designatur, sed tamen re ab ea differt. Sermo enim, ut jam monuimus (3), saepissime declarat, *inter duas enunciationes, quae forte repugnantes videantur, ita esse convenientiam, ut utraque aut vera sit, aut saltem vera esse possit*, veluti: *si quis non poterit sive causas defensitare, sive populum concionibus tenere, sive bella gerere, illa tamen praestare debebit, quae erunt in ipsius potestate, justitiam, fidem, liberalitatem* (4): *si omnes deos hominesque celare possimus, nihil tamen injuste est faciendum* (5). Formula generalis ejusmodi enunciationis est, *etiamsi α est, tamen β est, aut esse potest*. Repugnat igitur enunciationi hypotheticae: *si α est, β non est*, quoniam indicat, ex eo, quod α

(1) Cic. de Finibus. II. 27.

(2) Cic. de Officiis I. 42. Vid. etiam Horat. Ars poetica vs. 476.

(3) Confer. p. 121. d.

(4) Cicero de Offic. I. 33.

(5) De Offic. III. 8. Hujusmodi etiam est Horat. Carm. III. 3. 7.

α sit, non sequi, *β* non esse. Huc pertinet illud genus defensionis, quo usus est Cicero in Oratione pro Milone: *si occidit, recte fecit, sed non occidit* (1). Latini igitur, ut eam distinguant ab enunciatione hypothetica, particulae *si* plerumque adjungere solent conjunctiones *copulativas*, *et*, *etiam*, unde *etsi*, *etiamsi*, aut aliis vocibus utuntur e. g., *ut*, *quamvis*, *licet*, *quamquam*, aut etiam participiis, et ablativo absoluto, veluti: *duo triangula possunt areas habere aequales, etiamsi latera et anguli sunt inaequalia: non est magnus pumilio, licet in monte constiterit: colossus magnitudinem suam servabit, etiamsi steterit in puteo* (2): *Est, ut viro vir latius ordinet arbusta sulcis ..... aequa lege necessitas sortitur insignes et imos* (3): *Superstitione tollenda non tollitur religio.* Ex his perspicitur, hanc relationem convenientiae toto genere esse diversam a relatione hypothetica et disjuncta. (4)

Animadv. 8. Ab enunciationibus hypotheticis, quas diximus, differunt etiam illae, quae designant, quid faciendum sit, aut quaenam adjumenta (*media* vulgo dicuntur) adhibenda sint, ut propositum

(1) Confer. Quint. IV. 5 med.

(2) Seneca Ep. 76 ad finem.

(3) Horat. Carm. III. 1.

(4) Hoffbauer, Logica p. 132. utrumque enunciationum genus, de quo in Animadv. 6 et 7. dictum est, diversum esse ponit ab enunciationibus categoricis, hypotheticis et disjunctis, quod refutare conatus fuit Maas, Logica p. 151.

situm finem assequamur, veluti: *bono mentis fruendum est, si beati esse volumus* (1), ubi *beatus esse*, est finis; *frui bono mentis* adjumentum, quo adhibito, beati esse possumus. Ita etiam: *prudenti mandes, si quid recte curatum velis; quem docilem vis facere attentum facias oportet:* Hae enunciationes, quas *finales* dicere possumus, nituntur propositione: *si quid optas, vis etiam, quoniam intelligentia es praeditus, uti adjumentis, quibus id assequi potes*, quod tamen non semper verum est. Sunt tamen etiam verae habendae, si quod declarant, *verum* est adjumentum. Si adjumentum per se solum sufficit, ut finem consequamur, vera inde derivatur enunciatio hypothetica: si autem per se *solum* non sufficit, sed alia simul adjumenta requiruntur, vera non est. Quocirca, quamquam verum est praeceptum: *si vis me flere, dolendum est primum ipse tibi* (2), ex ea tamen non sequitur, *si primum ipse dolebis, ego flebo.* Enunciatio: *si bono mentis fruimur, beati sumus*, non vera est, si beata vita etiam consistit in corporis bonis fruendo.

Saepe etiam omittitur declaratio finis, quando per se est perspicuus, veluti: *mendacem oportet esse memorem*, id est, si vult, ut sibi habeatur fides: *nulla est sancta amicitia, si non ipse amicus per se amatur, qui etiam deserendus et abjicien-*

(1) Cic. Tusc. Disp. 5. 67.
(2) Horatius. Ars Poet. V. 23.

ciendus est, desperatis emolumentis et fructibus (1). *Finis* latet in enunciatione: *si non ipse amicus per se amatur. Adjumentum* est, *deserere et abjicere amicum, quando desperata sunt . . . . fructus*.

§. 37. *De Enunciatione hypothetica composita.*

Hypothetica enunciatio, quae plura quam duo habet membra, *composita* est ex pluribus. Si hypothesi plura sunt membra, haec indicantur conjunctionibus *disjunctis*, *aut*, *vel*; si thesi plura sunt, conjunctionibus *copulativis*, *et*, *atque*, *non solum sed etiam*. Ita enunciatio: *si duo triangula habent aut angulos aequales, aut latera proportionalia, aut duo latera proportionalia cum angulo incluso aequali, uniformia sunt*, constat ex tribus enunciationibus, quas singulas demonstrat Geometria. His eadem est thesis, sed diversa hypothesis. Enunciatio autem: *si recta linea secat duas rectas parallelas, anguli congruentes, atque anguli alterni aequales sunt*, ex duabus composita est, quibus eadem est hypothesis, sed thesis diversa. Quocirca enunciatio: *si aut α est aut β est aut γ est, non solum δ verum etiam ε est, atque*

(1) Cicero de Legibus I. 18.

que ζ est, ex novem enunciationibus composita est.

Quodsi autem in hypothesi sunt *copulativae*, atque in thesi *disjunctae* conjunctiones, enunciatio simplex est (1). Quare vere simplex est enunciatio, qua Cicero utitur ad refutandam Epicuri sententiam de deo (2): „*si* „*deus neque potest nos juvare, neque vult,* „*nec omnino curat, nec, quid agamus, animad-* „*vertit, nec est, quod ab eo ad hominum vi-* „*tam permanare possit, nulla causa est, cur* „*ullos ipsi cultus adhibeamus.*"

Simplex etiam est enunciatio hypothetico-disjuncta, quam adhibebant Stoici ad demonstrandum, veram esse divinationem (3): „*Si sunt* „*dii, neque ante declarant hominibus quae* „*futura sunt: aut non diligunt homines: aut,* „*quid eventurum sit, ignorant; aut existi-* „*mant, nihil interesse hominum scire quid* „*futurum sit; aut non censent esse suae ma-* „*jestatis, praesignificare hominibus, quae sunt* „*futura; aut ea ne ipsi quidem dii significa-* „*re possunt.*"

(1) Confer. p. 142.
(2) Cic. de Nat. Deor. I. 2.
(3) De divinatione I. 38.

§. 38.

§. 38. *De enunciatione disjuncta.*

Enunciationis disjunctae, sive disjunctivae, materia constat ex duabus aut pluribus enunciationibus categoricis problematicis, inter quas ea intercedit relatio, ut una ex iis, eaque sola, vera sit, neque tamen definiatur, quaenam vera sit. Dicuntur ejus membra *disjuncta*, earumque relatio, quae *formam* enunciationis constituit, *disjunctio*, quae indicatur vocibus *aut*, *vel* (1). Formula generalis est: *aut α est*, *aut β est*, atque si plura sunt membra: *aut α est*, *aut β est*, *aut γ est* ...., veluti: *aut terra aut sol movetur*, *aut uterque aut neuter movetur*: *aut prodesse volunt*, *aut delectare poëtae*, *aut simul et jucunda et idonea dicere vitae* (2). Plerumque idem subjectum est singulis membris, ut: A est aut B aut C aut D, quod tum obtinet, quando sphaera notionis (A) divisa est in partes, quae divisio si completa est, oritur enunciatio disjuncta, cujus membra sunt illae ipsae partes sphaerae. Si sphaera anguli in duas partes dividitur, exsistit enunciatio: *hic angulus est aut rectus aut obliquus*; ex qua, si

(1) Confer. p. 121. c.

(2) Horat. Ars Poet. vs. 333.

si angulus *obliquus* itidem dividitur, prodit: *hic angulus est aut rectus, aut acutus, aut obtusus.*

Divisio autem ejusdem sphaerae notionis diversis modis fieri potest. Ita sphaera notionis trianguli potest dividi non solum *ad aequalitatem laterum*, sed etiam *ad qualitatem angulorum*. Id autem, ad quod divisio instituitur, vocatur *fundamentum divisionis.* Si *locus apicis anguli* relatus ad circulum dividitur, nascitur enunciatio: *apex anguli aut est extra circulum, aut in peripheria circuli, aut intra circulum* (1). Eodem modo si incolae terrae dividuntur *ad regiones*, quas habitant, exsistit enunciatio: *hic homo est aut Europaeus, aut Asianus, aut Africanus, aut Americanus, aut Australianus.* Saepe etiam causa, qua quid effectum est, fundamentum est divisionis, veluti: *sunt privata nulla natura: sed aut veteri occupatione, ut qui quondam in vacua venerunt: aut victoria, ut qui bello potiti sunt; aut lege, pactione, conditione, sorte* (2).

Si membris disjunctis idem est subjectum, enunciatio *composita* est, si plura sunt subjecta,

(1) Confer. p. 76.
(2) Cic. de Offic. I. 7.

ta, conjuncta vocibus *et*, et similibus, ut v. c. *Parallelogramma et triangula sunt aut rectangula aut obliquangula.* Membra ipsa possunt esse composita, veluti: *aut α est et β, aut γ est et δ*, est enunciatio *simplex* duorum membrorum.

Ut in hypotheticam, ita etiam in disjunctam enunciationem *diversa quantitas* et *qualitas* non cadit. Enunciatio: *non verum est: aut α est aut β est*, non est disjuncta negans, sed categorica, cujus subjectum est, ipsa enunciatio: *aut α est, aut β est. Quodlibet metallum est aut aurum, aut argentum, aut cuprum*, non est *disjuncta particularis*, sed *falsa* appellanda. Verum ad *modalitatem* potest esse aut *problematica*, aut *assertoria*, aut *apodictica.* Veluti si dicitur: *Sit triangulum A aut majus, aut minus triangulo B*, haec enunciatio *problematica* est, atque idem significat atque: *sit triangulum inaequale triangulo B*, adhiberique potest ad ostendendum triangulorum istorum aequalitatem, demonstrando, *A neque majus neque minus esse quam B. Assertoria* autem enunciatio haec est: *omnia corpora sunt aut solida, aut liquida, aut fluida elastica;* cujus veritas nititur observandis rebus naturalibus. Apodictica est: *angulus A est major aut minor*

quam

quam angulus B, si mathematice demonstratum est, eos non esse inter se aequales. Omnis enunciatio disjuncta, quae nititur divisione *dichotomia* hujus formae: *A est aut B*, *aut non B*, est *apodictica*, veluti: *angulus aut rectus est*, *aut non rectus* (*obliquus*).

Animadv. 1. Notionem dupliciter dividere possumus, indicandis partibus aut ejus sphaerae aut argumenti. Ex prima divisione, si completa est, oriuntur *enunciationes disjunctae*, ex secunda *enunciationes categoricae compositae*, in quibus eidem subjecto plura praedicata tribuuntur, formae: *A est B et C et D* ...., quas nonnulli Logici vocant enunciationes *conjunctivas* sive *conjunctas*; ita quidem ut utrasque, et *conjunctas et disjunctas*, tanquam species eidem generi subjiciant, quod genus appellant enunciationes *divisivas* (1). Ita autem utrasque dividunt, ut alias dicant esse *completas*, alias *incompletas*; *completas*, si omnes sphaerae partes et omnes notas notionis, *incompletas* autem, si nonnullas solum partes et notas designant. Quare quas nos *enunciationes disjunctas* dicimus, illi vocant enunciationes *disjunctas completas*; ita ut enunciatio: *Aurum*, *argentum*, *ferrum et cuprum sunt metalla*, foret *incompleta* quidem, sed tamen *enunciatio disjuncta*.

Sa-

(1) Fries. Systema Logic. p. 144. seqq.

Sane in Logica, adhibita ad doctrinas, atque ad Grammaticam hae enunciationes, quas *conjunctivas et disjunctivas non completas* dicunt, haud praetereundae sunt, quoniam ubique nobis occurrunt. Maxima pars enunciationum categoricarum compositarum indicat *enunciationem disjunctam*, si plura sunt subjecta; *conjunctivam*, si plura sunt praedicata, utramque autem *incompletam*. Variis autem modis exprimimus, *completam* esse enunciationem, veluti: *virtus nihil aliud est, quam in se perfecta et ad summum perducta natura* (1). *Definitio perfecta* rei est *enunciatio conjunctiva completa*.

Animadv. 2. Ex omni enunciatione disjuncta sequuntur plures enunciationes hypotheticae. Ita: *aut α est, aut β est*, designat quatuor enunciationes hypotheticas: *si α est, β non est; si α non est, β est; si β est, α non est; si β non est, α est.* Quocirca enunciatio disjuncta non minus quam hypothetica inservit declarando illi vinculo, quo cum primis consequentia conjunguntur.

§. 39. *Aliae enunciationes compositae.*

Praeter istas enunciationes compositas categoricas, hypotheticas, et disjunctas, de quibus dictum est (2), quarum compositio vocibus *et*, *ne-*

(1) Cicero de Legibus I. 8.

(2) Confer. p. 96. 120. 149.

neque, *aut*, *vel* designatur, aliae etiam sunt, quarum compositio ex sermonis usu et vi verborum est explicanda. Hujus generis sunt

1. Enunciationes, quae ad formam: *solum A est B*, referri possunt, ubi subjecto tribuitur praedicatum, *exclusis aliis subjectis*. Constant ex duabus enunciationibus, altera affirmante: *A est B*, altera negante: *quod non est A, non est B*; quae etiam formam hypotheticam induere possunt: *si quid est A, est B; si quid non est A, non est B*; veluti: *solum triangulum aequilaterum est figura regularis*, ubi enunciationes componentes sunt: *triangulum aequilaterum est figura regularis; quodcumque triangulum non est aequilaterum, non est figura regularis.* Ita etiam, quod Epicurei adfirmabant: *ratio non est nisi in hominis figura* (1), ex duabus enunciationibus compositum est: *qui humana figura praeditus est, ratione fruitur; quicumque* (aut, *si quis*) *humana figura non est praeditus, ratione non fruitur.* Quocirca enunciatio: *rem narravit solus soli*, ex quatuor simplicibus categoricis constat.

Quod si *B* est praedicatum negans, adeo ut forma sit: *solum A non est B*, partes compo-

(1) Cic. de Nat. Deor. I. 32.

ponentes sunt *A non est B*, *quod non est A, est B*, veluti: *soli hoc contingit sapienti, ut nihil faciat invitus, nihil dolens, nihil coactus* (1), id est: *sapiens non facit aliquid invitus*, *quicumque non est sapiens, facit aliquid invitus.*

2. Enunciationes, quae referuntur ad formam: *A est B solum*, ubi praedicatum B tribuitur subjecto A, *exclusis aliis praedicatis*, ita ut partes componentes sint: A est B, atque A non est C; ubi C ex contextu sermonis supplendum est. Veluti: *dixit tantum*; *nomen tantum virtutis usurpas* (2); *triangulum P tantum est uniforme triangulo Q*, ubi secunda pars enunciationum est: *non adfirmavit argumentis*; *non usurpas virtutem*; *triangulum P non est aequale triangulo Q.* Si B est praedicatum negans, partes componentes sunt: *A non est B*, atque *A est C*, veluti: *tantum quod eum virum non nominat*; *tantum non peccavi.*

Haec duo genera enunciationum, ubi alia aut subjecta aut praedicata excluduntur, appellari possunt *enunciationes excludentes seu exclusivae.*

3. Enun-

(1) Cic. Parad. I.
(2) Cic. Parad. 2.

3. Enunciationes categoricae, quae dicuntur *exceptivae* (*excipientes*), quae referuntur ad formam: *omnia A, praeter C, sunt B*, ubi non omnibus, quae notione A designantur, praedicatum B tribuitur, sed iis solum, quae non sunt C. Constant igitur ex duabus enunciationibus; altera *negante*, *C non est B*; altera *affirmante*: *quodcumque A non est C, est B*; veluti: *infra lunam nihil est, nisi mortale et caducum, praeter animos hominum*, id est: *animi hominum non sunt mortales et caduci; quaecumque sunt infra lunam, atque non sunt animi hominum, mortalia et caduca sunt*. Si B est praedicatum negans, ita ut enunciatio sit: *nullum A praeter C est B*, partes componentes sunt: *C est B*, *quodcumque A non est C, non est B*; veluti: *virtus nulla in animante esse, praeter hominem potest* (1); *nullum est animal, praeter hominem, quod habeat notitiam aliquam dei*.

Huc referri etiam potest enunciatio: *nonnulli tantum adfuerunt*, id est *nonnulli adfuerunt*, atque *non omnes adfuerunt*, ubi tamen plerumque Adverbium *tantum* omittitur.

Potest esse *ambiguitas* dictorum, si incertum est,

(1) Cic. de Legibus I. 9.

est, ad quamnam rem referatur particula *exceptiva* sive *exclusiva*, veluti: *Socrates tantum morum disciplinam tractavit* (1), quod triplici sensu accipi potest. At vero plerumque tollitur ambiguitas loco, quem occupat particula. Latini saepe, Adjectivo posito, eam tollunt v. c.: *Solus Socrates morum disciplinam tractavit*; *solam Socrates .... tractavit*; *Socrates .... tractavit solum*.

4. Enunciationes, quae dicuntur *restrictivae*, quarum subjectum aut praedicatum, adjecta quadam voce, arctioribus limitibus circumscribitur. Hae plerumque in duas enunciationes hypotheticas resolvi possunt, veluti: *hoc ipsum ita justum est, quod recte fit, si est voluntarium* (2), id est: *si id, quod recte fit, est voluntarium, justum est, sed si non est voluntarium, non est justum*; ubi animadvertendum est, non dici *injustum*, sed *non justum*, quod indicat huic actioni neque injustitiae, neque justitiae notam esse tribuendam (3). Enunciatio: *assumit naturas eorum, qua competent, atque mitigat, qua repugnabunt* (4), ex quatuor enunciationibus hy-

(1) Wyttenb. Logica I. c. 22. §. 8.

(2) Cic. de Offic. I. 28.

(3) Confer. p. 92.

(4) Quintil. IV. 1.

hypotheticis constat. In enunciatione: *ita probanda est mansuetudo, atque clementia, ut adhibeatur reipublicae causa severitas, sine qua administrari civitas non potest*, addita est ratio, cur praedicatum, *probanda est*, restringendum sit. (1)

§. 40. *De enunciationibus comparativis.*

Logici enunciationibus compositis etiam adnumerare solent *comparativas*, id est eas, in quibus duo subjecta aut duo praedicata inter se comparantur, veluti: *ignoratio futurorum malorum utilior est quam scientia; angulus A major est angulo B*. Ut autem pateat, esse eas compositas, ita concluditur. (2) „Omnis enunciatio comparativa ex tribus aliis constat, quae omnes debent verae esse, si quidem ipsa comparatio vera futura est. Quare enunciatio: *homo sapientior est lapide*, falsa est, quoniam constat ex tribus simplicibus enunciationibus hisce: *homo est sapiens, lapis est sapiens, in homine plus est sapientiae quam in lapide* — ex quibus secunda manifesto est falsa."

At

(1) Cic. de Offic. I. 25.

(2) Wyttenb. Logica I. c. 2. §. 8.

Ac vero enunciationes: *homo est sapientior lapide*, neque *in homine plus est sapientiae, quam in lapide*, eadem prorsus significant. Ea autem divisio totius in tres partes, cujus una pars toti aequalis sit, admitti non potest. Deinde non verum est, istam primam aut secundam partem, quam statuunt, in omni esse enunciatione comparativa vera. Si dicitur: *Athenienses in Sicilia bellum cupidius quam felicius gesserunt; vi opprimi in bona causa melius est quam malae cedere*, neque affirmatur, Athenienses bellum feliciter gessisse, neque bonum esse in bona causa vi opprimi. Denique multae sunt enunciationes comparativae, quarum istae partes componentes, quae dicuntur, ne cogitari quidem possunt, veluti: *major, quam pro numero hominum editur pugna; eloquentia est quasi flumen orationis; duodecim sunt aequalia bis senis*, atque omnino *omnis aequatio*.

Quare potius ita dicendum videtur. *Enunciatio comparativa simplex* est, cujus subjecto aut praedicato nota externa, quae ex eorum comparatione cum alio subjecto, aut praedicato prodit (1), tribuitur. Quemadmodum autem aequatio vera esse nequit, nisi membra ejusdem

sunt

(1) Confer. p. 59.

sunt generis, ita enunciatio comparativa vera esse nequit, nisi ea, quae comparantur, ejusdem sunt generis; quod genus, quale sit, definitur per *fundamentum comparationis*. Quocirca lapis, quoniam non est ejus rerum generis, in quod sapientia et stultitia cadere possint, cum nulla re ad haec comparari potest. Recte autem dicitur: *vi opprimi in bona causa melius est quam malae cedere*, quoniam utrumque: *vi opprimi* ... et *cedere* ... pertinet ad id genus rerum, quae aut bonae aut malae sunt. Verumtamen ex hac conditione, quae requiritur, ut enunciationes comparativae verae sint, non sequitur eas esse compositas. Nam si vera esset haec conclusio, enunciatio: *haec linea quatuor pedes longa est*, quae vere est appellanda *comparativa*, etiam foret composita, quoniam, ut vera sit, postulatur, ut illa dimensio, quam *longitudinem* dicunt et lineae et pedibus tribuenda sit. Quis autem adfirmet, eam ex istis tribus partibus, de quibus dictum est, compositam esse?

Caeterum in his enunciationibus videndum est, ut *fundamentum comparationis* sit una eademque res. Diversa enim esse potest, etiamsi eadem voce designetur. Quare vitiosa est dictio: *hoc praeceptum latius patet, quam ista*

regio, quoniam vox *late patere* duplici sensu usurpatur, ex quibus alter soli praecepto, alter soli regioni tribuendus est. In his tamen sermonis usui, poëtisque inprimis magnam damus veniam, dummodo rebus comparatis aliqua adsit communis nota aut imago, veluti: *silice durior est hic homo: cogitatio luce celerior est: Tu (Paris) levior es foliis ... et minus est in te quam summa pondus arista* (1); *quam lapis sedes, tam lapis ipsa fui* (2). Nonnunquam tamen modum excedunt poëtae. (3)

§. 41. *De enunciationibus complexis.*

Sunt etiam enunciationes, quas *complexas* dicere solent, quarum subjectum et praedicatum, addita enunciatione, quae nomine *incidens* designatur, aut explicantur et exponuntur, aut arctioribus limitibus includuntur. Enunciatio *incidens* eis conjungitur plerumque ope *Pronominis relativi*, quod *explicans* dicitur, si subjectum et

(1) Ovid Oenone Paridi vs. 109 seqq.

(2) Ovid. Ariadne Theseo vs. 50.

(3) Ut ipse, ni fallor Ovidius, v. c. Ariadne Theseo vs. 105–110., qui locus magis ad risum, quam ad indignationem in pectus durissimum Thesei movendam aptus esse videtur.

et praedicatum illustrantur, eorumque notae exponuntur; *determinans* autem, si eorum sphaera coarctatur. Si Pronomen est *determinans*, enunciatio simplex est, atque vere *hypothetica*, veluti: *assiduus usus, qui uni rei deditus est, et ingenium et artem saepe vincit*, significat, *si assiduus usus uni rei deditus est, et ... vincit*. Si autem Pronomen est *explicans*, haec conversio fieri nequit, ut: *effodiuntur opes, quae sunt irritamenta malorum*. Si dicitur: *Quadrilaterum, quod Parallelogrammum est, habet latera opposita aequalia*, atque: *Parallelogrammum, quod Quadrilaterum est, habet latera opposita aequalia*, prioris enunciationis incidentis pronomen *determinans* est, posterioris autem *explicans*. Pronomen autem explicans, quo usurpato, enunciatio aut simplex aut composita est, varios nexus et conjunctiones cogitationum designare potest, perspicuas ex orationis contextu. Veluti: *arbores serit agricola, quarum* (id est, *etiamsi earum*) *fructus ipse adspiciet nunquam*, indicat relationem simplicis convenientiae (1); *assentatio procul amoveatur, quae* (id est, *quoniam haec*) *amico non digna est*, ubi ratio, cur procul amovenda

(1) Conf. p. 165.

da sit assentatio, declaratur syllogismo, cujus praemissa major est omissa.

Saepe etiam omittitur Pronomen, ex quo fit, ut deleatur ipsa enunciatio incidens, ut: *assiduus usus, uni rei deditus, vincit saepe ingenium et artem;* sed sensus, atque vis vocis adjectae, quam, *si explicat*, vulgo *appositionem* dicunt, eadem manent.

§. 42. *De consequentia cogitationum atque de conclusione.*

Enunciationes hypotheticae *consequentiam* enunciationum indicant, sive illud vinculum nostrarum cogitationum, quo cum principiis conjuncta sunt consequentia, — *idque vinculum solum*, si enunciationum ita connexarum nulla ponitur, seu affirmatur esse vera. Simulac autem principium praeterea ponitur, ponenda sunt, quaecunque ex hoc principio consequuntur. Quocirca si vera est enunciatio: *si α est, β est*, atque nobis praeterea cognita est veritas enunciationis *α*, colligimus *β* esse verum, quod fere hoc modo distincte indicatur,

si α est, β est	aut	*si α est verum, β est verum*
sed α est		*sed α est verum*
ergo β est.		*ergo β est verum.*

Haec

Haec nos conducunt ad contemplandam *tertiam* (1) intelligentiae actionem, qua per unam, aut plures enunciationes, quae verae habentur, colligitur, aliam esse veram, adeo ut contineant causam, cur vera habenda sit. Haec actio dicitur *ratiocinari*, atque a multis philosophis singulari mentis facultati, quam *rationem* vocant, diversamque ab intelligentia ponunt, tribuitur. Enunciatio, quae ita ex aliis colligitur, *conclusio*; eae autem, ex quibus colligitur, *praemissae* vocantur. Totum, ex conclusione et praemissis constans, indicatur voce *ratiocinatio* seu *syllogismus*. (2)

His syllogismis efficitur omnis *demonstratio*. *Demonstrare* enim propositionem nil aliud est, nisi ostendere eam esse conclusionem ex uno aut pluribus syllogismis veris, qui tamen diversis modis proponi possunt, atque etiam ita, ut aliqua praemissa non designetur, si ex orationis contextu, quaenam sit, satis perspicitur.

Ne autem inter se confundantur *consequentia* atque *conclusio syllogismi*. *Consequentia*, quae est

(1) Conf. p. 81.

(2) *Συλλογισμὸς* a *σύλλεγειν* *colligere*. Praemissae enunciationes sunt tanquam *numeri*, ex quorum additione, seu collectione prodit *summa*, quae est *conclusio*.

est ipsa forma syllogismi, indicatur enunciatione: *si α est, φ est*, aut, si prius membrum est compositum ex pluribus terminis (1): *si α, β, γ, δ ... sunt, φ est.* Haec si vera est, consequentia vera est. Ut autem conclusio (φ) vera sit, requiritur praeterea, ut singulae enunciationes, α, β, γ, δ ... verae sint. Quare Logici dicunt: Syllogismus et ad *formam* et ad *materiam* verus esse debet. (2)

Syllogismus *simplex* est, si *posterius* membrum est simplex, *compositus*, si id compositum est (3). Syllogismus igitur compositus est hujus formae *si α est, β et γ sunt; si α, β, γ ... sunt, ρ, σ, τ sunt.* Enunciationes α, β, γ ... ρ, σ, τ possunt esse categoricae, hypotheticae et disjunctae, quarum exempla dedimus. (4)

Omnis igitur syllogismi et demonstrationis fundamentum est *enunciatio hypothetica*, atque vere dicere possumus, totum Matheseos purae aedificium, si nullum vitium in conclusionem ir-

(1) Confer. p. 142.

(2) Quid ad *veram conclusionem* requiratur, uberius exposuit Cicero: de Invent. I. 34.

(3) Conf. p. 148.

(4) Confer. p. 143.

irrepserit, repraesentari hac hypothetica enunciatione composita, *si* α, β, γ, δ ... *sunt*, ϕ, ρ, σ, τ ... *sunt*, in quibus α, β, γ, δ ... sunt *axiomata* aut *principia*, quae nullius syllogismi conclusiones sunt, ϕ, ρ, σ, τ ... sunt omnia theoremata Mathematica, quae ex ipsis colligi, seu demonstrari possunt. Quod si igitur haec axiomata pro veris habentur (1), concedendum est, omnia theoremata esse vera. *Mathesis pura* mihi videtur esse sola disciplina, quae gloriari possit in eo, quod tanta sit in omnibus suis

(1) Cicero (Acad. Quaest. 4. 36.) adstrictus disciplinae Academicorum, qui certam rei cognitionem negabant, probabilitatem defendebant, de Geometriae ipsius certa cognitione dubitans: „ non quaero, ait, ex Geometris illa „ *initia* Mathematicorum: quibus non concessis, digitum „ progredi non possunt; *punctum* esse, quod magnitudi- „ nem nullam habeat; *extremitatem* et quasi libramentum „ in qua nulla omnino crassitudo sit; *lineamentum* longi- „ tudinem latitudine carentem." Sed non satis intellexisse videtur, *quaenam sint ista initia*. Non sunt definitiones, sed *leges cogitandi*, *visa pura*, *axiomata* — verbo, *termini* α, β, γ ... *prioris membri* ejus enunciationis hypotheticae, quae totam fere repraesentat Geometriam; quibus non concessis digitum profecto Geometrae progredi non possunt. *Definitionibus* autem Geometra *res ipsas ponit*, de quibus agit, atque in istis ponendis, non aliud ab ipso requiritur, nisi, ut nihil insit definitioni, quod sibi repugnet, aut mente concipi nequeat.

suis decretis et theorematibus consequentia, ut ejusmodi *una enunciatione hypothetica* contineatur (1), atque fere nemo sit, qui de veritate terminorum prioris membri dubitet. Quam laudem ne *Logica* quidem *theoretica* consecuta est, ad quam tamen aliquando aspirare possit, si ipsi contingat esse purae a Metaphysicis hypothesibus, atque ab omnibus iis, quae in gratiam alicujus philosophorum sectae in eam irrepserint.

Quare suas quaeque disciplina habet enunciationes hypotheticas, quae demonstrationibus inserviunt, atque ex quibus sua sumit decreta, sed quarum veritas pendet ex materia enunciationum, id est ex notis notionum et rerum, quae ipsis insunt (2). Ita si Geometria docet: *si duo plana parallela secantur a tertio plano, intersectiones eorum parallelae sunt*, hanc enunciationem petit ex natura planorum parallelorum atque intersectionum. Eodem modo Physicus veritatem propositionis: *Si corpus libere per-*

(1) Quintil. I. 9. idem animadvertit. ,, Illa, ait, propositarum quaestionum (Geometricarum) conclusio non tota fere constat ex syllogismis? propter quod plures invenias, qui *dialecticae* similem, quam qui *rhetoricae* fateantur hanc artem.

(2) Confer. p. 82.

sibi permittitur atque motu verticali, uniformiter accelerato ad terram fertur, demonstrat ex notione casus verticalis, celeritatis uniformiter auctae, atque ex iis, quae observationes et experimenta hac de re docuerunt.

Logica autem quaerit eas enunciationes hypotheticas, *quarum veritas ex ipsa enunciationum forma patet*, adeo ut simili modo, quo numerorum universalium, atque non denominatorum (1) relationes, specie quadam generali repraesentari, atque ad omnes enunciationes cujuscumque materiei referri possint; ex quo fit, ut *universales* fiant *cogitandi leges*. Quarum contemplatio atque expositio cum multum conferre possit, ut de disciplinis inprimis Mathematicis accurate judicemus, erroresque in concludendo caveamus, in sequentibus uberius de iis agemus.

Ordo autem quaestionis is maxime ad rem idoneus esse videtur, si, explicatis *primis* cogitandi legibus, ex quibus reliquae consequuntur, primum de fontibus enunciationum hypotheticarum agamus, deinde aequali modo de disjunctis enunciationibus, quarum quaelibet hypotheticas in se continet (2), atque tandem de enuncia-

tio-

(1) Confer. p. 10, 11, 14.
(2) Confer. p. 154.

tionibus categoricis ortis ex syllogismis simplicibus et compositis.

§. 43. *De primis legibus cogitandi.*

Leges cogitandi sunt judicia maxime generalia, quae in cogitando atque in judicando constanter usurpat intelligentia, quaeque ejus actionis ita propria sunt, ut de eorum veritate dubitari nequeat. Earum autem legum, aliae sunt *primae* sive *per se verae*, ita ut omnis cogitationis principia sint; aliae sunt *ex his consequentes*. Logicae est has leges explicare. Quare, quemadmodum Mathesis, ita Logica etiam sua habet *axiomata*, seu *primas veritates*, quae cum ex aliis colligi nequeant, omnis sunt argumentationis fundamenta, atque ad assensionem sola explicatione egent.

1. Prima lex hujusmodi est: *Enunciatio, quae subjecto idem praedicatum tribuit, atque tollit, adeoque sibi repugnat* (1), *cogitari nequit, atque falsa est.* Tales sunt enunciationes: *A non est A; A quod est B, non est B; si A est B, A non est B; A est aut A*

aut

(1) Confer. p. 56.

aut non est A. Triangulum esse quadrangulare, cogitari non potest, quoniam, si affirmo triangulo esse *quatuor angulos*, nego ipsum habere *tres angulos*. Ita etiam *ferrum ligneum*, aut *lignum ferreum*, atque infinita alia pugnantia sunt; quae *absurda* dicuntur, si *repugnantia* perspicue cernitur. Haec repugnantia potest esse, si notam *A* atque *non A* in unam notionem conjungere volumus, aut si notam *non A* tribuimus rei seu notioni, cui est nota *A*. Quaeri potest, cur haec lex proponenda atque injungenda sit, cum nullum sit periculum, ne unquam pugnantia cogitemus, quippe quae cogitari nequeant. Sed aliud est cogitare, aliud eloqui. Quaestio est de *enunciationibus*, quae saepe pugnantia conjungunt, non de judiciis (1). Si deest nobis distincta rei cognitio, aut attentio animi et diligentia in enunciationibus proferendis, aut si negligimus verborum sensum, in istum errorem, ut pugnantia affirmemus, facile incidere possumus. Saepe repugnantia magis est *abscondita*, atque patet aut intuitione ipsa, aut conclusione ex pluribus syllogismis, veluti: *triangulum rectilineum habet tres angulos rectos; parallelogrammum obliquangulum inscriptum est* cir

(1) Confer. p. 81.

circulo: Triangulum rectilineum aequilaterum habet angulum rectum. Saepe etiam repugnantia est inter duas enunciationes α et β simul prolatas; quae non continuo, sed tum demum cernitur, quando ea, quae ex alterutra (α) sequuntur, explicantur, atque cum altera (β) comparantur. Ita in primo libro Disputationum Tusculanarum (1), auditor affirmat, *mortuos esse miseros, eosque non esse;* ad quae Cicero: „ *quem esse negas*, ait, „ *eundem esse dicis. Pugnantia te loqui non* „ *vides? quid enim tam pugnat, quam non* „ *modo miserum, sed omnino quidquam esse,* „ *qui non sit?*"

Ne autem pugnantia habeamus, quae non sunt, hoc animadvertendum est. Repugnantia non est in iis enunciationibus, quae declarant, notam *A*, atque notam *non A esse posse* in subjecto, si in subjecto nihil est, quod repugnet utrique notioni, veluti: *homo potest esse probus, atque non esse probus.* Neque etiam *notae externae* (2) subjecti sunt pugnantes, si res, cum qua subjectum comparatur, aut ad quam refertur nota, non eadem est. Ita idem homo potest esse *amicus* atque *inimicus*, *superior* atque *inferior*, *gratus* atque *in-*

(1) Cap. 6.

(2) Confer. p. 59. seqq.

ingratus, si cum *diversis* hominibus confertur. Terra *magna* est, si cum luna; *parva*, si cum sole comparatur. Non igitur eodem sensu dicitur, *amicus*, atque *non amicus*, *superior* atque *non superior* etc. quare hae notae non sunt pugnantes. Diverso etiam tempore rei mutabili possunt notae inter se pugnantes tribui, quoniam eadem non mansit. Ergo notae pugnantes tum non eidem sed *diversae rei* tribuuntur. Qua in quaestione etiam observandum est, copulam *est* indicare aut tempus *praesens*, aut tempus *absolutum* (1). Si enunciatio indicat notas *necessarias* et *immutabiles*, tempus est *absolutum*, veluti: *hic homo est mortalis;* sed *praesens* est, si nota est *fortuita et mutabilis*, ut: *hic homo doctus est.* Fuit enim tempus, cum *indoctissimus esset.*

Hanc primam legem, quam diximus, Logici dicunt *principium repugnantiae* seu *contradictionis.* Potest etiam ita enuntiari: *Notae repugnantes neque in unam notionem conjungi, neque conjunctae tribui eidem rei possunt;* atque his formulis indicari. *A non est non A. Nullum A est non A. A quod non sit A, nihil est (est Non Ens) aut cogitari nequit.* Quare si A est

(1) Confer. p. 126.

est B, juxta hanc legem concludere possumus: *nullum A est non B.*

Quoniam notae repugnantes neque in unam notionem conjungi, neque conjunctae tribui eidem rei possunt, sequitur, *omnes notas notionis aut rei esse consentientes sive congruentes* (1). Consentientes enim sunt, quae sibi non repugnant. Haec lex, quae vere eadem est atque lex repugnantiae, dici potest *lex consensus* aut *convenientiae* (2).

Secunda lex declarat, veram esse enunciationem: *A est A*, quae tamen non eo sensu est accipienda, ut hujusmodi tantum tautologiam affirmet: *homo est homo*, *lapis est lapis*. Etenim *prius A* designat *subjectum*, quod est aut res singularis, aut notio; *posterius A* autem *notas* sive praedicata hujus subjecti. Quare *haec lex ponit perfectam aequalitatem inter notionem, ejusque notas conjunctas*, adeo ut in his nulla debeat esse discrepantia. Notio enim consistit ex notis, quarum summa efficit argumentum notionis (3), tanquam *Totum*, *quod constat ex suis partibus conjunctis.* Idem est dicendum de re singulari, quoniam eam non nisi

(1) Confer. p. 55.

(2) Confer. Krug. Logica p. 47.

(3) Confer. p. 2.

nisi notis cogitare possumus. Quocirca si omnes notae duarum rerum aut notionum eaedem sunt, res aut notiones eaedem sunt; sed, si vel una sola nota differunt, diversae sunt. Si duae notiones easdem habent notas, easdem etiam res indicant, atque reciprocae sunt (1).

Sed quemadmodum prima lex praecipit, quaelibet res aut notio, notas consentientes habere debet. Si habet notas repugnantes, ne cogitari quidem potest, atque ut Logici dicunt, est *Non Ens*, *quod Logice non est possibile*, *cui nulla sunt praedicata*. Quare etiam sunt, qui hanc legem ita proponant: *Quodcunque possibile A est A*.

Ex hac lege, quam *principium identitatis* dicere solent, sequitur,

1. Veritas enunciationum *Analyticarum*, hujus formae: *A quod est B, est B: si A est B, est B* (2), atque *definitionum*, quae notas exponunt, quae subjecto involutae sunt.

2. *Si P est nota notionis M, atque M est nota rei S, P etiam est nota hujus S.* Quod cum verum sit, sive *P* affirmans sive negans est, verae sunt enunciationes hypotheticae;

si M est P, atque S est M, etiam S est P,
si M non est P, atque S est M, etiam S non est P.

In

(1) Confer. p. 55.
(2) Confer. p. 98.

In his cum M sit notio, primus terminus (*M est P*, atque *M non est P*) est semper *enunciatio universalis*, sed cum *S* possit esse aut notio, aut indicare plures res, aut rem singularem, *secundus terminus* est enunciatio aut *universalis* aut *particularis* aut *singularis*; unde quatuor enunciationes Hypotheticae apodictic̃ae, cum *singulares* universalibus adnumerentur

si omnia S sunt M, atque omnia M sunt P, etiam omnia S sunt P.
si nonnulla . . . . nonnulla S sunt P.
si omnia S sunt M, atque nullum M est P, etiam nullum S est P.
si nonnulla . . . . nonnulla S non sunt P.

Haec igitur lex declarat: *si rei (S) tribuenda est notio (M), quaelibet hujus notionis nota (P) ipsi etiam tribuenda est*; aut: *nota (P) notae (M) alicujus subjecti (S) etiam nota est hujus subjecti.*

Quoniam *M* est notio superior sive genus, atque *S* notio inferior sive species, etiam hoc modo enunciari solet: *quidquid valet de genere, valet etiam de specie; quidquid repugnat generi, repugnat etiam speciei*; aut *quidquid de omni valet, valet etiam de quibusdam et singulis*, atque *quidquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet.* Quare etiam haec lex vocatur *Dictum de omni atque de nullo.*

3. *Quaecumque res habet omnes, aut non omnes*

tes notas notionis, ea ponenda est, in sphaera hujus notionis aut non ponenda est. Juxta hanc regulam Botanicus aut Zoölogus judicat, num aliqua planta aut aliquod animal in aliqua classe, genere, specie sit collocandum; num novae speciei constituendae rationem praebeat sufficientem etc. (1).

4. *Si singulis partibus sphaerae notionis nota tribuenda est, notioni ipsi est tribuenda.* (2).

Tertia lex veram ponit enunciationem disjunctam: *aut A est B, aut A non est B;* quae enunciatio quoniam *duo sola* habet membra, lex ipsa dicitur *principium exclusi medii* seu *tertii inter duo contradictoria.* Hac igitur declaratur, duarum enunciationum: *A est B*, atque *A non est B*, alterutram esse veram, alteram falsam, aut ex duabus notis quibuslibet contradictoriis alterutram solam subjecto tribui posse. Per se intelligitur, subjectum A oportere esse Logice possibile, seu nihil continere, quod sibi repugnet; quare v. c. absurda est enunciatio: *circulus quadrilaterus aut habet quatuor latera, aut non habet.* Falsa etiam est enunciatio: *Omnis figura aut habet*

(1) Confer. Fries Logica p. 255.

(2) Exemplum hujus vide p. 76.

bet tria latera aequalia, *aut non habet aequalia;* quoniam notae, (*habere tria latera aequalia*, atque *habere tria latera non aequalia*) non sunt *contradictoriae*, sed *contrariae*. Vera est enunciatio, si figura est triangulum; falsa est, si non est triangulum (1).

Ex hac lege sequitur, enunciationes: *A est B*, atque *A non est non B*, eadem indicare atque alteram ex altera sequi. Idem valet de enunciationibus *A non est B*, atque *A est non B* (2). At vero attendendum est ad id, quod de rebus mutabilibus diximus. Diverso enim tempore ipsi A tribui potest *B* atque *non B*, sed non *una eademque actione* mentis (3).

Assensus, quem enunciationibus tribuimus, ex nostra non pendet voluntate, sed causa ab ea diversa adesse debet, cur aliam falsam, aliam veram habeamus. Haec causa potest esse *subjectiva*, sive prodire ex iis, quae nobis propria sunt, ex indole, cognitione, aut ignorantia nostra, ex motibus animi, cupiditatibus; ex quo fit, ut saepe assentiamur iis, quae falsa sunt. Quaeri igitur potest, quaenam ratio *objectiva*, sive ea, quae ex natura rei ip-

(1) Confer. ea quae dicta sunt hac de re p. 92.

(2) Confer. p. 91.

(3) Confer. p. 173.

ipsius, de qua judicatur, prodit, impellere debeat naturam, intelligentia praeditam, ut aliud pro vero, aliud pro falso habeat. *Hanc rationem sufficientem* appellant, eamque *hac lege quarta*, nomine *principii rationis sufficientis*, ponunt: *Quaelibet enunciatio vera debet habere rationem sufficientem, cur vera habenda sit* (1).

Quo melius, quaenam sit hujus legis vis et potestas, intelligatur, ponamus enunciationem: *si* α *est*, β *est*. Ut β vera sit, duo requiruntur, primum, *veritas consequentiae* sive hujus ipsius enunciationis hypotheticae; deinde *veritas prioris membri* α. Ergo utriusque enunciationis veritas est *ratio sufficiens*, cur β vera sit, atque veritas hujus β jure dicitur *derivata*, *consequens*, *demonstrabilis*. Similiter α est *veritas consequens*, si ex nova enunciatione: *si* γ *est*, α *est*, eodem modo concluditur. At vero per se intelligitur, ita progredientes, aut potius regredientes, nos in serie principiorum α, β, γ .... tandem pervenire ad

(1) Krug (Logica p. 57.) rejicit et nomen et formulam; quoniam saepe, ut ait, id, quod verisimile solum habemus, etiam cogitando ponimus, quamquam nobis conscii sumus, *rationem non esse sufficientem.* Quare hac formula utitur: *Quodcumque ponendum est, id tanquam aliquid, quod ex aliqua hypothesi consequitur, cum ea conjungendum est.* Atque id principium appellat *principium conjunctionis.*

ad *primum quoddam* principium Φ, quod nullius syllogismi est conclusio. Haec est *veritas prima, non demonstrabilis*, cui fidem habemus, quoniam ejus nobis conscii sumus.

Quocirca, quemadmodum *enunciationis verae derivatae ratio sufficiens* est veritas earum enunciationum, ex quibus consequitur, ita *veritatis primae ratio sufficiens* est testimonium conscientiae nostrae, quae nisi judex atque fons est veritatis, aut nulla omnino est veritas, aut ea ab homine cognosci non potest. Hoc testimonio nititur *veritas perceptionum sensuum*, *veritas ipsius hujus legis de ratione sufficiente*, *reliquarumque legum primarum cogitandi*, ex quibus prodit *veritas enunciationum Analyticarum*. Quam firmum autem sit hoc testimonium tum experimur, quando, quod ipsi contrarium est, non dico dicere, sed *cogitare* volumus. Sentimus non esse in nostra potestate, nobis persuadere, nihil esse eorum, quae sensus externus et internus nobis vigilantibus clare et distincte denunciant; aut cogitare, esse naturam intelligentem, quae repugnantes notas in unam notionem conjungat, quae notas notionis diversas ponat a notione, quae tertium aliquod inferat inter haec duo membra: *aut A est B*, *aut A non est B*; quae ponat, aliquid sine ratione suf-

sufficiente posse esse verum, verasque habeat enunciationes, quae cogitandi legibus repugnent (1).

Illis enunciationibus, quibus assensum negare non est in nostra potestate, *necessitatem* tribuimus, aut eas dicimus esse *necessario veras* sive *apodicticas*; cujus generis igitur sunt hae leges ipsae primae cogitandi. Quare Epicurus, cum affirmaret, *principium exclusi medii* non esse necessario verum, aut ea, quae cogitavit, dicere noluit, aut ea, quae dixit, non cogitavit, atque vere affirmat Cicero, si hoc principium falsum sit, nihil verum esse (2).

Quaecumque ex primis veritatibus vere conclu-

(1) G. E. Schulze Logica p. 44.

(2) Acad. Quaest. IV. 30. de Nat. Deor. I. 25. Locus memorabilis est: „ Dialectici ab Epicuro, qui totam dialecticam et contemnit, et irridet, non impetrant, ut „ verum esse concedat, quod ita effabimur: *aut vivet cras* „ *Hermachus*, *aut non vivet*: cum dialectici sic statuant, „ omne, quod ita disjunctum sit, quasi, *aut etiam*, *aut* „ *non*, non modo verum esse, sed etiam *necessarium*: vi- „ de, quam sit cautus is, quem isti tardum putant. Si „ enim, inquit, concessero, necessarium esse, cras Her- „ machum aut vivere, aut non vivere, alterutrum necesse „ erit. Nulla autem est in natura rerum talis necessitas. „ Totam igitur evertit dialecticam. Nam si e contrariis „ disjunctio (contraria autem ea dico, cum alterutrum „ ait, alterum negat) si talis disjunctio falsa potest esse, „ nulla vera est. "

cluduntur sunt aeque *apodicticae*, atque illae, ex quibus sunt conclusae. Absurdum autem foret ipsis majorem auctoritatem, atque firmiorem assensum tribuere quam primis veritatibus. Qui affirmant, id solum pro vero esse habendum, quod demonstratum sit aut demonstrari possit, id, quod dicant, non satis intelligere videntur. Si nihil est, quod *per se verum* sit, atque igitur demonstrari nequeat, nihil omnino demonstrari potest.

Cum ratio sufficiens referatur ad judicia, quae vera esse statuuntur, ad *judicia problematica* non adhibetur. Neque etiam ex ea sequitur, esse omnis enunciationis assertoriae, aut apodicticae afferendam rationem. Etenim, si omnibus est cognita ratio, aut si ad unum omnes de veritate enunciationis consentiunt, supervacaneum est, eam rationem commemorare, nisi quando ipsa principia doctrinarum explicantur.

Ex his, quae dicta sunt, perspicitur, *rationis sufficientis principium* nihil aliud indicare, quam id vinculum, quo cum primis consequentia sunt connexa; quod quidem vinculum enunciationibus hypotheticis declaratur.

Est aliud principium, quo in rebus physicis, atque in Metaphysica utimur, quod, propter cognationem, quae ipsi est cum ratione sufficiente, cum

cum ea saepe confunditur, sed vere ab ipsa differt. Hoc est *principium causale* hujusmodi argumenti: *Cuilibet rei, aut mutationi, sua est causa.* Hoc igitur refertur ad id, quod per aliquam causam *oritur*, *constituitur*, *mutatur*; *ratio* autem *sufficiens* ad id, cujus veritas ex alia veritate *concluditur*. Cognatio horum duorum principiorum in eo consistit, quod ex utroque prodeunt enunciationes hypotheticae (1). Utrumque conjunxit, aut potius confudit, qui ita conclusit. „ Si est motus sine causa, non omnis „ enunciatio aut vera aut falsa erit; causas enim „ efficientes quod non habebit, id nec verum „ nec falsum erit: omnis ergo enunciatio aut „ vera aut falsa est: motus ergo sine causa nul„ lus est." (2)

§. 44. *De enunciationibus hypotheticis, quae ex ipsa enunciatione, si α est, β est, consequuntur; ubi α est enunciatio aut simplex aut composita.*

Enunciationes *α* et *β*, quae sunt membra enunciationis hypotheticae, possunt esse cujusque

(1) Confer. p. 141.
(2) Cicero de Fato. 10.

que generis, categoricae, hypotheticae aut disjunctae, eadem aut diversa habere subjecta vel praedicata, materia, modalitate, quantitate et qualitate inter se convenire aut differre. Ex hac diversa earum natura et relatione, variae colligi ex ipsa possunt aliae enunciationes hypotheticae. Sed quaecumque sit earum natura, convenientia et dissensus, *una relatio inter eas semper est*, quae indicatur forma: *si α est, β est.* Quid ex hac relatione concludendum sit, id, cum ad omnes pertineat, primum investigandum nobis esse videtur. Quaeramus igitur primo loco, quaenam enunciationes hypotheticae sequantur ex enunciatione: *si α est, β est*, qualescumque sint aliae relationes inter α et β.

Primum natura ipsa hujus enunciationis indicat, ex ipsa consequi has duas alias; formae: *si α atque β est, γ est*; quae sunt,

Si verum est: si α est, β est, atque α est .... β est (1)
. . . . *atque β non est .. α non est* (2)

id est, si hypothesis, seu principium verum est, thesis sive consequens vera est, sed si consequens falsa est, principium etiam falsum est. Ita ex theoremate: *si trianguli duo latera aequalia sunt* (α), *anguli his lateribus oppositi aequales sunt* (β), sequitur: *si duo an-*

anguli non sunt aequales (β *non est*) *latera ipsis opposita non sunt aequalia* (α *non est*).

Quare ex enunciatione formae; *si* α *est*, β *non est*, sequitur: *si* β *est*, α *non est*. Ita ex theoremate: *si parallelogrammum est obliquangulum, diagonales non sunt aequales*, sequitur: *si diagonales aequales sunt, parallelogrammum non est obliquangulum, sed rectangulum*.

Hinc duae cogitandi leges: *Ex vera enunciatione falsum quid sequi non potest*, atque *omnis enunciatio, ex qua quid falsum sequitur, ipsa falsa est*.

Si has leges adhibemus ad enunciationes, quarum prius membrum ex pluribus terminis constat (1), hujus formae: *si* α, β, γ ... *sunt*, ϕ *est*, novae oriuntur. Primum enim illi termini, de quorum veritate non dubitatur, omitti possunt. Ita, si constat, α esse verum, ex enunciatione: *si* α *atque* β *sunt*, γ *est*; sequitur: *si* β *est*, γ *est*. Unde lex tertia: *si* ϕ *sequitur ex pluribus enunciationibus conjunctis, illae omitti possunt in enunciatione hypothetica, quarum veritas affirmatur. Quare si constat, omnes esse veras praeter unam* π, *de*

(1) Confer. p. 142.

de cujus veritate dubitari possit, vera est enunciatio: si π est, φ est. Ita si apparet, duo triangula *A* et *B* habere duo latera aequalia atque unum angulum, his lateribus non inclusum, aequalem, sequitur: *si triangula A et B ejusdem sunt generis, omnibus numeris aequalia sunt* (1), atque *si non omnibus numeris aequalia sunt, non sunt ejusdem generis.*

Deinde si proponitur: *si α atque β sunt, φ est*, atque constat, φ non esse, sequitur: *aut α, aut β, aut utrumque non est.* Idem dicendum est universe de enunciatione: si α, β, γ, δ ... sunt, φ est. Si φ non est, ex terminis α, β, γ, δ ... unus saltem falsus est. Unde *lex quarta: Ex pluribus enunciationibus veris, simul adhibitis, falsum quid sequi non potest, atque si falsum quid consequitur, necesse est unam aut plures earum esse falsas.*

Quocirca si verum est: *si α atque β sunt, φ est*, atque *α est, sed φ non est*, sequitur, *β non esse.* Velut ex theoremate: *sectio plana coni, parallela basi, est circulus*, sequitur: *si sectio plana coni non est circulus, non est parallela basi*; atque *si sectio plana corporis, pa-*

(1) Confer. p. 143.

parallela basi, non est circulus, corpus non est conus.

Aliud exemplum sit: Ex enunciatione

Si omnia M sunt P, atque omnia S sunt M, etiam omnia S sunt P.

Sequitur

Si omnia M sunt P, atque falsum est, omnia S sunt P, falsum est, omnia S sunt M.

Id est

I. *Si omnia M sunt P, atque nonnulla S non sunt P, nonnulla S non sunt M.*

Ex eadem enunciatione sequitur:

Si omnia S sunt M, atque falsum est, omnia S sunt P, falsum est, omnia M sunt P.

Id est

II. *Si omnia S sunt M, atque nonnulla S non sunt P, nonnulla M non sunt P.*

Aut si, uniformitatis causa, in prima enunciatione, M in P, atque P in M, atque, in secunda, M in S atque S in M mutamus, exsistunt enunciationes hypotheticae,

III. *Si omnia P sunt M, atque nonnulla S non sunt M, etiam nonnulla S non sunt P.*

IV. *Si nonnulla M non sunt P, atque omnia M sunt S, etiam nonnulla S non sunt P.*

Hanc rationem, per quam, proposita enunciatione: *si α atque β sunt, γ est*, ex negatione membri consequentis γ, atque affirmatione termini α, colligitur, terminum β falsum esse, Logici medii aevi vocabant: *per impossibile ducere.*

Si-

(1) Vid. p. 176.

Similiter ex enunciatione: *si* α, β, γ *sunt*, δ *est*, colligimus: *si* δ *non est*, *atque* α *et* β *sunt*, γ *non est*. Ita ex propositione, enunciata p. 142., sequitur: *si duo triangula inaequalia*, *habent duo latera atque angulum non inclusum aequalia*, *non sunt ejusdem generis*.

Si β sequitur ex α, atque γ sequitur ex β, γ etiam sequitur ex α. Nam ex positis: *si* α *est*, β *est*, atque: *si* β *est*, γ *est*, non potest non sequi: *si* α *est*, γ *est*. Unde *lex quinta:*

Si ex aliqua enunciatione (α) *sequitur alia quaedam* (β), *atque ex hac*, *tertia* (γ), *haec tertia etiam ex prima sequitur. Quare si tertia falsa est*, *prima et secunda etiam falsae sunt.*

Ita *si omnia A sunt B* (α), *etiam nonnulla A sunt B* (β); atque *si nonnulla A sunt B* (β), *etiam nonnulla B sunt A* (γ); ergo *si omnia A sunt B* (α), *etiam nonnulla B sunt A* (γ).

Haec lex magnam habet convenientiam cum *Dicto de omni atque de nullo* (1), atque eodem modo ita pronuntiari potest: *Principium* (α), *principii* (β) *alicujus consequentis* (γ) *est etiam principium* (α) *hujus consequentis* (γ). *Aut consequens* (γ) *ejus*, *quod ipsum consequitur* (β) *ex*

(1) Confer. p. 176.

ex aliquo principio (α), *est etiam consequens* (γ) *hujus principii* (α).

Hoc autem universe verum est, quotcunque sint enunciationes ita connexae. Quare, si proponuntur enunciationes α, β, γ, δ, ϵ ... ita connexae, ut β sequatur ex α, γ ex β, δ ex γ, ϵ ex δ, et ita quaelibet ex sua antecedente, ϵ sequitur ex qualibet enunciatione, quae ipsi antecedit, adeo ut, si falsa est, omnes antecedentes falsae sint. Unde *lex sexta:*

Si proponitur ea series enunciationum, quarum quaelibet sequatur ex proxime antecedente, quaelibet ex singulis antecedentibus sequitur, ita ut omnes falsae sint, si ipsa falsa est.

Ejusmodi series praebet *Syllogismos compositos*, quoniam posterius membrum enunciationis compositum est. Etenim si α vera est, β, γ, δ, ϵ ... etiam verae sunt (1).

Exemplo inserviat Syllogismus, quo Cicero (2), de animorum immortalitate disputans, utitur, atque hoc fere modo proponi potest, quo melius judicetur, quid in eo verum, quid falsum sit.

1. *Si morte animus et corpus exstinguuntur* (α), *mortui non sunt* (β).

2. *Si*

(1) Confer. p. 166.

(2) Disput. Tusc. I. 6.

2. *Si mortui non sunt (β), nihil quidquam sunt (γ).*
3. *Si mortui nihil quidquam sunt (γ), non miseri sunt (δ).*
4. *Si mortui non sunt miseri (δ), miseria cessat post mortem (ε).*
5. *Si miseria cessat post mortem (ε), mors aufert malum (ζ).*
6. *Si mors aufert malum (ζ), mors bonum est (η).*
Ergo si morte animus et corpus exstinguuntur (α), mors bonum est (η), atque si mors non est bonum, animus et corpus morte non exstinguuntur.

In his *intermediae consequentiae* omissae sunt. Si designantur, conclusio est.

Si animus et corpus morte exstinguuntur, mortui nihil quidquam, atque igitur non miseri sunt; miseria cessat post mortem, morsque ipsa aufert malum, atque bonum est.

Si autem mors bonum non est; non malum aufert. Ergo neque miseria cessat post mortem, neque mortui non miseri sunt; neque animus et corpus morte exstinguuntur.

Epicurus, aut Vellejus, ad demonstrandum, deos esse specie hominis, hunc Syllogismum usurpabat (1).

Si

(1) Cic. de Nat. Deor. I. 18.

Si dii sunt beatissimi (α), *virtute sunt praediti* (β).

Si virtute sunt praediti (β), *rationis sunt participes* (γ).

Si rationis sunt participes (γ), *figuram hominis habent* (δ) (1).

Ergo *si* α *est*, β, γ *et* δ *sunt.*

Ad hujusmodi Syllogismos compositos, quos multi recentiores Logici *Sorites hypotheticos puros* appellare solent, revocari potest maxima pars demonstrationum Mathematicarum. Cujus expositio cum plurimum valeat ad rationem et viam Mathematicam accurate perspiciendam, nonnulla exempla, sumta ex Arithmetica et Geometria, adjiciamus. Quo melius autem cognoscatur, aut in memoriam revocetur, ex quonam fonte sequatur veritas alicujus praemissae, utile est ipsi numerum adscribere, qui indicet paginam aut paragraphum, ubi demonstrata, aut, si axioma est, ubi explicata fuerit. Proponatur igitur,

I. *Invenire* x, *ex aequatione* $ax + b = c$.

Praemissae sunt

1. *Si* $ax + b = c$ (α), $ax = c - b$ (β).

2. *Si id est*, $x = \frac{c-b}{a}$ (γ), ergo *si* α *est*, γ *est.*

Prae-

(1) De hac praemissa vere Cicero (de Nat. Deor. I. 32): „ A beatis ad virtutem, ait, a virtute ad ratio- „ nem video te venisse gradibus. A ratione ad humanam figu-

Praemissae prioris veritas nititur enunciatione: *si aequalia adduntur aequalibus, aut ab iis subtrahuntur, summae aut residua sunt aequalia;* posterioris autem veritas enunciatione: *si aequalia per aequalia dividuntur, quoti aequales sunt.* Quodsi has enunciationes, priorem, litera π, posteriorem, litera ρ indicamus, Sorites est.

Si α atque π est, β est.

Si β atque ρ est, γ est.

At vero cum π et ρ pro veris habeantur, omitti possunt in Praemissis (1). Idem est dicendum de exemplis, quae sequuntur.

II. *Invenire x, ex aequatione,* $ax+b=c+dx$

Praemissae sunt

1\. *Si* $ax+b=c+dx\,(\alpha)$, $ax-dx=c-b\,(\beta)$.

2\. *Si id est* (β), $x=\frac{c-b}{a-d}(\gamma)$, ergo *si α est, γ est.*

Praemissae nituntur iisdem enunciationibus, quibus praecedentes.

III. *Invenire x, ex aequatione* $ax^2+bx=c$.

Praemissae sunt

1\. *Si* $ax^2+bx=c\,(\alpha)$, $x^2+\frac{b}{a}x=\frac{c}{a}\,(\beta)$.

2\. *Si id est,* $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2(\gamma)$.

3.

„ figuram quo modo accedis? *praecipitare* istuc quidem „ est, non descendere."

(1) Secundum legem tertiam p. 185.

3. Si id est, $x+\frac{b}{2a}=\pm\left(\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (δ)

4. . . . . $x=-\frac{b}{2a}\pm\left(\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ε), ergo *si* α *est*, ε *est*.

Praemissae nituntur iisdem enunciationibus, quibus praecedentes, praeter tertiam, quae derivatur ex enunciatione generali:
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$; unde $a+b=\pm(a^2+2ab+b^2)^{\frac{1}{2}}$

Enunciationes, α, β, γ ... possunt etiam esse compositae, atque illa, quae erat principium, aut consequentia antecedentium, repeti potest, ut v. c.

Si α et β sunt, γ et δ sunt.
Si γ et δ sunt, ε est.
Si ε est, ζ est.
Si ζ est, η est.
Si η atque γ est, θ est.
Si θ est, ι est.

Ergo *si α et β sunt, η atque ι sunt.*
Ubi γ repetitur ex antecedentibus.

Cujus exemplum exhibetur in sequenti problemate proposito.

IV. *Invenire x et y ex aequationibus:* $ax+by=c$, *atque* $dx+ey=f$.

Praemissae sunt

1. *Si* $ax+by=c$ (α) *atque* $dx+ey=f$ (β),
$x=\frac{c-by}{a}$ (γ), *et* $x=\frac{f-ey}{d}$ (δ)

2. Si γ et δ sunt, $\frac{c-by}{a}=\frac{f-ey}{d}$ (ε)

3. Si ε est , $dc - dby = af - aey$ (ζ).

4. Si ζ est $y = \frac{af - dc}{ae - db}$ (η).

5. Si η atque γ est, $x = \frac{c - b\left(\frac{af - dc}{ae - db}\right)}{a}$ (θ).

6. Si θ est $x = \frac{ce - bf}{ae - db}$ (ι) ergo *si* α *et* β *sunt*, η *atque* ι *sunt*.

Prima et *quarta* praemissa nituntur solutione generali aequationis: $ax + b = c + dx$; *secunda* autem enunciatione: *quae eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia; tertia: si aequalia per aequalia multiplicantur aut dividuntur, producta aut quoti aequalia sunt; quinta* et *sexta: aequalia in locum aequalium substitui posse, salva veritate aequationis; sexta* praeterea enunciationibus: $a - a = o$ atque $a = \frac{ab}{b}$.

Mathesis propter ordinem, quem tenet in investigationibus, suos Sorites maxime contrahere potest. Cum enim a simplicissimis ad magis composita, a principiis ad consequentia progrediatur, ea, quae in praecedentibus demonstravit, pro praemissis adhibet, de quarum veritate nullum sit dubium. Ita veritas primae et quartae praemissae hujus quarti problematis patet ex Sorite problematis secundi, neque ulteriore demonstratione opus est.

Cum

Cum duae quaelibet praemissae, quae sibi succedunt, in unam contrahi possint, Soritem breviorem reddere possumus. Ita ex praemissa prima et secunda sequitur,

Si α et β sunt, γ, δ et ε sunt.

Aut *si* $ax+by=c$ (α) *atque* $dx+ey=f$ (β),

$$x=\frac{c-by}{a}=\frac{f-ey}{d} \quad (\gamma,\ \delta,\ \varepsilon \text{ sunt})$$

atque hac praemissa demonstrata uti possumus in aliis Soritibus.

V. *Exhibere Logarithmum numeri* $(1+x)$ *per seriem, juxta potestates ipsius x progredientem.*

Praemissae sunt

1. *Si* $Log.(1+x)=Ax+Bx^2+Cx^3 \ldots (\alpha)$
$Log.(1+x)^2=2Ax+2Bx^2+2Cx^3 \ldots$
$= Log.\ (1+2x+x^2) = Ax\ (2+x)$
$+Bx^2\ (2+x)^2+Cx^3\ (2+x)^3 \ldots (\beta).$

2. *Si* β *est*, $2Ax+2Bx^2+2Cx^3+2Dx^4$
$+2Ex^5 \ldots\ldots = 2Ax+(A+4B)\,x^2$
$+(4B+8C)\,x^3+(B+12C+16D)\,x^4$
$+(6C+32D+32E)\,x^5 \ldots (\gamma).$

3. *Si* γ *est*, $o=(A+2B)\,x^2+(4B+6C)\,x^3$
$+(B+12C+14D)\,x^4+(6C+32D$
$+30E)\,x^5 \ldots (\delta).$

4. *Si* δ *est*, $B=-\frac{1}{2}A$, $C=\frac{1}{3}A$, $D=-\frac{1}{4}A$,
$E=\frac{1}{5}A\ (\varepsilon). \ldots\ldots$

5. *Si* ε *est et* α *est*, $Log.\ (1+x)=A$
$\left(x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{5}x^5 \ldots \pm\frac{x^p}{p}\right)$ (ζ) ergo
si α *est*, ζ *est.*

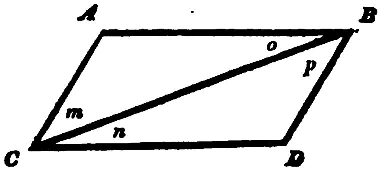
Prae-

Praemissa prima confirmatur enunciationibus Log. $(1+x)^2 = 2$ Log. $(1+x)$; $(2x+x)_n = x^n(2+x)^n$ atque enunciatione: *quae tertio aequalia sunt, inter se sunt aequalia. Praemissa secunda* nititur evolutione binomii $(1+x)^n$; *tertia*, enunciatione: *si ab aequalibus aequalia subtrahuntur, residua aequalia sunt; quarta, proprietate Coefficientium indeterminatorum; quinta, aequalium alterutrum in locum alterius substitui posse*, In *quinta* praemissa repetimus α ex priore, quod non impedit, quo minus vera sit enunciatio: *si α est, ζ est.* Cum enim ultima praemissa sit: *si ε et α sunt, ζ est*, atque colligitur: *si α est, ε est*, enunciatio ε omitti potest.

VI. Sexto loco proponatur demonstratio Theorematis:

Si in quadrilatero ABDC opposita latera parallela sunt, etiam aequalia sunt.

Hypothesis est: AB et CD atque AC et BD parallelae sunt. Thesis est AB=CD, AC=BD. Ducatur linea BC, qua ducta oriuntur triangula ABC et CBD, atque anguli o, p, m, n.



Praemissae sunt

1. *Si AB et CD atque AC et BD parallelae sunt* (α), *angulus o est aequalis angulo n, atque angulus p aequalis angulo m* (β).
2. *Si β est, triangula ABC et BCD ad magnitudinem et formam aequalia sunt* (γ).
3. *Si γ est, AB=CD atque AC=BD* (δ). Ergo: *si α est, δ est.*

Prima praemissa sequitur ex natura linearum parallelarum, *secunda* ex enunciatione demonstrata: *duo triangula sunt omnibus partibus aequalia, si unum latus atque duos angulos, huic lateri adjacentes, aequalia habent; tertia* jam declaratur per *secundam.* Nam si triangula omnibus partibus inter se aequalia sunt, ea latera sunt aequalia, quae aequalibus angulis opposita sunt. Linea BD, angulos B et D conjungens, ducitur, ut oriantur triangula, quae inter se comparari possunt, quod demonstrationi est necessarium. Quae quoniam duci potest in quolibet quadrilatero, neque ducta quidquam in lateribus mutat, sequitur conclusionem esse generalem.

§. 45.

§. 45. *Ex enunciatione: si α est, β est, neque sequitur, si α non est, β non est, neque, si β est, α est.*

Caveamus autem, ne colligamus, cujuslibet enunciationis hypotheticae, si principium (α) falsum sit, consequens (β) etiam esse falsum, aut si consequens verum sit, principium etiam verum esse. Id tum solum colligendum est, quando α et β *unam eandemque rem* denotant, aut si α est *sola* ratio, cur β verum esse possit, aut si omnes aliae rationes, cur β verum esse possit, ita sunt conjunctae cum α, ut sine illa esse nequeant.

Ita ex theoremate: *si duo triangula tria habent latera aequalia, aream etiam aequalem habent*, falso concluditur: *si duo triangula non habent latera aequalia, aream etiam non aequalem habent*; aut, *si duo triangula aream habent aequalem, etiam latera habent aequalia*, quod utrumque falsum est. Appellant enunciationem: *si β est, α est*, enunciationem *conversam si α est, β est*, quoniam membra locum inter se commutarunt. Quare si theorematis Mathematici demonstrata est veritas, non accurate agimus, si continuo colligimus, *conversam* theorema etiam esse verum. Ita ex eo, quod *duo*

frac-

fracti aequales sunt, si numeratores atque denominatores sunt aequales, non sequitur *hos esse aequales, si fracti aequales sunt.* Perversa igitur foret haec conclusio ex Syllogismo p. 190. exposito: *si animus et corpus morte non exstinguuntur, mors non est bonum*, aut: *si mors bonum est, animus et corpus morte exstinguuntur.*

§. 46. *De enunciationibus hypotheticis reciprocabilibus, ortis ex enunciationibus aequipollentibus.*

Magnus tamen est numerus ejusmodi enunciationum hypotheticarum, quae, salva veritate, converti possunt, adeo ut utrumque verum sit: *si α est, β est*, atque *si β est, α est.* Dici possunt *reciprocabiles*, eadem ratione, qua *reciprocabiles* dicuntur *enunciationes categoricae universales*, quarum subjectum et praedicatum sunt notiones *reciprocae* (1), ita ut utrumque verum sit: *omnia A sunt B*, atque *omnia B sunt A*, ex quibus sequitur: *si quid est A, est etiam B, si quid est B, est etiam A.* Quare enunciationes: *si triangulum est aequilaterum, etiam aequiangulum est*, atque *omnia trian-*

(1) Vide p. 56.

triangula aequilatera sunt aequiangula, sunt *reciprocabiles*, quoniam verae etiam sunt, si convertuntur: *si triangulum est aequiangulum, est etiam aequilaterum*, atque *omnia triangula aequiangula sunt aequilatera*. Quocirca, ut enunciatio: *si α est, β est*, sit *reciprocabilis: α ex β, atque β ex α sequi debet*, aut α et β simul debent esse verae aut falsae, quod si est, *aequipollentes* (1) vocari possunt. Ex quo efficitur, *nullam enunciationem hypotheticam posse esse reciprocabilem, nisi duo membra sunt aequipollentia*, atque *ex duabus enunciationibus α et β aequipollentibus sequi quatuor enunciationes reciprocabiles:*

si α est, β est; si β non est, α non est,
si β est, α est; si α non est, β non est.

§. 47. *De diversis generibus enunciationum aequipollentium.*

Sunt autem enunciationes aequipollentes:

A. Quae idem designant, sed verbis solummodo differunt, veluti: *Cajus est pater Marci*, atque

(1) Ita has enunciationes *reciprocabiles* et *aequipollentes*, et merito quidem, definiunt Hofbauer, Maas, aliique Logici.

que *Marcus est filius Caji; sunt, qui eripiunt aliis, quod aliis largiantur*, atque *nonnulli eripiunt aliis ...; angulus A major est angulo B*, atque *angulus B minor est angulo A; angulus A est aequalis angulo B*, atque *angulus B est aequalis angulo A*. Quare omnes *aequationes* cujusque generis, atque universe omnes enunciationes, quae *aequalitatem* aut *inaequalitatem* magnitudinis et formae indicant, sunt *aequipollentes* (1).

B. Sunt etiam *enunciationes aequipollentes*, quae *qualitate atque notionum loco* differunt, materia et quantitate conveniunt, atque idem affirmant, aut negant.

Hujusmodi sunt:

a. *Omnia A sunt B; omnia A non sunt non B; nullum A est non B; omnia non B sunt non A; quod non est B, non est A; nullum non B est A.*

b. *Nullum A est B; nullum B est A; omnia A sunt non B; omnia B sunt non A.*

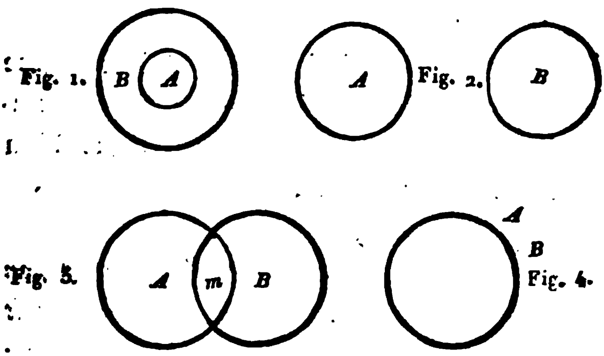
c. *Nonnulla A sunt B; nonnulla A non sunt non B; nonnulla B sunt A; nonnulla B non sunt non A.*

d. *Non-*

(1) Confer. p. 97. seqq.

d. *Nonnulla A non sunt B; nonnulla A sunt non B; nonnulla non B sunt A.*

Ut haec, atque universe relatio enunciationum Categoricarum illustrentur, atque ad intuitionem referantur, sint A et B globi, qui repraesentent sphaeras notionum A et B, ita quidem, ut puncta, sive particulae horum globorum designent res, quae his notionibus indicantur, ut v. c. *homines*, *animalia*, *aves*, *lapides*, *atque alia.*



In *Fig:* 1. sphaera A inclusa est sphaerae B; quare A designat sphaeram notionis *inferioris* atque B notionis *superioris.* Hac figura igitur repraesentantur enunciationes: *omnia A sunt B*, atque *nonnulla B non sunt A*, ut: *omnes aves sunt animalia; nonnulla animalia non sunt aves;* atque etiam enunciationes: *nonnulla A sunt B*, atque: *nonnulla B sunt A;* quoniam, *si omnia A*

A sunt B, *etiam nonnulla A sunt B*, atque *nonnulla B sunt A*.

In *Fig:* 2. tota sphaera A est extra sphaeram B; quare quodcunque est in sphaera A, non est in sphaera B, atque quodcunque est in sphaera B, non est in sphaera A; quod indicatur enunciationibus: *nullum A est B*, *nullum B est A*. Quod si A designat triangula aequilatera, atque B triangula rectangula, hae enunciationes sunt: *nullum triangulum aequilaterum est rectangulum*, atque *nullum triangulum rectangulum est aequilaterum*. Quare haec figura etiam repraesentat enunciationes: *nonnulla A non sunt B*, atque *nonnulla B non sunt A*.

In *Fig:* 3. sphaerae A et B communem habent partem *m*; reliqua non sunt communia. Quare haec figura repraesentat quatuor enunciationes: *nonnulla A sunt B*; *nonnulla B sunt A*; *nonnulla A non sunt B*; *nonnulla B non sunt A*. Priores negant simpliciter, *nullum A esse B*, atque *nullum B esse A*; posteriores autem: *omnia A esse B*, atque *omnia B esse A*.

In *Fig:* 4. sphaerae A et B coincidunt, quod fit, si notiones A et B sunt *reciprocae*. Haec igitur figura repraesentat enunciationem *reciprocabilem* (1), ita ut utrumque verum sit: *omnia*

A

(1) Vid. pag. 199.

A sunt B, atque *omnia B sunt A*; ex quibus sequitur: *nonnulla A sunt B*, atque *nonnulla B sunt A*.

Quaelibet igitur figura quatuor enunciationes designat. *Omnia A sunt B*, repraesentatur figuris 1 et 4; *nullum A est B*, figura 2; *nonnulla A sunt B*, figuris 1, 3, 4; *nonnulla A non sunt B*, figuris 2 et 3; *omnia B sunt A*, figura 4; *nullum B est A*, figura 2; *nonnulla B sunt A*, figuris 1, 3, 4; *nonnulla B non sunt A*, figuris 1, 2, 3.

Sphaera autem notionis negantis *non A* est tanquam infinita, quoniam complectitur quaecunque non sunt A. Quare *esse A*, atque *non esse non A* (1), aut *inesse sphaerae A*, *atque non inesse sphaerae non A*, idem declarant. Idem dicendum est de dictione: *esse non A*, atque *non esse A*, aut *inesse sphaerae non A*, atque *non inesse sphaerae A*, *seu extra eam esse* (2). Quod valet de notione A, valet etiam de notione B.

His consideratis, facile patet *aequipollentia* earum enunciationum, quas proposuimus (3).

a. *Omnia A sunt B*, (Fig. 1.) indicat, totam sphae-

(1) Confer. p. 178.

(2) Confer. p. 91.

(3) P. 201.

sphaeram notionis *A* esse inclusam sphaerae notionis *B;* aut omnia A esse in sphaera B (*omnia A non sunt non B*); aut nullum A esse extra eam (*nullum A est non B*); aut quaecunque sint extra eam, esse etiam extra sphaeram A, (*omnia non B sunt non A; quod non est B, non est A*); aut nihil, quod sit extra B, esse A (*nullum non B est A*). His igitur enunciationibus repugnat omni ex parte: *nonnulla A non sunt B.*

b. *Nullum A est B*, (Fig: 2.) indicat, nullum A esse in sphaera notionis B; aut omnia A esse extra eam (*omnia A sunt non B*). At vero hoc idem est, atque si declaratur, nullum B esse in sphaera notionis A, (*nullum B est A*), aut omnia B esse extra eam (*omnia B sunt non A*). Hae omnes enunciationes non aliud designant, nisi has duas sphaeras nihil habere commune; quibus igitur omni ex parte repugnant enunciationes: *nonnulla A sunt B*, atque *nonnulla B sunt A.*

c. *Nonnulla A sunt B* (Fig: 1, 3, 4.) declarat, esse aliquid saltem his duabus sphaeris commune, adeo ut nonnullae res sint in utraque. Hoc idem declaratur enunciationibus: *nonnulla B sunt A, nonnulla A non sunt non B, nonnulla B non sunt non A.* Hae igitur enunciationes prorsus repugnant enunciationibus: *nul-*

nullum A est B, atque *nullum B est A*. Cum autem non definiatur, *quid* aut *quantum* ipsis commune sit, sphaerae A et B, salva veritate enunciationis: *nonnulla A sunt B*, possunt *congruere*, ut in Fig: 4; aut sphaera A potest esse inclusa sphaerae B, ut in Fig. 1.; aut sphaera B esse inclusa sphaerae A; aut et *commune et diversum quid* habere possunt, ut in Fig: 3. Alia autem res est, si dicitur, aut significatur: *nonnulla tantum A sunt B*; id enim simul indicat, non omnia A esse B.

d. *Nonnulla A non sunt B*, (Fig: 2, 3.) aut: *nonnulla A sunt non B*, significat, esse saltem aliquam partem sphaerae notionis A extra sphaeram notionis B, aut, quod idem est, esse aliquid in priore sphaera, quod non sit in posteriore B (*nonnulla non B sunt A*). Quanta sit haec pars, hac enunciatione non definitur. Potest fieri, ut sphaerae nihil habeant commune, (Fig: 2.) *adeo ut nullum A sit B* — aut, ut B inclusa sit sphaerae A (*omnia B sint A*). Nota autem universalis hujus enunciationis est, ut repugnet enunciationi: *omnia A sunt B*; sed si dicitur: *nonnulla solum A non sunt B*, id indicat, *non totam sphaeram A esse extra sphaeram B*.

Exempla harum enunciationum aequipollentium

tium nobis praebere potest paradoxon Stoicorum: *solus sapiens liber est.* Stoici hoc decreto reddebant *reciprocabilem* enunciationem: *si quis est sapiens, liber est*, atque igitur utrumque ponebant: *Omnes sapientes sunt liberi, atque omnes liberi sunt sapientes.* Quod si igitur per Stoicos, qui etiam affirmabant, *omnes stultos servos esse*, nobis licet, homines (ingenio aliquantum excultos) in duas classes dividere, in *liberos* (*A* aut *B*) atque *servos* (*non A* aut *non B*), atque simili divisione, in *sapientes*, atque *stultos*, propositae enunciationi *reciprocabili: omnes sapientes sunt liberi*, aequipollentes sunt.

Omnes sapientes (A) *sunt liberi* (B); *omnes sapientes non sunt non liberi; nemo sapiens servus* (*non B*) *est; omnes servi stulti sunt; qui non est liber, non est sapiens; nemo servus sapiens est.*

Omnes liberi (A) *sunt sapientes* (B); *omnes liberi non sunt non sapientes; nemo, qui liber est, stultus* (*non B*) *est; omnes stulti sunt servi; qui non est sapiens, non est liber; nemo stultus liber est.*

Similis est ratio enunciationum aequipollentium, literis b, c, d pag. 201. designatarum, quarum exempla facile reperiuntur.

In

In his observandum est, si A et B sunt notiones vere *affirmantes* sive *reales*, atque igitur *non A et non B* vere *negantes*, veras esse semper enunciationes hujus formae: *nonnulla non A sunt non B*. Haec enim enunciatio nil aliud indicat, nisi esse, quibus *neutra nota realis* A et B tribuenda sit. Sit v. c. A *mortale esse*, B *esse immortale*, vera est enunciatio: *sunt nonnulla, quae neque mortalia, neque immortalia sunt* (1).

C. At vero α et β possunt esse *aequipollentes*, etiamsi non eadem indicant, *dummodo utraque simul aut vera aut falsa semper sit*. Id tum accidat necesse est, si α est aut unica ratio possibilis, cur β vera sit, aut si aliae quidem sunt rationes v. c. γ, sed ex quibus singulis etiam sequitur α. Etenim si *prius* est, vera est enunciatio: *si α non est, β non est*; si autem *posterius*: *si α non est, γ non est*. Quare reciprocabilis est enunciatio: *si duo triangula rectilinea congruunt, omnibus numeris aequalia sunt*, ita ut recte concludatur: *si omnibus numeris aequalia sunt, congruunt*, atque: *si non congruunt, non omnibus numeris aequalia sunt*, quoniam haec aequalitas *ex sola congruentia* pro-

(1) Confer. p. 91. 92.

proficiscitur, qua cessante ipsa cessat aequalitas. Similiter reciprocabilis est enunciatio: *si duae chordae ejusdem aut aequalis circuli eandem habent a centro distantiam, aequales sunt*, quoniam magnitudo chordarum ex sola distantia pendet, quod patet ex formula: *Chorda* $= 2\sqrt{(Rad.)^2 - (Distant.)^2}$, in qua radius est *constans*. Quare distantia a centro definit longitudinem chordae, atque longitudo chordae distantiam ejus a centro. Possunt etiam esse hujus formae: *si A est B, etiam C est D*, veluti: *si cujuslibet trianguli majus latus oppositum est majori angulo* (α), *etiam summa duorum laterum major est, quam tertium latus* (β), est enunciatio reciprocabilis, quia α ex β, atque β ex α sequitur. Ita etiam enunciatio Arithmetica: si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, *etiam est* $ad=bc$. Nam si $ad=bc$, etiam est $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

Quocirca si praeter α etiam alia ratio esse potest, cur β sit, ex qua α non sequitur, *enunciatio non est reciprocabilis*, veluti theorema: *si duo triangula tria habent latera aequalia* (α), *aream etiam aequalem habent* (β), quoniam aequalitas areae (β) colligitur etiam ex aequali producto baseos et altitudinis,

ex quo tamen aequali producto non sequitur laterum aequalitas.

Alia causa, quae enunciationem: *si α est, Φ est*, reciprocabilem reddit, tum exsistit, *quando Φ ita continet, quaecunque ex α consequuntur, ut nihil aliud, nisi quod ex Φ etiam sequatur, ex α colligi possit.* Ut hoc illustretur, proponatur: *si α est, β et γ sunt*, atque ex α non aliud quidquam sequatur, nisi β et γ, atque ea, quae ex ipsis sive singulis sive conjunctis colliguntur, verum etiam est: *si β et γ verae sunt, α vera est.* Nam *si omnia, quae ex aliqua enunciatione (α) consequuntur, vera sunt, ipsa (α) etiam vera est* (1).

At vero, si enunciatio: *si α est, β et γ sunt*, reciprocabilis est, et ita quidem, ut neque β ex γ, neque γ ex β consequatur, verae qui-

(1) Id ex eo patet, quod ex falsa enunciatione aliquid falsum colligi potest, ex vera autem nunquam. Quare in omnibus disciplinis eo magis probabilis fit Hypothesis aliqua, quo major est numerus earum enunciationum, quae ex ipsa consequuntur, si quidem omnes verae sunt.

Maas Logica §. 250. p. 145.) hanc propositionem magis subtiliter ita fere demonstrat. *Ex veritate ipsius α sequitur, eam non esse falsam. Quod si igitur, quaecunque ex α consequuntur, vera sunt, verum etiam est, α non esse falsam, id esse α esse veram.*

quidem sunt enunciationes: *si α est, β est*, atque; *si α est, γ est*, sed *non reciprocabiles*, quoniam neque ex β sola, neque ex γ sola colligitur α esse, sed ex conjunctis β et γ. Veluti, reciprocabile est theorema: *si* $a = b$ *atque* $c = d$ (α), *etiam* $ac = bd$ (β) *atque* $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (γ); sed reciprocabiles non sunt enunciationes: *si factores aequales sunt* (α), *producta sunt aequalia* (β); atque, *si duorum numerorum fractorum numeratores et denominatores aequales sunt* (α), *ipsi numeri fracti aequales sunt* (γ).

Ita etiam reciprocabile est theorema: *si duo triangula rectilinea habent tria latera aequalia* (α), *habent etiam aequales angulos* (β) *atque aream aequalem* (γ); sed theoremata: *si habent tria latera aequalia, habent angulos aequales* — atque, *si habent tria latera aequalia, habent aream aequalem*, vera quidem illa sunt, sed non reciprocabilia; neque enim angulorum aequalitas ex areae, neque areae aequalitas ex angulorum aequalitate sequitur. His contraria esse videntur praecepta *Trigonometriae sphaericae*, quae utrumque verum ponit: *Si duo triangula habent tria latera aequalia* (α), *etiam angulos aequales* (β), *atque aream aequalem habent* (γ), atque *si tres an-*

angulos aequales habent (β), *etiam latera habent aequalia* (α), adeo ut enunciatio: *si* α *est*, β *est*, sit reciprocabilis. Sed attendendum est, in triangulis sphaericis, quae quidem in superficie ejusdem aut aequalis sphaerae collocantur, aequalitatem areae (γ) sequi ex aequalitate angulorum (β). Quare enunciatio: *si* α *est*, β *est*, *completa* est appellanda, quoniam nihil attinet ea addere, quae jam ex posteriore membro β consequuntur. Praeterea Trigonometria sphaerica universe inquirit relationem, quae est inter sex angulos, qui trium planorum concursu formantur, ex quibus tres sunt planorum inclinationes, qui dicuntur *anguli*, reliqui autem anguli sunt in singulis planis, quibus nomen *laterum* datur. Horum autem sex angulorum relationes, ope linearum Goniometricarum, ita declarantur aequationibus, ut unus ex tribus aliis quibuscunque definiatur. Quocirca ex aequalitate trium laterum sequitur angulorum, atque ex angulorum aequalitate, laterum aequalitas. Area autem trianguli sphaerici est pars quaedam superficiei sphaerae, quae area non solum ex angulis pendet, sed etiam ex radio sphaerae, atque in hanc relationis angulorum investigationem non ingreditur.

D. Ex his, quae dicta sunt de enunciationibus

bus aequipollentibus atque reciprocabilibus, facile perspicitur,

1. Cum haec sit enunciationum aequipollentium natura, ut simul verae atque simul falsae semper sint, sequitur, *si plurium una vera aut falsa est, reliquas etiam veras aut falsas esse. Contra, aequipollentes sunt enunciationes, si nulla potest esse aut vera aut falsa, nisi reliquae etiam verae aut falsae sunt.*

2. *Si duae enunciationes* (α *et* β) *sunt aequipollentes tertiae* (γ), *etiam inter se sunt aequipollentes.* Aut si reciprocabiles sunt enunciationes: *si* α *est*, γ *est*, atque: *si* β *est*, γ *est*, reciprocabilis etiam est: *si* α *est*, β *est.* Etenim ex hac aequipollentia sequitur (1),

Si α *est*, γ *est*, *atque si* γ *est*, β *est*, *quare: si* α *est*, β *est.*

Si β *est*, γ *est*, *atque si* γ *est*, α *est*, *quare: si* β *est*, α *est.*

Ergo enunciatio: *si* α *est*, β *est*, est reciprocabilis. Veluti, cum reciprocabiles sint enunciationes: *si Quadrangulum habet latera opposita aequalia* (α), *est Parallelogrammum* (γ), atque, *si Quadrangulum habet angulos oppositos aequales* (β), *Parallelogrammum est* (γ), reciprocabilis etiam est: *si Quadrangulum habet la-*

(1) Ex lege quinta p. 188. proposita.

latera opposita aequalia (α), *etiam angulos oppositos aequales habet* (β). Haec est nota, ex qua duarum enunciationum aequipollentia perspicitur.

Verum, etiamsi reciprocabile sit: si α est, γ est, atque ex (γ) sequatur β, enunciatio: *si α est, β est*, non potest esse reciprocabilis, si γ non sequitur ex β. Ita theorema: *si trianguli rectilinei unus angulus est rectus* (α), *reliqui sunt acuti* (β), salva veritate converti non potest, etiamsi reciprocabile est: *si unus angulus trianguli est rectus* (α), *duorum reliquorum alter est complementum alterius* (γ), nam ex eo, quod duo anguli sunt acuti (β) non sequitur alterum esse complementum alterius (γ).

3. *Si ex aliqua enunciatione* (α) *sequitur* (β), *enunciatio* (γ), *quae huic β est aequipollens, etiam ex α consequitur.* *Prius* enim indicat: *si α est, β est; posterius: si β est, γ est*, quare: *si α est, γ est.* Sed si ex α non sequitur β, nulla enunciatio, aequipollens ipsi β, ex α sequitur.

4. *Quodcunque* (γ) *sequitur, aut non sequitur ex enunciatione* (α *vel sola, vel conjuncta cum aliis veris enunciationibus* (δ), *id sequitur, aut non sequitur ex qualibet enunciatione* (β), *quae aequipollens est ipsi* (α).

Ete

Etenim quoniam α et β sunt aequipollentes, verum est: *si β est, α est.* Si γ sequitur ex α et δ, erit: *si α et δ sunt, γ est;* aut, cum δ vera sit: *si α est, γ est.* Verum igitur est: *si β est γ est.* Contra ex enunciatione: *si β est, γ est,* sequitur: *si α est, γ est.* Quare si posterior enunciatio hypothetica falsa est, prior etiam falsa est.

E. *Si Sorites hypotheticus talis est, ut primae praemissae membrum antecedens sit membrum consequens postremae, omnia membra sunt aequipollentia, atque omnes praemissae reciprocabiles.*

Etenim si proponitur Sorites:

1. *Si α est, β est*	sequitur ex	1 et 3. Si α est, δ est.
2 *Si β est, γ est*		1 et 2. Si α est, γ est.
3. *Si γ est, δ est*		3 et 4. Si γ est, α est.
4. *Si δ est, α est*		2 et 4. Si β est, α est.

Cum igitur β, γ, δ sint aequipollentes ipsi α, inter se sunt aequipollentes.

Veluti, si ad sex praemissas Soritis expositi pag. 190. accedit septima: *si mors bonum est, morte animus et corpus exstinguuntur;* omnes praemissae sunt reciprocabiles. Praemissae in quatuor soritibus Arithmeticis pag. 191–194. explicatis, sunt reciprocabiles, quoniam

In

In primo Sorite: *si* $x = \frac{c-b}{a}$, *etiam est* $ax + b = c$.

In secundo . . . . . . $= \frac{c-b}{a-d}$ . . . . $ax + b = c + dx$;

et similiter in tertio et quarto Sorite.

Omnes etiam praemissae Soritis sexti p. 196. sunt reciprocabiles, quoniam ipsis addere possumus praemissam veram: *Si AB = CD, atque AC = BD* (δ), *etiam AB et CD, atque AC et BD parallelae sunt* (α).

Nam Sorites tum fit hujusmodi:

Si α est, β est,
Si β est, γ est,
Si γ est, δ est,
Si δ est, α est,

ex quo sequitur α, β, γ, δ esse aequipollentes, atque omnes praemissas reciprocabiles. Verae igitur sunt enunciationes: *si β est, α est; si γ est, β est; si δ est, γ est*, atque omnino *duae quaelibet enunciationum α, β, γ, δ formant enunciationem hypotheticam reciprocabilem.*

Ex his sequuntur duae regulae in demonstrandis enunciationibus non parvi momenti.

Ac primum quidem: *Aequipollentia duarum enunciationum α et δ cognoscitur, si posita α, concludenda pervenimus ad δ, atque rursus ab hac δ ad α.*

Se-

Secunda est. Ad investigandam veritatem enunciationis *α*, utile est inquirere, quid ex ipsa sequatur. *Si ad falsam enunciationem pervenimus, α ipsa falsa est. Quodsi autem pervenimus ad enunciationem δ, aequipollentem ipsi α, α vera est, quoniam δ vera est. Omnes autem praemissae, per quas ad hanc conclusionem progressi sumus, sunt reciprocabiles.*

Animadv. Enunciatio categorica: *A est B*, atque hypothetica: *si A est, B est*, vere inter se differunt, neque sunt *aequipollentes.* Illa enim ponit, *B esse notam subjecti A;* haec autem, *B consequi ex principio A.* Idem dicendum est de enunciationibus: *si A est B, A est C*, atque *A, quod est B, est C*, quae non sunt aequipollentes. Quod enim in priore *problematice ponitur*, (*A est B*, atque *A est C*) id *vere affirmatur* in posteriore; quare posterior plus in se continet quam prior, atque igitur ex eo non sequitur. Ad quod non satis attendisse videntur Philosophi acuti et subtiles, *Hoffbauer* (1), *Maas* (2), aliique, qui ita statuunt: „*ex enunciatione: si A est B, A est C sequi*„*tur, A, quod est B, est C, quoniam aliter* „*enunciatio hypothetica falsa foret.*" Sed id, quod plus continet, aut alia continet, quam quae prin-

(1) Logica p. 157.
(2) Logica p. 161.

principio insunt, non potest esse consequens hujus principii, falsumque saepe est, etiamsi principium verum sit. Quare enunciatio illa hypothetica vera esse potest, etiamsi categorica falsa sit. Id ita esse, multa exempla docere possunt, si iis opus sit. Vere Cicero (1): „*Si cor*, ait, *aut sanguis*, *aut cerebrum est animus*, *certe*, *quoniam est corpus*, *interibit cum reliquo corpore*: *si anima est*, *fortasse dissipabitur*: *si ignis*, *exstinguetur*: *si est Aristoxeni harmonia*, *dissolvetur*." Sed nemo sanus ex his dictis ita concludet: *Animus*, *qui est aut cor*, *aut sanguis*, *aut cerebrum*, *interibit cum reliquo corpore*; *animus*, *qui est anima*, *fortasse dissipabitur*; *animus*, *qui est ignis*, *exstinguetur*, *etc.* Quod enim *problematice* posuerat Cicero, id in hac conclusione *verum esse* ponitur.

Neque etiam ex enunciatione categorica: *A*, *quod est B*, *est C*, sequitur hypothetica: *si A est B*, *A est C.* Posterior enim indicat consequentiam, quae non semper indicatur priore; veluti ex enunciatione: *Quadratum*, *quod est Quadrangulum*, *habet latera aequalia*, (ubi pronomen *quod* est *explicans* (2)) non sequitur: *si Quadratum est Quadrangulum*, *habet latera aequalia*; quod dupliciter falsum est. Primum enim, *Quadratum non potest esse non Quadrangulum*, deinde ex

(1) Disput. Tusc. I. 11.
(2) Vid. p. 163.

ex eo, quod Quadratum est Quadrangulum, non sequitur latera esse aequalia (1).

Verumtamen hypothetica illa enunciatio potest sequi ex categorica, si Pronomen *quod* est *determinans*. Omnino affirmare possumus, ex enunciatione categorica: *omnia A, quae sunt C, sunt etiam B*, hypotheticam: *si A est C, est etiam B*, tum consequi, si nota C ratio est, cur ipsi A tribuenda sit nota B; quam vim si habet haec nota, enunciatio: *omnia A sunt B, etiamsi non sunt C*, falsa sit necesse est. Ita ex enunciatione: *triangulum, quod est aequilaterum, est aequiangulum*, sequitur: *si triangulum est aequilaterum, aequiangulum est*; quoniam hoc ipsum praedicatum, *aequilaterum esse*, ratio est, cur triangulum sit *aequiangulum*. Ad hanc conditionem attendendum est in mutanda enunciatione categorica in hypotheticam. Vere dicitur: *summa angulorum trianguli rectilinei aequilateri est duo anguli recti*; sed falso: *si triangulum rectilineum est aequilaterum, summa angulorum est duo anguli recti*; quoniam ex eo, quod aliquod triangulum est aequilaterum, non sequitur, summam angulorum esse duos angulos rectos. Vera enim est etiam enunciatio: *summa angulorum cujuslibet trianguli rectilinei est duo anguli recti*; quare prior enunciatio speciei soli id tribuit praedicatum, quod toti generi tribuendum est.

Enunciationes Mathematicae, quamvis indutae sint

(1) Confer. p. 159.

sint forma categorica, vere sunt hypotheticae, si nota, quae subjecto est addita, ratio est, cur ipsi praedicatum tribuendum sit. Quare praestat, his enunciationibus hypotheticam dare formam, quod etiam eo valet, ut magis aperte conspiciatur, ex quo fonte earum demonstratio sit haurienda (1). Si enunciatio: *trianguli aequicruri anguli ad basin aequales sunt*, in hanc mutatur: *si triangulum est aequicrurum, anguli ad basin aequales sunt*, vel potius: *si duo latera trianguli aequalia sunt, anguli, ipsis oppositi, aequales sunt*, manifeste declaratur, ex aequalitate laterum rationem esse petendam, cur anguli aequales sint, simulque perspicitur maxima ejus cognatio cum enunciatione: *si duo trianguli latera sunt inaequalia, majus latus majori, minus minori oppositum est.*

§. 48. *De enunciationibus hypotheticis formae: si α est, β est, ortis ex enunciationibus non aequipollentibus, quae sola quantitate et qualitate differunt.*

Enunciationes α et β, quae forma, non materia, differunt, etiamsi non sint aequipollentes,

Cla-

(1) Quod etiam monet Ernesti: Initia doctrinae solidioris, p. 421.

tamen consensu aut dissensu suo membra esse possunt enunciationis hypotheticae: *si α est, β est*, aut: *si α est, β non est.* Quod fieri potest, si aut quantitate, aut qualitate, aut utraque re differunt. Ut brevitati designationis consulamus, literae A, E, I, O indicent enunciationes categoricas, quae sola quantitate et qualitate differant, ita quidem ut A repraesentet enunciationem: *omnia A sunt B*; E: *nullum A est B*; I: *nonnulla A sunt B*, atque enunciationem singularem: *A est B*; O: *nonnulla A non sunt B*, atque enunciationem singularem: *A non est B.*

His positis, ita concludimus.

Si tota sphaera A inclusa est sphaerae B (*si omnia A sunt B*) etiam pars ejus ipsi est inclusa (*nonnulla A sunt B*, *aliquod A est B*), atque si tota sphaera A est exclusa extra sphaeram B (*nullum A est B*), etiam pars ejus extra eam exclusa est (*nonnulla A non sunt B*, *aliquod A non est B*). Unde enunciationes:

1. *Si A est, I est*, unde 2. *Si I non est, A non est*,
3. *Si E est, O est*, . . . 4. *Si O non est, E non est*.

Quocirca, si duae aut plures enunciationes sola quantitate differunt, atque enunciatio singu-

gularis particularibus adnumeratur, haec duo praecepta ponere possumus:

a. *Si vera est enunciatio universalis, particularis etiam vera est; si falsa est particularis, etiam universalis falsa est.*

b. *Quodcunque consequitur ex enunciatione particulari, sequitur etiam ex universali, atque quodcunque non consequitur ex universali, non consequitur ex particulari* (1). Id est:

Si verum est: si I est, γ est, etiam verum est: si A est, γ est.

. . . . . *si O est, γ est, etiam verum est: si E est, γ est.*

Si falsum est: si A est, γ est, etiam falsum est: si I est, γ est.

. . . . . *si E est, γ est, etiam falsum est: si O est, γ est.*

Logici enunciationes *A* et *E* in hac relatione *subalternantes*; I et O *subalternatas*, atque relationem ipsam *subalternationem* appellant.

Atque hoc quidem loco uberius definienda videtur relatio inter enunciationes *consentientes*, atque *dissentientes*, seu *congruentes* et *discrepantes*, quae maximam habet cognationem cum ea relatione, quae est inter notiones congruentes

(1) Confer. p. 188.

tes et discrepantes (1). Enunciationes autem *α* et *β* *consentientes* sunt, si simul verae esse possunt; *dissentientes* autem, si simul verae esse nequeunt.

Consentientes ipsae triplicis sunt formae.

Primum enim inter eas illa potest esse ratio, ut α vera esse nequeat, nisi β simul vera sit, atque β nequeat esse falsa, nisi simul α falsa sit. Quare haec est *relatio hypothetica*, quae indicatur enunciatione: *si α est, β est*; quae si praeterea *reciprocabilis* est, *α* et *β* *aequipollentes* sunt. Hujus generis sunt A et I, atque E et O, quoniam: *si A est, I est*, atque *si E est, O est*, quae est igitur relatio inter *subalternantes* et *subalternatas*.

Sunt deinde aliae, inter quas ea intercedit ratio, *ut simul verae, sed non simul falsae esse possint*, ita ut ex falsitate alterutrius sequatur veritas alterius, veraque sit enunciatio: *si α non est, β est*, atque *si β non est, α est*. Hae enunciationes dicuntur *subcontrariae*, cujus generis sunt *I* et *O*, quoniam: *si I non est, O est*, atque *si O non est, I est*.

Denique sine ulla alia relatione enunciationes simpliciter ita possunt esse *consentientes*, *ut ex*

(1) Confer. p. 55.

ex veritate aut ex falsitate alterutrius, neque veritas, neque falsitas alterius consequatur. Tales sunt enunciationes: *Triangulum A habet angulum rectum* (α), atque *habet duo latera aequalia* (β); quod utrumque potest esse verum, sed neque α ex β, neque β ex α consequitur, adeo ut alterutrum possit esse verum, etiamsi alterum falsum sit.

Enunciationes autem *dissentientes* duplicis sunt generis.

Primum enim ea inter eas potest esse ratio, *ut neque simul verae, neque simul falsae esse possint.* Hae dicuntur *contradictoriae.* Quare omnes verae enunciationes disjunctae duorum membrorum, atque omnis divisio dichotomia praebet *duas enunciationes contradictorias.* Si verum est: *aut α est, aut β est*, α et β *contradictoriae* sunt (1). Quodsi *non α*, atque *non β* ejusmodi sunt enunciationes, quae *simpliciter negant, α et β esse veras*, atque praeterea nihil negant, aut affirmant, α et *non α*, atque β et *non β contradictoriae* sunt. Hujus generis sunt A et O. Prior enim adfirmat, totam sphaeram A inclusam esse sphaerae B; posterior id negat simpliciter. Idem dicendum est de

(1) Confer. p. 154.

de E et I, quarum prior adfirmat, totam sphaeram A exclusam esse a sphaera B, posterior id negat simpliciter (1). Unde enunciationes disjunctae: *aut A est, aut O est*, atque *aut E est, aut I est*, enunciationesque reciprocabiles: *si A est, O non est; si E est, I non est; si O est, A non est; si I est, E non est*.

Major autem est numerus earum enunciationum dissentientium, quae quamquam simul verae esse nequeunt, *tamen simul falsae esse possunt, adeo ut ex alterutrius (α) veritate sequatur quidem falsitas alterius (β), non tamen ex alterutrius falsitate veritas alterius*. Hae dicuntur *contrariae*. Hujusmodi sunt omnia membra enunciationis disjunctae, cui sunt plura quam duo membra. Enunciationis: *aut α est, aut β est, aut γ est* ... bina quaelibet membra sunt enunciationes contrariae, adeo ut verum sit: *si α vera est, β, γ, δ ... falsae sunt*. Attamen, si constat, omnia membra, uno (φ) excepto, esse falsa, hoc membrum φ verum esse concludimus; quod membrum contra falsum est, si unum ex reliquis membris verum est. Hujus generis sunt A et E, unde: *si A est, E non est; si E est, A non est*, ex quibus tamen non

(1) Confer. p. 205, 206.

non sequitur: *si A non est, E est; si E non est, A est.* Nam vera est enunciatio disjuncta: *aut A, aut E, aut I et O conjunctae sunt verae.*

Ex hac natura enunciationum *consentientium* atque *dissentientium* plurimae propositiones derivantur, quae illis comparandis inserviunt, veluti:

I. Enunciatio *β* est consentiens cum enunciationibus *α* atque *non α*, si ex ea neque *α*, neque *non α* consequitur. Rursus, si *β* est consentiens cum *α* atque *non α*, neque *α*, neque *non α* ex *β* consequitur. Veluti proponantur tres enunciationes: *Parallelogrammum M est aequilaterum* (*β*); *Parallelogrammum M habet omnes angulos rectos* (*α*); *Parallelogrammum M habet omnes angulos obliquos* (*non α*). Ex *β* neque *α*, neque *non α* consequitur, id est ex eo, quod Parallelogrammum M est aequilaterum, neque concludere licet, ejus angulos esse rectos, neque eos esse obliquos. Quare est cum utraque *consentiens*, id est: *Parallelogrammum aequilaterum M potest esse rectangulum* (*β* cum *α* consentit), *atque etiam obliquangulum* (*β* cum *non α* consentit). Rursus si hoc utrumque esse potest, ex eo quod Parallelogrammum M est aequilaterum, ne-

neque sequitur, ejus angulos esse rectos (aut id esse Quadratum), neque eos esse obliquos (id esse Rhombum).

II. At vero, si *α* sequitur ex *β*, *β* atque *non α* dissentiunt. Ponitur enim vera esse enunciatio: *si β est, α est* (*aut non α falsa est*); ex qua sequitur: *si non α est, non β est* (*aut β falsa est*). Veluti proponantur tres enunciationes: *Parallelogrammum M est aequilaterum* (*β*); *Parallelogrammi M diagonales ad rectos angulos se secant* (*α*); *Parallelogrammi M diagonales ad rectos angulos se non secant* (*non α*). Quum autem *α* sequatur ex *β*, *β* atque *non α* dissentiunt. Nam si Parallelogrammum est aequilaterum, ejus diagonales ad rectos angulos se secant (si *β* est, *α* est); quare si Parallelogrammi diagonales ad rectos angulos se non secant, Parallelogrammum non est aequilaterum (*si non α est, β non est*). Quin etiam in hoc exemplo *β atque non α dissentiunt contradictorie*, id est, sunt membra enunciationis disjunctae: *aut β est, aut non α est.* Verum enim est: *Parallelogrammum M aut est aequilaterum, aut ejus diagonales ad rectos angulos se non secant.* Causa ejus est, quod enunciatio: *si Parallelogrammum M est aequilaterum, ejus diagonales ad rectos angu-*

los

los se secant, est *reciprocabilis*, atque igitur *α* et *β* sunt aequipollentes. Etenim, ut per se patet, si *α* et *β* sunt aequipollentes, non solum *β* et *non α*, verum etiam *α* et *non β* dissentiunt, adeo ut verum sit: *aut β est, aut non α est: aut α est, aut non β est.* Ergo utrumque verum est: *Parallelogrammum M, aut est aequilaterum, aut ejus diagonales ad rectos angulos se non secant*, atque, *aut Parallelogrammum non est aequilaterum, aut ejus diagonales ad rectos angulos se secant.*

Similiter, si *non α* sequitur ex *β*, *β* et *α* dissentiunt. Ponitur enim: *si β est, non α est*, aut *si β est, α falsum est;* ex quo sequitur: *si α non est falsum* (id est, *si α verum est*), *β falsum est.*

Rursus, si *β* et *α* dissentiunt, *non β* sequitur ex *α*, atque *non α* ex *β*. Ex hoc enim dissensu prodit: *si β est, α non est*, atque *si α est, β non est.* Similiter si *α* et *non β* dissentiunt, *β* sequitur ex *α*, atque *non α* ex *non β*. Nam propter hunc dissensum verae sunt enunciationes: *si α est vera, non β falsa est* (id est: si *α* est, *β* est) atque *si non β est, non α est.*

III. Si ex *α* sequitur *β*, sed *β* et *γ* sunt dissentientes, etiam *α* et *γ* sunt dissentientes. Nam prop-

propter dissensum ex β sequitur *non* γ, ergo etiam ex α sequitur, *non* γ (1), id est: *si* α *est*, *non* γ *est*, ergo etiam, *si* γ *est*, *non* α *est* (2).

IV. Ex enunciatione: *si* α *est*, β *et* γ *sunt*; sequitur β et γ simul esse veras, aut esse *consentientes*. Quare *quaecunque ex aliqua enunciatione consequuntur*, *consentientes sunt*. Ex quo concludimus, enunciationes: *si* α *est*, β *est*, atque: *si* α *est*, γ *est*, esse *dissentientes*, si β et γ dissentiunt, quoniam propter hunc dissensum ex posteriore enunciatione etiam sequitur: *si* α *est*, β *non est*. Quare si alterutra vera est, altera falsa est.

Similiter etiam *dissentientes* sunt enunciationes: *si* α *est*, β *est*, atque: *si non* α *est*, β *est*. Ex priore enim sequitur: *si non* β *est*, *non* α *est*, atque ex posteriore: si *non* β est, α est, quae simul verae esse nequeunt. Ergo si β sequitur ex α, non potest sequi ex *non* α. Potest tamen sequi ex γ, etiamsi α et γ dissentiunt *contrarie*. Proponantur v. c. tres enunciationes: Descripta sunt in circulo Parallelogrammum aequilaterum (α), Parallelogrammum non aequilaterum (γ),

(1) Confer. p. 188.

(2) Confer. p. 189.

(γ), atque Parallelogrammum rectangulum (β). ubi β sequitur ex α et γ, sed α et γ *contrarie dissentiunt*, id est ex veritate alterutrius sequitur falsitas alterius, sed non ex falsitate alterutrius sequitur veritas alterius.

Ne hoc repugnare videatur iis, quae pag. 217–219. diximus, animadvertendum est, aliud esse affirmare: *si Parallelogrammum non aequilaterum descriptum est in circulo, est Parallelogrammum rectangulum*; aliud autem: *si Parallelogrammum, quod est descriptum in circulo, non est aequilaterum, rectangulum est.* Prior enunciatio vera, posterior falsa est. *Descriptio* enim *parallelogrammi in circulo* causa est, cur sit rectangulum.

V. Si cum enunciationibus 1, 2, 3, 4, p. 221. quae ex *subalternatione* sequuntur, conjungimus enunciationes hypotheticas *reciprocabiles*: *si A est, O non est*, atque: *si E est, I non est*, exsistunt enunciationes:

1. *Si A est, neque O est, neque E est, sed I est.*
2. *Si A non est, O est.*
3. *Si E est, neque I est, neque A est, sed O est.*
4. *Si E non est, I est.*
5. *Si I est, E non est.*

6. *Si*

6. *Si I non est, E est atque O est, sed A non est.*

7. *Si O est, A non est.*

8. *Si O non est, A est atque I est.*

unde etiam plures enunciationes reciprocabiles, veluti si verum est: *si A est, γ est, etiam verum est: si O non est, γ est;* multaeque aliae. In locum autem ipsarum A, E, I, O, poni potest quaelibet enunciatio aequipollens earum, quae pag. 201. notatae sunt literis a, b, c, d.

§. 49. *De conversione enunciationum Categoricarum.*

Cum ex enunciatione: *omnia S sunt P*, sequatur: *nonnulla P sunt S* (1), atque ex enunciatione: *nullum A est B*, sequatur: *nullum B est A*, conducimur ad quaestionem: Num enunciatio (α), ita in aliam (β), *salva veritate*, mutari possit, ut ejus subjectum convertatur in praedicatum, atque praedicatum in subjectum; quod patet fieri posse, si β ex α sequitur. Ita *nullum B est A* converti potest in *nullum A est B*, quoniam posterius sequitur ex priore. Hanc mutationem multi Logici *conver-*

(1) Confer. p. 188.

versionem dicunt, si subjectum et praedicatum locum solummodo inter se commutant; *contrapositionem* autem, si praeter hanc loci commutationem etiam utriusque mutatur qualitas. Quare si enunciatio est: *A est B*, *conversa* fit: *B est A*; *contraposita* autem: *non B est non A*. Sed illa *conversio* et *contrapositio* potest esse *simplex*, id est, sine ulla alia mutatione, aut esse *mutata quantitate*. Hanc rem uberius tractare solent Logici, sed quae de ea praecipiunt, jam continentur iis, quae a nobis exposita sunt.

Sequens tabula totam rem oculis quasi subjicit, in qua voces adjectae, *aequipollens* et *subalternata*, indicant, in eas enunciationes, quibus adscriptae sunt, enunciationem posse mutari, simulque rationem significant, cur id ita sit. Denotant enim ea, quae sunt exposita p. 201 seq. et p. 221. 230.

A. Enunciationis: *omnia A sunt B*, conversio simplex est: omnia B sunt A.

. . . *mutata quantitate: nonnulla B sunt A* (*subaltern.* et *aequip.*)

Contrapositio *simplex: omnia non B sunt non A*, (*aequip.*), aut: *nullum non B est* A (*aequip.*)

Con-

Contrap. *mutata quantitate: nonnulla non B sunt non A.* (*subaltern.*)

E. Enunciationis: *nullum A est B*, aut: *omnia A non sunt B*,
Conv. *simplex* est: *omnia B non sunt A*, aut: *nullum B est A.* (*aequip.*)
. . *mutata quantitate: nonnulla B non sunt A.* (*subaltern.*)
Contrap. simplex: omnia non B non sunt non A, aut: omnia non B sunt A.
. . *mutata quantitate: nonnulla non B sunt A.* (*subaltern.*)

I. Enunciationis: *nonnulla A sunt B*,
Conv. *simplex* est: *nonnulla B sunt A.* (*aequipoll.*)
. . mutata quantitate: omnia B sunt A.
Contrap. simplex: nonnulla non B sunt non A.
. . mutata quantitate: omnia non B sunt non A, aut: nullum non B est A.

O. Enunciationis: *nonnulla A non sunt B*,
Conv. simplex est: nonnulla B non sunt A.
. . mutata quantitate: omnia B non sunt A, aut: nullum B est A.
Contrap. *simplex: nonnulla non B non sunt non A*, aut: *nonnulla non B sunt A.* (*aequip.*)
Contrap. mutata quantitate: omnia non B sunt A.

Haec indicantur praecepto Logicorum hujus argumenti.

A. potest converti et contraponi mutata quantitate, atque etiam simpliciter contraponi.

E. potest converti et contraponi mutata quantitate, atque etiam simpliciter converti.

I. potest simpliciter converti.

O. potest simpliciter contraponi.

Caeterum per se patet, omnem enunciationem *reciprocabilem* converti et contraponi posse, veluti: in eodem circulo

omnes Chordae aequales aeque distant a centro.

omnes Chordae, quae aeque distant a centro, sunt aequales.

omnes Chordae, quae non aeque distant a centro, sunt inaequales.

§. 50. *De enunciationibus hypotheticis formae: si α est, β est (ubi α est enunciatio simplex) ortis ex aliis enunciationum relationibus.*

Sunt aliae etiam relationes enunciationum, ex quibus prodeunt enunciationes hypotheticae, quarum primum membrum simplex est.

I. Prima est relatio inter membra enunciationum disjunctarum, de quibus jam dictum est,

ex

ex quibus prodeunt enunciationes hypotheticae, velut: si verum est:

1. *aut* α *est*, *aut* β *est*, etiam verum est:
si α *est*, β *non est*, atque: *si* α *non est*, β *est*.

2. *A est aut B aut C*, etiam verum est:
si A est B, *non est C*; *si A non est B*, *est C*;
si neque B, *neque C est*, *A non est*.

3. *aut* α *est aut* β *est aut* γ *est*, etiam verum est:
si α *est*, *neque* β, *neque* γ *est*;
si α *non est*, *aut* β, *aut* γ *est*;
si neque β, *neque* γ *est*, α *est*;
si aut β, *aut* γ *est*, α *non est*.

4. *A est aut B*, *aut C*, *aut D*, etiam verum est:
si A est B, *neque est C*, *neque est D*;
si A non est B, *A est aut C aut D*;
si A est aut C, *aut D*, *A non est B*;
si A est neque C, *neque D*, *A est B*;
atque ita aliae.

II. Si α et β idem habent subjectum, sed praedicatum posterioris continetur in praedicato prioris, verae sunt enunciationes: *si* α *est*, β *est*, atque *si* β *non est*, α *non est*, veluti:
si haec figura quadratum est, *parallelogrammum est*.
si haec figura non est parallelogrammum, *non est quadratum*.

Si

Si enim resolvitur, hanc habet formam:

si A est B (cujus nota est C), A est C.
si A non est C, non est B.

III. Si *α* est enunciatio *composita*, atque *β* est *pars ejus*, prodit: *si α est, β est*, veluti:

si solum A est B, quod non est A, non est B.
si omnia A praeter C sunt B, C non est B.
si A est B atque C, A est B. (1)

IV. Si *α*, *β*, *γ*, indicant eandem enunciationem, hac tamen differentia, ut *α* designet, *quid esse possit*; *β*, *quidnam sit*; *γ*, *quidnam necessario sit*, oriuntur enunciationes:

a. *si γ est, etiam β est atque α est.*
b. *si α non est, neque β, neque γ est.*
c. *si β est, α est.*
d. *si β non est, γ non est.*

Veluti:

si A necessario est B, A est B atque A potest esse B.
si A non potest esse B, neque A est B, neque A necessario est B.
si A est B, A potest esse B.
si A non est B, A non est necessario B.

Lingua non distincte indicat differentiam inter modalitatem *assertoriam* et *apodicticam*. Sed tri-

(1) Confer. p. 155.

tribus inprimis rebus cernitur prior modalitas; primum si declarat, aliquid esse, quod sensibus externis objicitur, atque iis solis confirmatur v. c. *sunt aves, sunt lapides in rerum natura;* deinde in enunciationibus particularibus, designatis voce *nonnullae* et similibus, si non consequuntur ex enunciationibus universalibus apodicticis; denique *si enunciatio universalis per analogiam solam aut inductionem colligitur.* Inter apodicticas numerandae sunt enunciationes Analyticae, leges cogitandi, ea, quae ex visis visionibus et notionibus puris proficiscuntur, ut theoremata Matheseos purae, leges generales motus et aequilibrii, aliaque hujus generis (1).

§. 51. *De enunciationibus formae: si α est atque β est, etiam γ est, ortis ex Dicto de omni atque de nullo.*

Ex quatuor illis enunciationibus hypotheticis, quae continentur *Dicto de omni atque de nullo* (2), aliae sequuntur, si in locum enunciationum ponimus eas, quae ipsis sunt aequipollentes (3); aut in quas converti et contraponi possunt. (4)

(1) Confer. p. 67 seqq. p. 40 seqq. p. 84. p. 180 seqq.

(2) Vide p. 176.

(3) Vide p. 201.

(4) Vide p. 234.

1. Si omnia M sunt P, atque omnia S sunt M:
omnia S sunt P.

2. Si omnia M sunt P atque si { nonnulla S sunt M: aut nonnulla M sunt S: }
nonnulla S sunt P, atque: *nonnulla P sunt S.*

3. Si { nullum M est P aut nullum P est M } atque si omnia S sunt M:
nullum S est P, atque: *nullum P est S.*

4. Si { nullum M est P aut nullum P est M aut omnia P sunt non M } atque { nonnulla S sunt M: aut nonnulla M sunt S: aut nonnulla S non sunt non M: }
nonnulla S non sunt P.

Si in 1, 2, 3, mutamus literam P in S, atque S in P, prodit:

5. Si omnia M sunt S, atque si omnia P sunt M:
omnia P sunt S, atque: *nonnulla S sunt P.*

6. Si omnia M sunt S, atque si { nonnulla P sunt M: aut nonnulla M sunt P: }
nonnulla S sunt P.

7. Si { nullum M est S aut nullum S est M } atque si omnia P sunt M:
nullum S est P.

Mutemus in 4 non M, in M, atque in 6, P in non P; quibus mutatis, prodeunt:

8. Si omnia P sunt M, atque nonnulla S non sunt M:
nonnulla S non sunt P. (1)

9. Si omnia M sunt S, atque nonnulla M non sunt P:
nonnulla S non sunt P. (1)

Cum autem, quodcunque sequitur ex particulari enunciatione: *nonnulla M sunt S*, sequatur

(1) Vid. p. 187. ubi eaedem enunciationes alio modo sunt demonstratae.

tur etiam ex universali: *omnia M sunt S* (1); possumus in 2 et 4 in locum: *nonnulla M sunt S*, ponere: *omnia M sunt S*; unde . .

10. Si omnia M sunt P, atque si omnia M sunt S: *nonnulla S sunt P*. (2)

11. Si nullum M est P } aut nullum P est M } atque si omnia M sunt S; *nonnulla S non sunt P*. (3)

Quaelibet harum enunciationum hypotheticarum indicat *formam* sive *consequentiam* (4) *alicujus syllogismi categorici*, de quo postea dicetur; ita quidem, ut duo termini membri prioris sint *duae praemissae*, posterius autem membrum *conclusio*. *S*, *P*, *M* a Logicis vocantur *termini*, ex quibus *P* et *M* semper sunt *notiones*, sed *S* etiam potest esse *res singularis*, quod quamvis sit, tamen enunciationes: *S est M*, *atque S est P* adnumerantur semper enunciationibus *universalibus*, veluti: *si quod optimum est (M) ratione utitur*, *beatum est atque aeternum est (P)*, *atque mundus*

(1) Confer. p. 188.

(2) Hoc secundum membrum non potest esse universale, ita ut sit: *omnia S sunt P*. Primum enim membrum solummodo indicat, sphaeram M esse inclusam utrique sphaerae S et P. Quare fieri potest, ut *nonnulla S non sint P*; aut, ut falsum sit: *omnia S sunt P*.

(3) Hoc secundum membrum nequit esse universale, ita ut sit: *nullum S est P*. Sphaera enim S plura continere potest, quam sphaera M, adeo ut etiam partem occupet sphaerae P, verumque sit: *nonnulla S sunt P*, aut falsum sit: *nullum S est P*. (4) Confer. p. 165. seqq.

dus (*S*) *optimus est* (*M*): *mundus ratione utitur, beatus atque aeternus est* (1).

In his Syllogismis quilibet terminus *bis* reperitur, sed terminus M est in utraque praemissa; cujus ratio per se patet, quoniam ex ejus relatione ad utrumque terminum S et P sequitur ipsa relatio inter S et P. Terminus M dicitur *medius*, S *minor*, P *major* terminus; cujus causa in eo videtur esse quaerenda, quod *M* plerumque latius patet, aut magis universalis est notio, quam *S*, sed minus universalis quam *P*. *Praemissa major* seu *Propositio* ea dicitur, in qua est *major* (P); *minor* autem, sive *assumtio*, in qua est *minor terminus* (S).

Hi Syllogismi inter se differunt loco, quem occupat *terminus medius* in praemissis. Ex hac enim diversa collocatione oriuntur quatuor Syllogismorum genera, quas dicunt *figuras*. Prima figura designatur ordine $\begin{matrix}M.P\\S.M\end{matrix}$, secunda $\begin{matrix}P.M\\S.M\end{matrix}$, tertia $\begin{matrix}M.P\\M.S\end{matrix}$, quarta $\begin{matrix}P.M\\M.S\end{matrix}$, id est, in prima figura terminus medius subjectum est majoris atque praedicatum minoris praemissae, quod contra est in quarta, ubi hic terminus est praedicatum majoris, atque subjectum minoris praemissae. Sed in secunda est praedicatum; atque in tertia subjectum utriusque praemissae.

Sed

(1) Cic. de Nat. Deor. II. 8.

Cujuslibet figurae sunt 16 species, quos *modos* Syllogismorum appellant, qui definiuntur quantitate et qualitate utriusque praemissae. Nam si duae praemissae, sive duo illi termini prioris membri, ad quantitatem et qualitatem indicandam, designantur literis A, E, I, O, possunt esse A. A, A. E, A. I, A. O; E. A, E. E, E. I, E. O; I. A, I. E, I. I, I. O; O. A, O. E, O. I, O. O. Quare cujuslibet figurae sunt 16 modi; unde universe sunt 64 modi; ex quibus illi soli, quos exposuimus, veram dant conclusionem generalem. Si eos in illum ordinem redigimus, qui huic conveniat divisioni, praemissa majore primum locum occupante, oritur tabula sequentis paginae; in qua prima litera primae praemissae, secunda litera secundae, tertia autem conclusionis indicat quantitatem et qualitatem. Voces adjectae sunt nomina, syllogismorum modis tributa a Logicis medii aevi. Numeri tandem 1, 2, 3 ... 11. designant, Syllogismos esse eosdem, atque illos, qui pag. 238. expositi, atque eodem numero designati sunt. Quatuor priores Syllogismi, ex quibus reliqui sequuntur, sunt gravissimi omnium. Multo minor reliquorum est usus, atque raro reperiuntur in Mathematicis demonstrationibus (1).

Sylo-

(1) Vid. de ipsorum usu *Krug* Denklehre, p. 380. §. 199. atque Lambert. Organon I. p. 155 seqq.

Animadv. 1. Praemissae et conclusio possunt esse enunciationes *hypothetico-disjunctae*, veluti:

si omnia M sunt aut A aut B, atque,
si omnia S sunt M: omnia S sunt aut A aut B.

In quo tamen observandum est, enunciationem disjunctam: *S est aut A aut B*, duo posse declarare, *primum*, A et B esse duas species generis S, atque *secundum*, S esse collocandum in alterutro, aut ipsi aut notam A aut notam B tribuendam esse (1). Posteriore sensu usurpatur hoc loco.

Deinde *M* potest esse notio, composita ex notis a, b, c, d . . .; unde enunciatio

Si notae a, b, c, d . . . conjunctae sunt P,
atque S habet notas conjunctas a, b, c, d: S est P.

aut si subjecto tribuendae sunt omnes notae alicujus notionis, ipsi etiam notio est tribuenda, veluti, si aliqua figura est *rectilinea*, *quadrangularis*, et *regularis*, colligimus, eam esse *Quadratum*, quoniam illae tres notae efficiunt notionem Quadrati. Haec regula continuo sequitur ex principio identitatis, quod jam indicavimus (2).

Animadv. 2. Alteruter aut uterque terminus prioris membri potest esse *enunciatio composita* v. c. *exclusiva*, veluti:

si omnia M sunt P, atque solum M est S:
omnia S sunt P.

Haec

(1) Confer. p. 150.
(2) Vid. p. 174. reg. 5.

Haec enunciatio hypothetica repraesentat modum *Barbara* primae figurae, quoniam *omnia S sunt M, si solum M est S* (1), veluti: *si omnia Quadrata habent diagonales aequales, atque Quadratum solum est Quadrilaterum regulare: omnia Quadrilatera regularia habent diagonales aequales.* Ita etiam: *si omnia A, praeter M, sunt P*, atque *omnia S sunt M: nullum S est P*, repraesentat modum *Celarent* primae figurae, quoniam prima praemissa affirmat, *nullum M esse P*. (2)

Animadv. 3. Si *M*, *P*, *S* sunt res individuae, praemissae modi *Barbara* indicant, easdem esse *M* et *P*, atque *M* et *S*; ex quo sequatur necesse est, P et S esse easdem res individuas, quod jam *ex principio identitatis* sequitur. Hoc inprimis refertur ad Quantitates, unde axioma: *si duo Quanta sunt aequalia tertio Quanto, inter se sunt aequalia*, sive spectatur forma seu magnitudo Quantorum (3). Nam *A est B* aut indicat, Quantitates A et B esse easdem, aut, si A ad formam aequale est ipsi B, duas formas Quantorum esse easdem. Ex quo sequitur, si Quantum A est majus aut minus quam B, sed aequale ipsi C, etiam C esse majus aut minus quam B, aut: *si duo Quanta aequalia sunt, atque alterutrum*

est

(1) Confer. p. 155.

(2) Confer. p. 157.

(3) Vide p. 97 seqq.

est aut majus, aut minus tertio Quanto, alterum etiam majus aut minus illo esse.

Quare, si $A = B$ atque $B = C$, Mathematici id hoc modo indicare solent: $A = B = C$, aut: $\frac{B}{A} = C$; quod simul indicat, $A = C$. Ita etiam, si A pluribus Quantis aequale est, id significatur eadem ratione; $A = B = C = D \ldots$ ubi quaeque bina sunt inter se aequalia, veluti:

$$\frac{18xx-6xy}{15zx-5zy}(A) = \frac{6x(3x-y)}{5z(3x-y)}(B) = \frac{6x}{5z}(C) = (1{,}2)\frac{x}{z}(D)$$

$$\begin{aligned}(aa'+bb')^2 + (ab'-ba')^2 &= aaa'a' + bbb'b' + 2aa'bb' \\ &+ aab'b' + bba'a' - 2aa'bb' = aaa'a' + bbb'b' \\ &+ aab'b' + bba'a' = aa(a'a' + b'b') \\ &+ bb(a'a' + b'b') = (aa+bb)(a'a'+b'b')\end{aligned}$$

quae omnia quantitate sunt aequalia, sed forma sola differunt.

Animadv. 4. Ex iis, quae dicta sunt, atque ex §. 51. pag. 238. satis perspicitur, quatuor enunciationes primae figurae esse principia omnium reliquarum, quae ex illis consequuntur ope inprimis enunciationum aequipollentium. Caeterum collocatio praemissarum et conclusionis mutari potest, atque in sermone saepe mutatur. Praemissa minor primum locum, major secundum locum occupare; conclusio praemissis praeire, atque etiam inter ipsas collocari potest (1). In figura prima et

(1) Hac de re uberius egit Krug: Logica §. 104. p. 343 seqq.

et secunda subjectum conclusionis definitur per ejus universale, sive notionem (M), cujus est species; sed in figura tertia et quarta per ejus particulare, sive notionem (M), quae ejus est species.

Animadv. 5. Sunt, qui relationes inter *notionum sphaeras, et argumentum*, atque igitur diversam qualitatem et quantitatem enunciationum imaginibus quibusdam Mathematicis repraesentant; eo consilio, ut Logicorum praecepta de relatione enunciationum clariora reddant, atque oculis tanquam adspicienda praebeant; — in primis autem, ut eo facilius intelligatur, quaenam syllogismi forma, sive enunciatio hypothetica, vera, quaenam falsa sit. Lambertus v. c. usus est lineis rectis (1); Eulerus circulis (2); Maas, triangulis (3); Ploucquet triangulis (4).

Animadv. 6. Facile autem perspicitur, non alias esse hujus generis consequentias, quam novemdecim illas, quas exposuimus; si attendimus ad relationes inter sphaeras notionum, quas designant praemissae; — quam contemplationem, quoniam nobis minus necessaria videtur, omittimus.

Ne-

(1) J. H. Lambert, Neues Organon Vol. I. p. 109 seqq. p. 124 seqq.

(2) Euler., Lettres à une princesse d'Allemagne, 1770. Lettr. 103–107.

(3) J. G. E. Maas, Grundriss der Logik ed. 1806. p. 320 seqq.

(4) Ploucquet, Untersuchung der logikalischen Constructionen des Herrn Lambert, Tubingen 1765.

Neque tamen a re est, nonnullas hic notare regulas, quae inde consequuntur.

a. Ex natura horum Syllogismorum patet, neque plures neque pauciores, quam tres terminos in ipsis esse debere. Contra quam regulam peccatur, si verba, quae terminos designant, duplici sensu usurpantur.

b. Ex eorum natura etiam sequitur, terminum medium conclusioni sive membro posteriori non esse inferendum, atque neque plus neque minus esse debere in conclusione, quam insit praemissis.

c. Nulla est conclusio, si utraque praemissa est aut particularis aut negans.

d. Ex duabus praemissis *affirmantibus* non potest sequi conclusio negans. Si alterutra praemissa est *negans*, conclusio non potest esse affirmans. Si alterutra praemissa est *particularis*, conclusio non potest esse universalis.

e. Major praemissa in tribus prioribus figuris semper est *universalis*. Cum autem particularis esse possit in quarta figura, patet regulam, majorem praemissam semper esse universalem, falsam esse.

In hisce tamen regulis adhibendis, cavendum est, ne pro enunciatione negante habeamus, quae vere sit affirmans, veluti: *Si figura, quae non habet angulos rectos, non est Quadratum, atque si Rhombus non habet angulos rectos, non est Quadratum.* Hujus enunciationis praemissa minor non

est

est negans, sed adfirmans. Praecise enim dicta est, atque hunc habet sensum: *si Rhombus est ejusmodi figura, quae non habet angulos rectos.* Syllogismus igitur est formae: *si nullum M est P, atque omnia S sunt M, nullum S est P.*

Animadv. 4. Quod attinet ad nomina, quae Syllogismorum modis a Logicis medii aevi tributa sunt, historiae gratia sequentia notentur, ex quibus eorum origo intelligatur. Singulis hisce nominibus tres sunt syllabae, quibus designantur prima et secunda praemissa, atque conclusio. Vocales harum syllabarum sunt a, e, i, o; quae quantitatem et qualitatem eo modo, ut diximus, significant. Ita vox *Dis-am-is* declarat, primam praemissam esse *particulariter*; secundam *universaliter*; conclusionem *particulariter adfirmantem.* Consonantes autem significant, quomodo ad Syllogismos primae figurae reliqui reduci possint. Prioris syllabae prima litera consonans indicat, Syllogismum reduci posse ad eum Syllogismum, cujus prima consonans eadem est. Ita Syllogismus *Dis-am-is* ad *Dar-i-i*, *Ce-sa-re* ad *Ce-la-rent* reducitur. Tandem consonantes *s*, *p*, *m*, *c*, quae non sunt primae, ostendunt, quaenam mutatio, ut reductio fiat, afferenda sit praemissis, ad quas pertinet antecedens vocalis. Haec autem mutatio indicatur his versiculis:

s vult simpliciter verti, p verti per accid (ens)
m vult transponi, c per impossibile duci.

id est: s declarat, enunciationem esse converten-

dam, ita ut subjectum in praedicatum, praedicatum in subjectum simpliciter mutetur; p, in hac conversione mutandam esse quantitatem; m ostendit S in P, atque P in S esse mutandam; c autem significat illam mutationem, quam exposuimus pag. 187, quaeque cernitur in duobus syllogismis *Bar-ok-o* et *Boc-ard-o*.

Ut hoc exemplis illustretur, proponatur syllogismus *Cam-estr-es: si omnia P sunt M, atque nullum S est M: nullum S est P.* Consonans litera *C* declarat eum reducendum esse ad syllogismum primae figurae *Cel-ar-ent.* Consonans *m*, esse mutandum *S in P, atque P in S*; quo facto, syllogismus in hunc mutatur: *si omnia S sunt M, atque nullum P est M: nullum P est S*; consonans s autem secundae atque tertiae syllabae praescribit, ut convertantur simpliciter praemissa secunda et conclusio, qua conversione prodit: *si omnia S sunt M, atque nullum M est P: nullum S est P*; qui est Syllogismus *Cel-ar-ent.*

Syllogismus *Dar-apt-i* reducendus est ad Syllogismum *Dar-i-i*, convertendo secundam praemissam: *omnia M sunt S*, et mutando simul ejus quantitatem (id enim indicat consonans *p*); qua mutatione fit: *nonnulla S sunt M.*

Cum his autem praeceptis non satis conveniunt voces *Bar-al-ip*, *Cal-ent-es*, *Fes-ap-o*, *Dib-at-is* Syllogismorum quartae Figurae. Quare nonnulli eas mutarunt in hasce: *Bam-al-ip*, *Cal-em-es*, *Fes-ap-o*, *Dim-at-is*. Verum tota

haec

haec reductio parvi est momenti (1). Petrus Hispanus, qui anno 1276 Pontifex Maximus fuit, nomine Joannis XXI, in opere inscripto: *summulae logicales* hunc syllogismos designandi modum exposuit.

§. 52. *De enunciationibus hypotheticis formae: si α, β, γ, … sunt, φ est, ortis ex aliis enunciationum relationibus.*

Sunt aliae etiam relationes enunciationum, ex quibus prodeunt enunciationes hypotheticae, quarum prius membrum ex pluribus terminis constat.

A. Prima est relatio inter enunciationes disjunctas atque alias enunciationes, sive disjunctas sive categoricas, veluti,

I. Si verum est: *aut α est, aut β est;*

1. atque *α est: β non est.*
2. atque *α non est: β est.*

II. Si

(1) Confer. Krug Logica, p. 359 seqq. qui etiam novam divisionem Syllogismorum instituit; Schulze, Grundsätze der algemeinen Logik, p. 142 seqq. Lambert, Organon, Vol. I. §. 197. Kant, die falsche Spitzfindigkeit der syllogistischen Figuren.

II. Si verum est: *aut* α *est, aut* β *est, aut* γ *est,*

3. atque α *est: neque* β *est, neque* γ *est,*
4. atque α *non est: aut* β*, aut* γ *est.*
5. atque *neque* β *est, neque* γ *est:* α *est.*
6. atque *aut* β*, aut* γ *est:* α *non est.*
7. atque: *si* α *est,* ϕ *est, si* β *est,* ϕ *est, si* γ *est,* ϕ *est,* verum est ϕ *esse.*
8. atque: *si* α *est,* ϕ *non est, si* β *est,* ϕ *non est, si* γ *est,* ϕ *non est,* verum est ϕ *non esse,*

III. Si verum est: *si* α *est, aut* β *est, aut* γ *est.*

9. atque α *est: aut* β *est, aut* γ *est.*
10. atque *neque* β*, neque* γ *est:* α *non est.*
11. atque α *est atque* β *est:* γ *non est.*
12. atque α *est atque* β *non est:* γ *est.*
13. atque *si* β *est,* δ *est, si* γ *est,* δ *est,* verum est: *si* α *est,* δ *est.*

IV. Si verum est: *si* α *est, neque* β*, neque* γ *est.*

14. atque *aut* β*, aut* γ *est:* α *non est.*
15. atque *si* δ *est, aut* β*, aut* γ *est,* verum est: *si* α *est,* δ *non est,* atque *si* δ *est,* α *non est.*

atque similiter aliae enunciationes, ubi enunciatio disjuncta plures habet terminos.

In enunciationibus 9–15. primus terminus prioris membri est enunciatio hypothetico-disjuncta.

ta. Syllogismus, qui repraesentatur enunciatione 10, dicitur *Dilemma* (δίλημμα) seu *cornutus*, quod genus in primis usurpatur ad refellendam sententiam alterius. Ipsa haec sententia pro hypothesi sumitur, quod indicatur voce *si α est*, atque ostenditur, id esse falsum, quod legitime inde consequatur; quare necesse est, sententiam ipsam esse falsam. Dicitur autem *cornutus*, quod quasi suppeditat cornua, quibus ad refellendum utitur aggressor; atque *Dilemma*, quasi δὶς λελήμμενον, *bis captum*, quod is, qui sententiam defendit, qualibet parte concessa, capiatur. Si enunciatio disjuncta habet duo membra (aut β est, aut γ est) dicitur *Dilemma* sensu strictiore, sive *bicornis*; si tria, *Trilemma* (Τρίλημμα) sive *tricornis*, atque omnino, si plura quam duo habet membra, *Polylemma* (Πολύλημμα) seu *multicornis*. Polylemmatis exemplo inservit id, quod ex libro de Divinatione I. 38. exhibuimus p. 149, in quo insunt quinque cornua. Haec argumentandi ratio minime est contemnenda, si acute et prudenter usurpatur.

V. Cum enunciationes 1—15. formulae sint generales, in quibus α, β, γ, ... possunt esse enunciationes cujusque generis, atque, si categoricae sunt, esse universaliter, aut particulariter

sint affirmantes aut negantes, earum usus latissime patet. Si eas certis conditionibus subjicimus, prodeunt formulae magis particulares. Itaque, si termini enunciationis 5 sunt enunciationes Categoricae, quibus idem est subjectum, ita ut α, β, γ, ... significent: *S est A*, *S est B*, *S est C*, oritur enunciatio:

16. *Si S aut est A, aut B, aut P, atque S neque est A, neque est B, S est P.*

Hac formula non raro utimur in demonstrandis propositionibus Mathematicis, veluti, ut demonstretur, angulum S esse aequalem angulo D (S est P) ita statuimus: *angulus S est aut major angulo D* (S est A), *aut est minor eo* (S est B), *aut est aequalis huic angulo* (S est P). Tum ostendimus, angulum S neque esse majorem, neque minorem hoc angulo, ex quo sequitur aequalitas. Ejusmodi demonstratio dicitur *Apogogica*, seu *indirecta*. Enunciatio disjuncta, quam in hoc demonstrationis genere usurpamus, potest etiam esse duorum, quatuor, et plurium membrorum. Si duorum est membrorum, utimur enunciatione 2: *si aut α est, aut β est, atque α non est: β est*, id est:

17. *Si S aut est A aut est P, atque S non est A: S est P.*

Ita

Ita ut appareat, angulum S esse aequalem angulo D demonstramus, eum non posse esse inaequalem huic angulo (S non esse A) quoniam id repugnat hypothesi, vel principiis aut positis aut demonstratis. Haec inprimis demonstratio Apagogica dicitur *ex absurdo.*

Ita etiam si in Dilemmate 10. ponimus pro α, β, γ, S est P, S est B, S est C, exsistit enunciatio:

18. Si verum est: *si S est P, S est aut B, aut C ... atque si S neque est B, neque C ...: S non est P.*

Haec enunciatio etiam hoc modo exprimi potest: *si P est aut B, aut C, aut D ... atque si S neque est B, neque C, neque D ... S non est P*; cujus sensus duplex est: alter est, *si S in nulla specie (B, C, D...) est collocandum, in quarum una collocandum est P, S non est P*; alter autem, *si S in nulla specie est collocandum earum, quae genus P formant, ad id genus non referendum est*, id est, *si notae hujus generis non sunt ipsi tribuendae.* Possumus referre hanc enunciationem ad modum *Camestres* figurae secundae: *si omnia P sunt M, atque si nullum S est M: nullum*

S

S est P; ubi terminus medius M significat: collocari in aliqua harum formarum (B, C, D...)

Ex hac enunciatione sequitur:

19. *Si P est aut B, aut C, aut D ...* atque *si neque B, neque C, neque D ... est S: S non est P*, id est: *si S nullam habet speciem, in qua sit collocandum P, S non est P.* Haec enunciatio convenit cum modo *Calentes* figurae quartae: *si omnia P sunt M*, atque *nullum M est S: nullum S est P.*

Similiter enunciatio 14. dat formulam:

20. *Si P est neque B, neque C, neque D ... atque S est aut B, aut C, aut D ... S non est P*; id est: *si S est collocandum in aliqua specie, a qua exclusum est P, S non est P.* Haec enunciatio convenit cum modo *Cesare* secundae figurae: *si nullum P est M, atque omnia S sunt M, nullum S est M.*

Ex enunciatione 7 sequitur:

21. *Si aut B, aut C, aut D est P*, atque *si S est B, C, D ...: S est P.* Nam *si B est P, etiam S est P*, quoniam *S est B*; et similiter de aliis.

Haec

Haec enunciatio declarat: *si notae Subjecti S tales sunt, ut una ex iis habeat notam P, haec etiam est nota ipsius S.* Convenit igitur cum *Dicto de omni atque de nullo*, atque cum modo *Barbara* primae figurae: *si omnia M sunt P*, atque *omnia S sunt M: omnia S sunt P*, ubi terminus medius M significat aliquam quamlibet ex notis B, C, D ...

Ex eadem enunciatione sequitur:

22. *Si B est P, atque C est P, atque D est P* ... atque *si S est aut B, aut C, aut D ....* *S est P.* Etenim *si S est B, S etiam est P*, quoniam *B est P.* Haec enunciatio utrumque indicat: *si praedicatum P omnibus formis generis S est tribuendum, etiam ipsi generi S est tribuendum*, atque: *si S est collocandum in aliqua specie earum, quibus nota communis est P, ipsi etiam haec tribuenda est nota.* Convenit quoque cum modo *Barbara* primae figurae.

Nota *P* potest etiam esse *negans*, unde enunciatio:

23. *Si neque B, neque C, neque D ... est*

P, atque si S est aut B, aut C, aut D . . . : S non est P.

Haec convenit cum modo *Celarent* primae figurae, atque etiam utrumque declarat: *praedicatum P, quod nulli formae generis S est tribuendum, etiam generi ipsi non est tribuendum*, atque: *si S est collocandum in aliqua specie, cui repugnat nota P, haec nota ipsi quoque S repugnat.*

Ex his, quae § 44–52. p. 183–257. exposita sunt, intelligitur, quanta sit diversitas enunciationum hypotheticarum, quae formam constituunt Syllogismorum simplicium, aut cujus posterius membrum est simplex. Sufficit hanc diversitatem exemplis indicasse. (1)

Ani-

(1) Lambert (Organon I. p. 178.), more Logicorum medii aevi, Syllogismis formae 18, 19, 20, 21, 22, 23. etiam dedit nomina *Dip-rep-e*, *Dip-res-e*, *Per-dip-e*, *Dis-pac-a*, *Cas-pid-a*, *Ser-pid-e*; in quibus *tres syllabae* repraesentant duas praemissas, atque conclusionem; ita quidem ut, quoniam omnia ad terminum medium retulit, consonantes *d*, *c*, *r* declarent, *terminum medium* esse *disjunctum*, *copulantem*, *removentem* (*notionem negantem*); *s* et *p*, eum esse *subjectum*, atque *praedicatum* praemissae. Vocales *a*, *e*, *i* denotant, eum esse *prorsus affirmantem*, *prorsus negantem*, *indefinite affirmantem*; quod accidit, si est *copulans*, *removens*, *disjunctus*. Eandem rationem secutus Syllogismum explicatum p. 244., ubi M etiam est notio composita, *Sac-cap-a* appellat.

Animadv. 1. Postremae duae enunciationes 22 et 23, in primis memorandae sunt, quoniam formae sunt eorum Syllogismorum, per quos ex iis, quae particularia aut singularia sunt, colligimus universalia; quos *Inductiones* appellare solent. Nam si *B*, *C*, *D* ... sunt species generis *S*, quibus omnibus est nota P, sive affirmans, sive negans, haec etiam nota est totius generis. Si autem sunt res individuae, quae efficiunt speciem *S*, P est nota hujus speciei. Quare, ope *Inductionis*, ex notis rerum individuarum colligimus notas speciei aut formae, atque ex notis formarum notas generis, juxta regulam p. 177. memoratam: *si singulis partibus sphaerae notionis nota tribuenda est, notioni ipsi est tribuenda.* In his autem Inductionibus usurpandis, curandum est, ut omnes res (B, C, D ...) exhibeant, quae speciem, aut omnes species, quae genus constituunt, de quo agitur; quod si est, *Inductio* dicitur esse *completa* aut *perfecta.* Frequens est ejus usus cum in aliis tum in Mathematicis investigationibus. Ita ad demonstrandum, angulum in peripheria circuli esse dimidium angulum ad centrum, eidem arcui insistentem, *Euclides* hunc angulum in duas species dividit; unam eorum, quorum alterutrum crus per centrum transit, alteram eorum, quorum neutrum crus id punctum transit; posteriorem autem rursus in duas alias, quarum una est eorum, qui angulum ad centrum includunt, altera eorum, qui ipsum non includunt. Ita quidem in tres spe-

species angulo diviso, ostendit cuilibet speciei hanc tribuendam esse notam, unde efficitur eam esse notam communem omnium angulorum in circulo, quorum apices sunt in peripheria.

Similiter, ad demonstrandam aequationem

$$(a+b)^m = a^m + ma^{m-1}b + \frac{m.(m-1)}{1.\ 2} a^{m-2}b^2 + \ldots$$

Mathematici dividunt formulam $(a+b)^m$ in species, ita quidem, ut divisionis fundamentum (1) sit exponens *m*, qui potest esse aut numerus *integer affirmans*, aut *integer negans*, aut *fractus affirmans*, aut *fractus negans*, unde quatuor oriuntur species. Ostendunt, in singulis hisce formis Quanti $(a+b)^m$, aequationem esse veram.

Facillima autem plerumque est perfecta divisio rerum, quae sola imaginatione et intelligentia efficiuntur, ut in Mathematicis, aliisque disciplinis, ubi experientia, ad divisionem completam reddendam, non requiritur. In his Inductio perfecta esse, atque Mathematicam, quam dicunt, evidentiam habere potest, quoniam propositi generis facile quot et quaenam sint species perspicitur (2). Multo autem difficilior est haec divisio et Inductio in rebus, quarum proprietates experientia, id est sensus externi et interni testimonio cognoscendae et confirmandae sunt. Ut hic Inductio perfecta sit in definiendis notis generalibus aut

(1) Vide p. 151.

(2) Confer. p. 73-76.

aut speciei aut generis, omnia individua, quae speciem, aut omnes species, quae genus formant, congreganda sunt. Quis autem omnia certae cujusdam speciei animalia, plantas, mineralia, verbo, ea quae arte aut natura producta sunt, ita exploravit, ut notas, ipsorum omnium, quae speciem constituunt, communes, aut suis, aut aliorum observationibus et experimentis certo cognoverit? Quantus est v. c. numerus eorum, quae ab Historiae Naturalis cultoribus nunquam conspecta sunt. At vero in maxima rerum diversitate, quas natura producit, admirabilis quaedam ubique cernitur uniformitas, quae, conjuncta cum laudabili illa atque insatiabili, humanae naturae insita, cupiditate cognoscendi, resque perceptas et cogitatas in justum ordinem redigendi, hominem excitat, ut ad principia universalia progrediatur, omniaque in classes, genera et species dividat, eorumque quaerat notas, atque ita suam rerum cognitionem perfectiorem, resque ipsas innumeras aptas reddat, quae intelligentia comprehendantur. Haec cupiditas, atque haec naturae uniformitas, cui toties perspectae homo maximam tribuit fidem, efficiunt, ut, in eo progressu ad generalia, hanc sibi ponat cognoscendi legem: *Quod omnibus rebus individuis ejusdem formae, (aut omnibus ejusdem generis formis) quae quidem deprehensae sunt, iisque multis, tribuendum est, id etiam reliquis est tribuendum, quae non sunt deprehensae.* Haec concludendi ratio, qua generis aut speciei definitur pro-

proprietas, vere est *Inductio imperfecta atque incompleta* (quae etiam *Inductio* sensu strictiore appellari solet), qua homo utens naturae tanquam praecurrit, eaque statuit universalia, quae omnibus numeris nondum sunt confirmata. Non igitur apodicticam veritatem, sed solam *probabilitatem* (quam etiam nonnulli *evidentiam moralem* dicunt), non absolutam, sed relativam universalitatem afferre potest. Etenim, si rerum non observatarum vel una est, cui nota generalis non esset tribuenda, conclusio falsa est. Haec autem probabilitas eo magis increscit, quo major est earum rerum numerus, in quibus illa nota deprehensa est, atque talis quidem, ut, a *conjectura* incipiens, progrediendo eam saepe vim acquirat, ut ad apodicticam propius accedat veritatem, atque nemo, harum rerum peritus, reperiatur, qui de veritate illius notae generalis dubitet. Nemini dubium est, omnibus hominibus esse moriundum; omnibus esse eas animi et corporis facultates, et naturam, quae hucusque in omnibus perspectae sunt; omni animalium, plantarum, mineralium speciei et generi etiam in futurum esse eas notas, quae constanter sunt observatae.

Ad hanc igitur concludendi rationem etiam referenda est illa, quae nititur enunciatione: *quod semper, idque saepe, deprehensum est constanter fieri, id semper fit, atque in posterum fiet.* Quae, si adhibetur ad res naturales, nititur perspecto immutabili ordine, atque constantibus legibus, quas per-

perpetuo natura in suis sequitur actionibus. Ita affirmamus: omnibus annis in nostra regione futura sunt ver, aestas, autumnus et hyems; omnibus diebus sol oriturus, atque Meridianum transiturus est etc. quod idem est atque si diciremus: terra etiam in posterum eodem modo, atque easdem leges constantes sequens, circum axem atque circum solem revolvetur, ut, inde a temporibus maxime remotis, quantum id nobis quidem cognitum est, usque ad hunc diem fecit. Quod tamen non apodictice verum est. Certum est, fuisse tempus, ubi hic motus non esset, atque, propter omnium rerum vicissitudinem, maxime verisimile est, futurum esse tempus, ubi motus aut cesset, aut mutetur. Id solum maxime probabile est, nondum instare tempus, quo haec mutatio sit futura.

Alia concludendi ratio, qua in rebus, quae sensuum testimonio nituntur, ad notas universales adscendimus, dicitur *Analogia;* cujus principium est enunciatio: *si duae res in omnibus notis essentialibus, iisque multis, quas quidem deprehendimus, conveniunt, etiam in aliis, quae nondum deprehensae sunt, conveniunt.* Ita, si A et B communes habent notas a, b, c, d ..., excitamur ad colligendum, etiam alias notas p, q, r ... esse ipsis communes; cui conclusioni eo majorem fidem habemus, quo magis nobis perspecta est naturae uniformitas et simplicitas. Haec autem ratio latissime patet, atque majorem nostrae de rebus naturalibus cognitionis partem efficit. Si pruden-

ter

ter hac Inductione et Analogia utimur, simulque ad ea sedulo attendimus, quae ex rei ratione atque formae et generis indole consequuntur, natura ipsa nostra judicia plerumque confirmat. Verum, si non cavemus atque incaute agimus, in graves errores incidere possumus. Nam ut Inductio ita etiam Analogia solam probabilitatem affert, quae tamen etiam eo firmior fit, quo plures sunt earum rerum, quas comparamus, communes notae. Per se autem intelligitur, nunquam colligendum esse omnes ipsis esse notas communes, sed eas solas, quae magis sunt essentiales; nam aliter res non diversae sed *eaedem* forent, quam etiam perfectam aequalitatem natura creare non solet. Ridiculum foret, ex eo, quod terra et luna multis rebus conveniant, colligere, habitari lunam ab hominibus, animalibus et plantis, qualia sunt in superficie terrae; quod propter physicas rationes ne esse quidem potest. (1)

Animadv. 2. Quod veteres dicebant *Inductionem* (*παραγωγὴν*, *ἐπαγωγὴν*) aliud erat ratiocinandi genus, quod ex similibus ducebatur. Cicero

(1) *Habitari ait Xenophanes in luna, eamque esse terram multarum urbium*, (Acad. Quaest. IV. 39.); ad quae Cicero addit: *portenta videntur: sed tamen nec ille, qui dixit, jurare posset ita se rem habere, neque ego.* Sed non credo, Astronomum nostrae aetatis, suae artis peritum, si hoc testimonio veritatis opus sit, recusaturum esse, quin contra juret, *ita se rem non habere.*

cero de Invent. I. 31. id ita definit: Omnis argumentatio aut per *inductionem* tractanda est, aut per ratiocinationem. *Inductio est oratio, quae rebus non dubiis captat assensionem ejus, quocum instituta est: quibus assensionibus facit, ut illi dubia quaedam res, propter similitudinem earum rerum, quibus assensit, probetur.* — Hanc definitionem illustrat oratione Aspasiae apud Socraticum Aeschinem (1), quem eundem locum etiam affert Quintilianus (2). Hoc argumentationis genus, quo uti solitus erat *Socrates*, ad communem hominum sensum maxime est accommodatum.

§. 53. *De enunciationibus formae: si α, β, γ ... μ sunt: ϕ, ρ, σ ... ω sunt, quarum utrumque membrum compositum est ex pluribus enunciationibus.*

Infinitus autem est numerus earum enunciationum hypotheticarum, quarum utrumque membrum compositum est, quaeque hanc ob causam Syllogismorum compositorum, quos *Polysyllogismos* appellant, formam indicant. Huc referendae sunt

A.

(1) Confer. Topica 10.
(2) Institut. Orat. 5. 11.

A. Quae formam indicant *Soritum*, de quibus jam dictum est p. 189 et seqq. In his, ut vidimus, omnes termini utriusque membri sunt enunciationes hypotheticae, ita quidem, ut thesis antecedentis sit hypothesis sequentis termini. Neque solum suppeditant conclusionem generalem ϕ, sed etiam conclusiones intermedias ρ, σ, τ, quae etiam ipsae sunt enunciationes hypotheticae. Quare Sorites, quos repraesentant, *hypotheticos* dicere solent.

B. Cum his autem terminis alii conjungi possunt, qui sunt enunciationes categoricae, atque disjunctae. Inprimis commemoranda est forma Soritis hypothetici, cujus penultimus terminus ponit hypothesin primi, aut tollit thesin antecedentis termini; quod si fit, conclusio generalis syllogismi omnes terminorum theses aut ponit aut tollit.

Veluti: si verum est:

1. si α est, β est,
2. si β est, γ est,
3. si γ est, δ est,
4. si δ est, ε est,

5 atque α est, verum est, esse β, γ, δ, ε.

5. atque ε non est, verum est: non esse neque α, neque β, neque γ, neque δ.

Pos-

Possumus etiam ita progredi:

5. si ε aut est ζ, aut est η,
6. atque ζ non est,
7. atque: si η est, θ est,
8. atque θ non est,
verum est, neque esse α, neque β, neque γ, neque δ, neque ε.

Si invertimus ordinem quatuor priorum praemissarum, ita ut quarta praemissa fiat prima, tertia fiat secunda, et ita deinceps, oritur Sorites hypotheticus, quem dicunt *inversum*. Sed ordo etiam ita mutari potest, ut: *α est*, fiat prima praemissa. Veluti demonstratio p. 197. ita potest institui:

si verum est, α esse
atque si α est, β est,
si β est, γ est,
si γ est, δ est,
verum est, β, γ, δ esse.

C. Sed enunciatio: *si α, β, γ ... μ sunt: φ, ϱ, σ ... ω sunt*, etiam talis esse potest, ut termini α, β ... sint enunciationes categoricae, inter quas ea est ratio, ut praedicatum antecedentis sit subjectum sequentis termini. Tum formam repraesentat *Soritis*, quem dicunt *Categoricum*. In hoc Sorite prima praemissa α potest esse universaliter aut particulariter affirmans, ultima prae-

praemissa μ universaliter adfirmans et negans. Unde oriuntur hae quatuor formae, quarum prima et secunda hujusmodi sunt.

Si verum est:

1. *omnia A sunt B*,
2. *omnia B sunt C*,
3. *omnia C sunt D*.

4. *omnia D sunt E*,	4. *nullum D est E*,
verum est:	verum est:
omnia A sunt E,	*nullum A est E*.

Tertia et quarta hujusmodi sunt.

Si verum est:

1. *nonnulla A sunt B*,
2. *omnia B sunt C*,
3. *omnia C sunt D*,

4. *omnia D sunt E*,	4. *nullum D est E*,
verum est:	verum est:
nonnulla A sunt E.	*nonnulla A non sunt E*.

Numerus praemissarum ad libitum augeri potest. Quod ad *Quantitatem*, conclusio sequitur primam praemissam; quod ad *Qualitatem*, ultimam praemissam. Intermediae praemissae semper sunt universaliter adfirmantes. Intermediae autem conclusiones sunt in prima forma: *omnia A sunt C atque D*; *omnia B sunt D atque E*; *omnia C sunt E*: in secunda forma: *omnia*

A

A sunt C atque D; omnia B sunt D; nullum B est E; nullum C est E: in tertia forma: *nunnulla A sunt C et D; omnia B sunt D, atque E; omnia C sunt E:* in quarta forma: *nonnulla A sunt C atque D; omnia B sunt D; nullum B est E; nullum C est E.*

Sorites, hoc ordine constitutus, dicitur *rectus* vel *vulgaris*. Si autem convertitur ordo praemissarum, adeo ut prima fiat postrema, secunda penultima, et ita deinceps, oritur Sorites, quem dicunt *inversum*, aut etiam *Goclenicum* (1), qui igitur has habet formas.

Si verum est:

1. *omnia D sunt E,*
2. *omnia C sunt D,*
3. *omnia B sunt C.*

4. *omnia A sunt B,*	4. *nonnulla A sunt B,*
verum est:	verum est:
omnia A sunt E,	*nonnulla A sunt E,*

atque ita reliquae duae formae. Si prima praemissa est, *nullum D est E*, conclusiones sunt: *nul-*

(1) A Rudolpho Goclenio, Professore Philosophiae in Academia Marburgensi, qui eum Soritem explicavit in libro inscripto: *Isagoge in Organum Aristotelis*, Francof. 1621.

nullum A est E, atque, *nonnulla A non sunt E*.

Si hos Sorites inter se comparamus, videmus Soritem rectum incipere a subjecto; inversum autem a praedicato conclusionis. Prior igitur a notione inferiore (A) ad superiorem (E); posterior autem a notione superiore (E) ad inferiorem (A) per medias notiones (*B*, *C*, *D*) transit. Quare si in philosophia *progressio* in investigatione dicitur transitus ab universaliore ad id quod minus est universale, atque *regressio* transitus ad principia, seu ad id quod magis est universale, Sorites rectus *regrediens* (*regressivus*), inversus autem *progrediens* (*progressivus*) merito appellatur. Cum autem omnis Sorites sit compositus ex pluribus Syllogismis ita inter se connexis, ut conclusio antecedentis sit praemissa consequentis Syllogismi, (ob quam causam etiam antecedens dicitur *Prosyllogismus*, consequens autem *Episyllogismus*,) hac etiam in re inter se comparari possunt. Prima atque secunda enunciatio Soritis vulgaris est praemissa minor et major primi Prosyllogismi. Hujus conclusio est praemissa minor primi Episyllogismi, cujus major praemissa est enunciatio tertia. Hic Episyllogismus sua vice eodem modo fit Prosyllogismus sequentis

tis Episyllogismi, et ita deincept. Ita in Sorite:

omnia A sunt B,
omnia B sunt C,
omnia C sunt D,
omnia D sunt E, ergo: *omnia A sunt E*;

primi *Prosyllogismi*:

Praemissa major est: *omnia B sunt C*;
. . . . minor: *omnia A sunt B*;
Conclusio: *omnia A sunt C*;

primi autem *Episyllogismi*:

Praemissa major est: *omnia C sunt D*;
. . . . minor: *omnia A sunt C*;
Conclusio: *omnia A sunt D*;

Qui est *Prosyllogismus* hujus sequentis *Episyllogismi*, cujus

Praemissa major est: *omnia D sunt E*;
. . . . minor: *omnia A sunt D*;
Conclusio: *omnia A sunt E*.

Contra est in Sorite inverso:

omnia D sunt E,
omnia C sunt D,
omnia B sunt C,
omnia A sunt B; ergo: *omnia A sunt E*.

In hoc Sorite prima atque secunda enunciatio est praemissa major et minor Prosyllogismi, atque conclusio hujus Prosyllogismi, est praemis-

-missa major Episyllogismi. Est enim Prosyllogismi

Praemissa major: *omnia D sunt E;*
. . . minor: *omnia C sunt D;*
Conclusio: *omnia C sunt E;*

Episyllogismi autem

Praemissa major est: *omnia C sunt E;*
. . . . minor: *omnia B sunt C;*
Conclusio: *omnia B sunt E* etc.

Quare in Sorite recto Prosyllogismorum conclusiones intermediae, quae omissae sunt, Episyllogismorum *minores*, sed in Sorite inverso *majores* praemissae sunt.

D. Sed infinitis aliis modis Syllogismi compositi, atque inter se ita conjuncti esse possunt, ut ad demonstrationem alicujus enunciationis concurrant; quod optime omnium perspicimus, si animum attendimus ad argumentationes, quibus illi scriptores, qui accurate et subtiliter de aliqua re disputant, usi sunt, easque ad Logicam rationem reducimus. Nonnullae formulae generales, quae, exempli causa, cum genus infinitum sit, afferuntur, rem illustrabunt. Quaelibet ex iis est forma certae cujusdam speciei Syllogismorum compositorum, atque est propositio hypothetica, cujus veritas patet ex rationibus, quas exposuimus.

A.

a. Formae Syllogismorum, quorum praemissae sunt enunciationes hypotheticae, intermixtis enunciationibus categoricis.

I. Si verum est:

1. *si* β *est*, α *est.*
2. *si* γ *est*, *atque* β *non est*, *atque* δ *non est:* α *non est.*
3. *si* γ *est*, δ *non est.*
4. γ *est.*

verum est: *si* α *est*, β *est.*

Quare si praemissae verae sunt, enunciatio: *si* β *est*, α *est*, est *reciprocabilis*, atque β et α sunt *aequipollentes* (1). Haec igitur forma unum ex multis modis indicat, quo demonstrari possit, *duas notiones esse aequipollentes, aut enunciationem aliquam esse reciprocabilem.*

II. Si verum est.

1. *si* α *non est:* β *est.*
2. *si* β *est:* δ *et* ε *sunt.*
3. *si* δ *est*, *atque* ζ *est:* ε *non est.*
4. ζ *est.*

verum est, α *esse.*

Haec

(1) Vid. p. 199 seqq.

Haec forma Syllogismorum repraesentat unum ex multis modis, quibus per demonstrationem *Apagogicam*, quam dicunt *ex absurdo*, veritas alicujus enunciationis (α) ostenditur.

β. *Formae Syllogismorum, ubi praemissae sunt enunciationes disjunctae, intermixtis enunciationibus Categoricis.*

Possumus hîc, exempli causa, cum enunciationibus 16—24. (pag. 254—258.) Categoricas conjungere, atque ex diversis praemissis colligere, veram esse enunciationem: S est P (1), veluti.

III. *S est P:*

aut si 1. *S est A.*
2. *A est aut B, aut C.*
3. *B et C sunt aut D, aut E.*
4. *D est P, atque E est P.* (Ex enunciatione 22.)

aut si 1. *S est A.*
2. *A est B et C.*
3. *aut B, aut C, est D atque E.*
4. *aut D, aut E, est P.* (Ex enunciatione 21.)

aut

(1) Ut fecit Lambertus, Organon p. 196-206.

aut si 1. *S est A atque B.*
2. *A est, aut C, aut D.*
3. *B est, aut E, aut F.*
4. *S neque, est C, neque E.*
5. *D et F, conjuncta sunt P.* (Ex enunciatione p. 244.)

aut si 1. *S est A atque B.*
2. *A est aut C, aut D.*
3. *B est E atque F.*
4. *S non est C.*
5. *D, E, F conjuncta sunt P.* (Ex eadem enunciatione.)

aut etiam si 1. *S est A atque aut B, aut C.*
2. *B est aut D, aut E.*
3 *S neque est D neque E.*
4. *A et C conjuncta sunt P.* (Ex eadem enunciatione.)

γ. *Formae Syllogismorum, ubi praemissae sunt enunciationes categoricae, hypotheticae, atque disjunctae.*

IV. *S est P, si verum est:*

1. *S est A, atque B, atque aut C, aut D.*
2. *A est, aut E, aut F.*
3. *B est, aut G, aut H.*

4. *C est aut I, aut K.*
5. *si F est, I non est.*
6. *si H est, K non est.*
7. *S neque est E neque G.*
8. *F, H, D, conjuncta sunt P.*

V. *γ est, si verum est:*

1. *aut α est, aut β est, aut γ est.*
2. *si α est, δ et ε sunt.*
3. *si β est, ζ et η sunt.*
4. *neque ε, neque η est.*

§. 54. *De enunciationibus hypotheticis, quae nexum causalem indicant.*

Quae §. 42–53. expositae sunt enunciationes hypotheticae, universe relationem indicant inter diversa genera enunciationum consentientium atque dissentientium, quae efficit, ut ex propositis enunciationibus alias colligere possimus (1). Sunt igitur leges diversorum generum Syllogismorum, aut conditiones, quibus, juxta principium rationis sufficientis (2), satisfaciendum est in enunciationibus veris ex aliis de-

(1) Confer. p. 165–169.
(2) Confer. p. 179.

derivandis, qualiscunque est materia, aut res, de qua judicatur. Quare necessariae sunt et maxime generales, atque inter *cogitandi leges consequentes* referri debent, quippe quae ex *primis* (1) colliguntur. Cum has solas enunciationes hypotheticas Logica pura exponat (2), *Logicae*, aut cum ad formam solam non ad materiam pertineant, *formales* merito appellari possunt.

Reliquae autem disciplinae, quarum aliae aliam *materiam* sibi proponunt investigandam, has quidem usurpant leges (quae enim ipsis carere possit?) sed assumunt praeterea, atque cum ipsis his legibus conjungunt enunciationes, aut ex ipsa cognoscendi facultate, aut ex experientia aut ex utraque collectas; unde oriuntur aliae enunciationes hypotheticae, quae sunt *apodicticae*, si, ut in Mathesi pura, sola cognoscendi facultate, aut *assertoriae*, vel etiam *problematicae* esse possunt, si, ut in Physicis, Historia, aliisque disciplinis, sensuum et aliorum hominum testimonio nituntur. Hae enunciationes, cum *materia*, id est natura rei, de qua agitur, definiantur, *materiales* appellandae sunt.

Ve-

(1) Vide p. 181.

(2) Confer. p. 169.

Verum enunciationes hypotheticae *materiales* ipsae sunt duplices. Etenim declarant, aut, eodem modo, quo *Logicae*, *quid verum aut falsum sit*, si aliqua ratio aut hypothesis admittitur; aut, *quid efficiatur*, si aliqua causa agit, id est: prius membrum designat, aut *rationem*, cur quidquam verum aut falsum sit, aut *causam*, cujus effectus est is, qui posteriore membro designatur. Priores *rationales*, posteriores *causales* dicere possumus. (1)

Omnes propositiones hypotheticae Matheseos purae sunt *rationales*; nulla est causalis. Nam, etiamsi nonnullae videantur esse causales, tamen vere sunt rationales. Propositio: *si triangulum rectangulum movetur circum alterutram Cathetam, oritur Conus rectus*, non est causalis, (effectus enim motus rotatorii non est Conus rectus), sed hunc habet sensum: *si pars spatii (infiniti) est ea, per quam transit triangulum quod circum Cathetam rotatur, haec pars est Conus rectus*. Omnes autem propositiones Mathematicae, quae non sunt hypotheticae, ad hypotheticam formam, paucis exceptis, commode reducuntur (2). Ita enunciatio categorica: *summa*

(1) Confer. p. 141. atque 183.

(2) Confer. p. 217-220.

ma angulorum trianguli rectilinei est duo anguli recti, in hanc mutari potest: *si aliqua figura est triangulum rectilineum, summa angulorum est duo anguli recti.* Haec etiam ipsa propositio sequitur ex propositione hypothetica.

Si verum est: *si duae lineae parallelae secantur a tertia linea, anguli alterni aequales sunt*, etiam verum est: *summam angulorum trianguli esse duos angulos rectos*; cujus prius membrum cum verum sit, posterius etiam verum est.

Ita etiam enunciationes *disjunctae* facile convertuntur in *hypothetico-disjunctas*, ut: *Sectio Coni recti per planum, est aut Triangulum aequicrurum, aut Parabola, aut Ellipsis aut Hyperbola*, in hanc mutatur: *si planum secat Conum rectum, haec sectio est aut Triangulum* etc.

Hae igitur omnes enunciationes sunt apodicticae, atque rationes aut conditiones indicant, quare quid verum sit. At vero in propositione: *si calor augetur, mercurius in Thermometro adscendit*, calor auctus ponitur esse causa, quae efficit, ut mercurius extendatur, atque igitur adscendat. Haec enunciatio est *assertoria*, non

non apodictica, quoniam manat aut ex cognita natura caloris, aut ex observationibus et experimentis institutis. Quamquam diversis modis categorice exprimi potest, ut: *aucta vis caloris efficit, ut mercurius adscendat; aucto calore adscendit mercurius; auctus calor est causa, quare ...*, tamen vere est *hypothetica*, atque, ut omnes aliae, sive Logicae, sive Rationales sunt, contraponi potest (1), ut: *si mercurius in thermometro non adscendit (si non magis extenditur) calor non augetur.*

Disciplinae Physicae, Historia, Anthropologia, Philosophia innumera harum enunciationum exempla praebent, quae causas et vires, quibus efficiuntur phaenomena et mutationes in rerum natura, in societate humana, actiones et motus animi etc. designant, veluti: *si aër comprimitur, ejus elasticitas augetur; si suis se laudibus vita occidens consolari potest, mors aequissimo animo oppetitur; si quis virtutis perfectae perfecto functus est munere, non parum diu vixit.* (2).

Saepe etiam ejusmodi enunciationes *categoricam*

(1) Confer. p. 184, 231. seqq.

(2) Cicero Disp. Tusc. I. 45.

rum habent formam, quale est dictum Horatii, quod tres hypotheticas continet.

> *Saepius ventis agitatur ingens*
> *Pinus, et celsae graviore casu*
> *Decidunt turres, feriuntque summos*
> *Fulmina montes.* (1)

id est: *si pinus est ingens, saepius ventis agitatur; si turres sunt celsae, graviore . . .; si montes sunt summi, feriuntur fulminibus.*

Ita etiam in eodem carmine.

> *Sapienter idem*
> *Contrahes vento nimium secundo*
> *turgida vela.*

id est: *si sapiens es*, (aut: *si sapienter agis*) *contrahes.* . . .

Haec causa in lingua Latina inprimis designatur *Ablativo*, Participiis, atque Ablativo, quem dicunt absolutum, ut: *Concordia res parvae crescunt, discordia maximae dilabuntur*, id est: *si concordia est* (*si homines sunt concordes*), *res* . . ., *Pietate adversus deum sublata, fides etiam, et societas humani generis tollitur* (2), id est: *si sublata est pietas* . . . . Interdum etiam declaratur *enunciationem hypotheticam esse falsam.* Ita si dici-

(1) Od. II. 10.
(2) Cic. de Nat. Deor. L. 2.

citur: *ex eo, quod animus natus est, non sequitur, eum esse mortalem*, id dicitur: *falsum est: si animus natus est, mortalis est.* Ita etiam:

Non ideo debet pelago se credere, si qua
Audet in exiguo ludere cymba lacu. (1)

Sic res se habet, ut ad prosperam, adversamque fortunam, qualis sis, aut quemadmodum vixeris, nihil intersit (2); de cujus sententiae veritate merito dubitari potest.

Lingua autem multis enunciationibus dat formam: *si α est, β est*, etiamsi α non sit causa sufficiens, quae sine β esse nequeat, sed solum adminiculum, ansam, occasionem, verbo, *causam secundariam*, sive auxiliarem, sive instrumentalem designat. Hae igitur enunciationes contraponi non possunt. Quapropter dicta: *si montes sunt summi, feriuntur fulminibus*, atque: *si concordia est, res parvae crescunt*, contraponi non possunt, ita ut fiant: *si montes non feriuntur fulminibus, non sunt summi*, atque: *si res parvae non crescunt, concordia non est*, quoniam id solum affirmatur, posse, *simul cum aliis causis*, magnitudinem montium efficere, ut ipsi

(1) Ovid. Tristia II. 329.
(2) Cic. de Nat. Deor. III. 57.

ipsi fulminibus feriantur, atque concordiam, ut res parvae crescant. Possunt referri in numerum earum enunciationum hypotheticarum, quas Frisius appellat *particulares* (1). Sed in *enunciationibus Logicis*, atque *Rationalibus*, quae vere sunt hypotheticae, *α* semper est ratio sufficiens, cur *β* verum sit habendum, ita ut consequentia: *si β non est, α non est*, falsa esse nequeat.

Causa atque effectus possunt esse aut praesenti, aut praeterito, aut futuro tempore. Quare forma enunciationum causalium, temporis ratione habita, varia esse potest, veluti: *si α est, β est; si α fuerit, β erit; si α fuit, β fuit; si α futurum est, β etiam futurum est; si α fuisset, β fuisset* etc. ut Cicero: *mea quidem sententia*, ait, *paci, quae nihil habitura sit insidiarum, semper est consulendum. In quo si mihi esset obtemperatum; si non optimam, at aliquam rempublicam, quae nunc nulla est, haberemus.* (2) Conviciatores regis Pyrrhi: *diximus*, ajebant, *o rex, et plura dicturi eramus, si plus vini adfuisset.* Ita etiam Chrysippus: *captiosum est dicere: si fatum tibi est, ex hoc morbo con-*

(1) Confer. p. 138, 139.

(2) De Offic. I. 11.

convalescere; sive medicum adhibueris sive non adhibueris, convalesces. Tam enim est fatale, medicum adhibere, quam convalescere; — haec confatalia sunt. (1)

Enunciationes autem Logicae atque Rationales hanc unam habent formam: *si α est, β est*, ubi copula *est* indicat tempus *absolutum* sub forma temporis praesentis (2), id est, declarant, *ex ratione α constanter sequi β, atque hanc consequentiam nullo in tempore mutari.* Etiamsi enim nonnumquam, sermonis variandi causa, alio tempore utimur, id tempus absolutum tamen semper intelligitur. *Si trianguli duo latera fuerint aequalia, anguli oppositi aequales erunt*, non aliud quid significat, nisi: *si trianguli duo latera sunt aequalia, anguli oppositi aequales sunt.*

Plura sunt animadvertenda de his enunciationibus causalibus, per quas repraesentatur major pars cognitionis nostrae, quae experientia nititur. Inter haec notandi sunt inprimis modi, quibus lingua eas declarat. Quoniam autem Mathesis solis enunciationibus Rationalibus utitur, haec omittere possumus. Unum solum notetur.

Cum id proprium sit causae aut rei efficientis,

(1) Cic. de Fato 13.

(2) Confer. p. 126. 173.

tia, ut iis, quae efficit, tempore antecedat, atque haec ipsa antegressio nobis suspicionem moveat, rem antegressam causam fuisse rei consequentis, magna est cognatio inter eas conjunctiones et modos, quibus tempus et causa designantur (1). Quare lingua Latina per *participia praeteriti temporis* non solum indicat, rem aliam rem tempore anteire, sed etiam ejus esse causam, veluti: *nullum est genus rerum, quod avulsum a caeteris per se ipsum constare possit; amisso rege totum dilabitur examen apum*, quae dictiones utrumque significant: *si est avulsum*, atque, *quando est avulsum*; *si est amissus* atque *quando est amissus*. Quando autem causa perpetuo, aut saltem per aliquod tempus agit, cum iis, quae efficit, eodem tempore cernitur. Quare etiam *participia praesentis temporis* et *Adjectiva* utrumque indicant, rem cum alia esse eodem tempore ejusque esse causam, ut: *luna incidens in umbram terrae, repente deficit; reluctante natura, irritus fit labor* (2); *conscia mens recti famae mendacia ridet* (3).

Hac etiam in causa est, cur vox *si* nonnunquam

(1) Confer. p. 123.

(2) Seneca Tranq. 6.

(3) Ovid. Fast. 4. 311.

quam tempus solum designare videatur, ut: *Cyrenaici tum aegritudinem censent exsistere, si nec-opinato quid evenerit* (1); *si valeant homines, ars tua, Phoebe, jacet* (2); ubi tamen aliquis nexus causalis indicatur, quoniam non casu accidit, ut utrumque eodem fiat tempore. Quando *Seneca* de captanda aura populari memorabile hoc dictum profert, quod profecto etiam in perditos atque nefarios nostrae aetatis homines cadit: „ *Si te videro celebrem secundis vocibus vulgi; si, intrante te, clamor, plausus et pontomimica ornamenta obstrepuerint; si tota civitate te foeminae puerique laudaverint, quidni ego tui miserear, cum sciam, quae via ad istum favorem ferat;*" (3) vox *si* ter repetita nequaquam designat tres conditiones, sed *tempus solum*. Sensus est: *tum tui merito misereor, quando te videro celebrem. ... Ex iis enim, quae video, concludo te favorem populi nactum fuisse.* Hoc igitur dictum nititur enunciatione causali, hujus fere argumenti: *si mihi innotescit, te favorem populi nactum esse, tui mise-*

(1) Cic. Disp. Tusc. III. 22.
(2) Ovid. Trist. IV. 3. 78.
(3) Seneca Ep. 29.

sereor. Ratio, cur haec vera sit, aut quae explicat hunc nexum causalem, declaratur vocibus: *cum sciam, quae via ad istum favorem ferat*, ea enim via transit per mendacia, adulationes, largitiones, atque saepe per scelera nefanda.

Rursus conjunctiones temporis hypotheticum etiam nexum declarare possunt; ut: *miserior es, cum in omnem fraudem raperis oculis, quam si omnino oculos non haberes*. (1).

Animadv. 1. Ut nexus cogitatorum in Matheseos disciplina, qui efficitur enunciationibus hypotheticis, melius perspiciatur, non videtur a re alienum esse, haec animadvertere. Quo magis augentur aut diminuuntur notae subjecti prioris membri, eo magis etiam augentur aut diminuuntur notae subjecti posterioris membri; aut quo plures conditiones adduntur priori membro, eo arctioribus limitibus circumscribitur membrum posterius.

Ut hoc illustretur, proponatur enunciatio: *si figura rectilinea quatuor habet angulos, Quadrilaterum rectilineum est*. Addatur conditio, *ut duae diagonales figurae mutuo se secent in partes aequales*. *Quadrilaterum* magis tum circumscribitur, atque novam accipit notam, quae in eo consistit,

ut

(1) Cic. Oratio de Harusp. Resp. 18.

ut latera opposita sint parallela. Fit igitur *Parallelogrammum.* Addatur secunda conditio, *ut diagonales se secent perpendiculariter;* Parallelogrammum augetur nova nota, atque fit *aequilaterum.* Si tertiam addimus conditionem, ut *diagonales aequales sint*, oritur *Quadratum*, id est, Parallelogrammum aequilaterum denuo novam accipit notam, quae in eo consistit, *ut anguli inter se sint aequales, atque igitur recti.*

Ita etiam:

Si corpus secatur per planum, sectio est figura plana.

Si id corpus est cylindrus rectus, indefinite altus, sectio est aut parallelogrammum, aut Ellipsis.

Si haec sectio cylindri ad basin non est perpendicularis, Ellipsis est.

Si haec sectio parallela est basi, Circulus est.

Ubi animadvertendum est, Circulum esse Ellipsin, cui nota aequalitatis axium est addita.

Ita addendis conditionibus a summo genere gradatim ad inferiora genera, aut ad formas progredimur. Progrediendo autem a genere ad formas, cognitio fit *uberior*, sed regrediendo a formis ad genera, fit *universalior*. Quod idem dici potest de enunciationibus causalibus. Quo magis definita est causa, aut quo plures ei accedunt conditiones, et causae coëfficientes, eo magis definitur effectus, id est, eo arctioribus circumscribitur limitibus. Quare singulae res individuae in rerum natura, cum omni ex parte ad quantitatem, qualitatem et relationem sint definitae, ex innumerabilibus causis prodeunt.

Ani-

Animadv. 2. *Cicero* (Topica C. 15, 16.) duo ponit genera causarum. *Unum*, quod vi sua id, quod sub eo subjectum est, certe efficit, ut ignis accendit, idque duplex ponit. *Sunt enim*, ait, *aliae causae, quae plane efficiant, nulla re adjuvante: aliae quae adjuvari velint: ut sapientia efficit sapientes sola per se: beatos efficiat, nec ne, sola per se, quaestio est. Quare cum in disputationem inciderit causa efficiens aliquid necessario, sine dubitatione licebit, quod efficitur ab ea causa, concludere. Cum autem erit talis causa, ut in ea non sit efficiendi necessitas, necessaria conclusio non sequitur.*

Perspicuum est, eam causam (α), quae plane efficit quidquam (β), nulla re adjuvante, repraesentari posse per enunciationem hypotheticam: *si* α *est*, ϕ *est*; in quam etiam cadit contrapositio: *si* ϕ *non est*, α *non est*; atque, si ϕ ex nulla alia causa efficitur, conversio: *si* ϕ *est*, α *est*. Si sapientia efficit beatos sola per se, recte dicitur: *si quis est sapiens, beatus est; si quis non est beatus, non est sapiens; si quis beatus est, sapiens est.*

At vero, si α est causa, quae adjuvari vult per alias causas β, γ, δ ..., id (ϕ), quod efficitur, atque causae efficientes, repraesentantur forma: *si* α *est atque* β, γ, δ ... *sunt*, ϕ *est*, neque *si* ϕ *non est*, licebit concludere α *non esse*. Si ad vitam beatam requiruntur non solum *bona animi*, sed etiam *bona corporis* et *externa* (1), dicen-

(1) Tusc. Disp. V. 30.

cendum est: *si quis est sapiens, atque fruitur bonis corporis et externis, beatus est.* Quare, si quis non est beatus, tria esse possunt: aut non est sapiens, aut non fruitur bonis corporis et externis, aut neque est sapiens, neque istis bonis fruitur. At vero, si, ad efficiendum ϕ, causa α semper necessario requiritur, sive α plane efficit ϕ, sive adjuvanda est aliis causis, semper verum est: *si α non est, ϕ non est*, atque *si ϕ est, α est. Si quis non est sapiens, non est beatus; si quis beatus est, sapiens est.*

Alterum genus causarum ita discribitur a *Cicerone*, ut sit id, *quod naturam efficiendi non habeat, sed sine quo effici non possit: ut, si quis aes causam statuae velit dicere, quod sine eo non possit effici. Hujus generis causarum*, ait, *sine quo non efficitur, alia sunt quieta, nihil agentia, stolida quodammodo; ut locus, tempus, materiae, ferramenta et cetera generis ejusdem. Alia autem praecursionem quandam adhibent ad efficiendum, et quaedam afferunt per se adjuvantia, etsi non necessaria, ut amori congressio causam attulerit, amor flagitio. Hoc genus causarum saepe perturbat* etc.

Quod ad hoc causarum genus, patet ejusmodi causam (α), sine qua effici aliquid nequit, contineri formula: *si α non est, ϕ non est*, atque *si ϕ est, α est*, sed si ϕ etiam sine ea esse potest, nihil ejusmodi concludere licere. Sed, quod in omnibus enunciationibus hypotheticis causalibus valet, multum differt, utrum quid *tempore absolu-*

luto, an certo quodam tempore ponatur. *Si α fuisset*, *φ fuisset*, potest esse verum, etiamsi falsum sit: *si α est*, *φ est*. *Philosophia*, omnesque ejus partes, *Logica*, *Anthropologia*, *Metaphysica* etc. id inquirunt, quod tempore est absoluto, illud το ὄν, quod necessarium et immutabile, non fortuitum est, ut omnibus locis a *Platone* disputatur. Historia, si causas inquirit, exhibet enunciationes: *si α fuisset*, *φ fuisset*; *si α non fuisset*, *φ non fuisset*; *φ fuit*, *quoniam α fuit*; sed philosophia ex his ipsis evolvere conatur: *si α est*, *β est*; *si α non est*, *β non est*; *β est*, *quoniam α est*.

Caeterum gravissimus est locus philosophiae, qui de causis agit. *Seneca* (1) ex mente *Platonis* haec quinque enumerat genera causarum: *id ex quo*, *id a quo*, *id quo*, *id ad quod*, *id propter quod*. Tamquam in statua, id ex quo, *aes* est; id a quo, *artifex* est; id quo, *forma* est, quae aptatur illi; id ad quod, *exemplar* est, quod imitatur is qui facit; id propter quod, facientis *propositum* est; *quae causarum copia*, *aut nimium multa*, ait, *aut nimium pauca comprehendit*. *Nam si quocumque remoto quid effici non potest*, *id causam judicant esse faciendi*, *pauca dixerunt*. *Ponant inter causas*; *nihil sine tempore fieri potest*. *Ponant locum*; *si non fuerit ubi fiat aliquid*, *ne fiet quidem*. *Ponant motum*; *nil sine hoc nec fit nec perit*: *nulla sine motu ars*, *nulla mutatio est* etc.

Longe alia est divisio causarum, quam proposuit *Kan-*

(1) Epist. I. 65.

Kantius. Sed haec ad Metaphysicam pertinent. Quae dicta sunt ad nostrum popositum sufficiunt.

§. 55. *De Regressu ad principia.*

Si verae sunt enunciationes hypotheticae:

si α, β, γ, δ sunt: φ est;
si ε est: α et β sunt;
si ζ est: ε et γ sunt;

sequitur: *si ζ atque δ est, α, β, γ, φ sunt.*

Quare si plures termini prioris membri ex aliqua enunciatione consequuntur, haec enunciatio in priore, atque hi termini in posteriore membro collocari possunt. Si qua disciplina est omnibus numeris absoluta, ita ut omnia ejus decreta ex principiis veris sequantur, in mutando loco terminorum eo usque pergi potest, ut in priore membro non alii termini relinquantur, nisi ea, quae sunt principia, de quorum veritate non dubitatur, sed quae demonstrari nequeunt; eodem modo quo faciunt Mathematici, si ad posterius membrum omnes aequationis numeros incognitos transferendo, per hosce cognitos incognitum numerum definiunt. Ex hoc explicatur id, quod p. 167. dictum est de propositione hypothetica, quae omnia theoremata Mathematica continet.

Repraesententur per literas *α, β, γ ...* propositiones Mathematicae, ita ut sit:

α. Si

α. *Si aequalia adduntur aequalibus, summae sunt aequales.*

β. *Si aequalia subtrahuntur ab aequalibus, residua sunt aequalia.*

γ. *Quae sunt aequalia tertio, inter se sunt aequalia.*

δ. *Si duae lineae rectae parallelae a tertia quadam secantur, anguli congruentes aequales sunt.*

ε. *Si recta linea insistit rectae lineae, cum ea duos facit angulos, quorum summa est duo anguli recti.*

ζ. *Si duae lineae rectae se secant, anguli ad verticem oppositi aequales sunt.*

η. *Si duae lineae rectae parallelae a tertia quadam secantur, anguli alterni aequales sunt.*

φ. *Summa angulorum trianguli rectilinei est duo anguli recti.*

His positis, prodeunt propositiones hypotheticae:

1. *si α, γ, ε et η sunt: φ est.*

2. *si α est: ε est.*

ergo *si α, γ, η sunt: φ atque ε est.*

3. *si δ, ζ et γ sunt: η est.*

ergo *si α, γ, δ et ζ sunt: φ, ε et η sunt.*

4. *Si ε, γ, β sunt: ζ est.*

ergo (ex 4 et 2) *si α, β, γ, δ sunt: φ, ε, η, ζ sunt.*

Hac

Hac igitur via pervenire ad principia possumus, ex quibus omnia theoremata Mathematica derivantur. α, β, γ sunt *axiomata quantitatis*; δ sequitur ex ipsa linearum parallelarum definitione.

Similis fere est *ratio enunciationum atque principiorum causalium*. Si α, β, γ sunt causae sufficientes, quibus efficitur ϕ, sed α est causa sufficiens ipsius γ: α et β sunt etiam causae sufficientes ipsius γ, omniumque rerum, quae ex ϕ prodeunt. Ita quidem oriri potest series causarum α, β, γ, δ, ε ... ϕ (eodem modo quo illa series enunciationum connexarum, de qua diximus p. 189.), ubi quodlibet antecedens membrum causa est omnium, quae sequuntur. Causa α igitur est *prima*, seu *principium*, ex quo exsistunt reliquae. Quo propius in hac serie regrediendo accedimus ad α, eo magis perfecta fit cognitio ejus vinculi causarum, quo omnia, quae in rerum natura sunt, continentur. Quare illa disciplina, quae phaenomena, mutationes, motus in rerum natura, explicat (*Physica* latissimo sensu), eo magis *scientia* veri nominis appellanda est, atque Mathesin hac re aequiparare potest, quo magis ipsi contingit, ad priores hujus seriei terminos accedere.

De nulla re firmior apud omnes est consensio, quam de hoc enunciato: *Nihil est, aut fit in rerum natura, quod non ex aliqua cau-*

causa ortum sit, aut oriatur. Homo explicandae naturae cupidus, non quaerit, num mutationum, motuum, rerumque, quae fiant, aliqua sit causa; hac de re nulla est ipsi dubitatio, sed inquirit, *quaenam sit causa;* atque haec ipsa causa reperta eum impellit, atque admonet, ut plura, ut *causam causae* quaerat. Quare, ut quisque est acerrimus, et sagacissimus naturae investigator, ita maxime id sibi proponit, ut ad primas causas magis magisque appropinquet, atque quamlibet causam generaliorem detectam usurpet ad illustranda et explicanda ea, quae ex ipsa consequuntur; quod ipsum studium philosophiam creavit, alit et sustentat. Idem autem si ex rei atque suarum facultatum natura perspexit, se in hac serie ad primos terminos propius accedere non posse, sapienter a proposito desistit, inanes labores relinquit, atque mavult libere profiteri, se nescire, quam vanis verbis, quibus nulla est subjecta sententia, suam abscondere ignorantiam, aut incognita pro cognitis, incerta pro certis habere.

Nulla regressio in hac serie ad primos terminos praeclarior, nulla ad explicandos corporum terrestrium et coelestium motus foecundior ea fuit, quam fecit *Galilaeus;* qui quaerens causam, cur in antlia bene clausa, si sursum

tra-

trahitur embolus, aqua eum sequatur, atque ad certam quandam altitudinem evehatur, detexit *pressionem* et *gravitatem aëris*; atque deinde *Newtonus*, qui phaenomena gravitatis corporum terrestrium conjungens cum motu lunae circum terram, invenit vim attractionis universalis, seu potius *legem*, per quam definitur quantitas attractionis omnium corporum sive terrestrium sive coelestium; quae quantitas est in recta ratione quantitatis materiei, atque in inversa ratione quadratorum distantiae corporum.

Repraesentetur haec series causarum literis η, ζ, ε, δ, γ, β, α, ita ut designet

η *evectionem aquae in antlia;*

ζ *causam ejus, id est pressionem aëris;*

ε *causam pressionis, id est gravitatem aëris;*

δ *causam generaliorem, gravitatem omnium corporum terrestrium;*

γ *causam gravitatis omnium corporum terrestrium*, id est, *attractionem eorum juxta legem a Newtono detectam;*

β *causam generaliorem*, id est, *attractionem omnis materiei juxta eandem legem.*

Quapropter Sorites, qui hunc regressum ad principia denotat, hujusmodi est:

si ζ *est*, η *est;*
si ε *est*, ζ *est;*

si

si δ est, ε est;
si γ est, δ est;
si β est, γ est;

Quaelibet autem regressio in hac serie ad antecedentem causam universaliorem, Physicum aptum reddit, ad plura phaenomena motus et mutationum in rerum natura explicanda. Detecta autem β, aut *lege*, cui materia, qualiscumque est, obtemperat, omnes leges gravitatis corporum terrestrium, accessus et recessus maris, corporum coelestium, quae *systema nostrum solare* componunt, motus, ejusque motus *perturbationes*, quas dicunt, ipsa etiam terrae horumque corporum figura et alia innumerabilia, explicari, ad unitatem redigi atque aptissime inter se connecti possunt. Haec lex est principium illius partis Astronomiae et Matheseos, quam *Astronomiam physicam* dicunt; quae disciplina, quantum in ejusmodi investigationibus praestare possit intelligentia humana, praeclare testatur.

Verumtamen homo, quo ardore ad causas rerum cognoscendas fertur, etiamsi ad β pervenerit, non cessat quaerere, qualis sit α, aut quaenam causa sit, cur materia hanc legem sequatur; ad quod investigandum magis etiam excitatur spe, fore, ut, hac causa reperta, multa alia, quales sunt attractiones particulares

corporum compositorum et simplicium actionesque eorum, quae *imponderabilia* vocantur, atque adhuc in tenebris jacent, in lucem trahantur, planiusque explicentur. Sunt Physici, Mathematici atque inprimis sunt multi Philosophi, qui hac de re multa excogitarunt, eaque cum aliis communicarunt; sed ea, quae excogitarunt, quamvis magnam ingenii subtilitatem atque sagacitatem ostendant, tamen nondum ita tenebras dispulerunt, ut illi, qui libere se id prorsus nescire fatentur, merito habendi sint indoctiores, aut ita ultra modum dubitantes, ut quasi desperati quidam relinquendi sint.

§. 56. *De Syllogismis completis, atque de diverso eorum genere.*

Quae §. 43-55. expositae sunt enunciationes hypotheticae, eae universe designant nostrarum cogitationum vinculum, atque leges cogitandi, quas secuta intelligentia aliam enunciationem ex alia derivat, qua in re omnis consistit concludendi ratio. Quare sunt *leges Syllogismorum*, atque hoc etiam nomine appellandae videntur; non autem sunt Syllogismi ipsi, qui tum demum oriuntur, quando, quae est natura omnis enunciationis hypotheticae, aut priore mem-

membro posito, ponitur posterius, aut posteriore sublato, tollitur prius.

In dividendis autem syllogismis simplicibus fundamentum divisionis debet esse *lex ipsa hypothetica*, quoniam haec eorum naturam definit et consequentiam. Hujus legis primum membrum potest constare ex uno, duobus, aut pluribus terminis, adeo ut sit formae, aut: *si* λ *est*: ϕ *est*; aut: *si* λ *atque* μ *sunt*: ϕ *est*; aut: *si* λ, μ, ν ... *sunt*: ϕ *est*. Unde tria genera Syllogismorum simplicium, ex quibus primum, *unam*; secundum, *duas*; tertium *tres aut plures* habet praemissas.

§. 57. *De Syllogismis completis, quorum lex est: si* λ *est*, ϕ *est*.

Hi Syllogismi *unam* habent praemissam, eorumque forma est:

Lex Syllogismi: *si* λ *est*, ϕ *est*.
Praemissa: sed λ *est*.
Conclusio: ergo ϕ *est*.

aut etiam:

Lex Syllog.: *si* ϕ *non est*, λ *non est*, (quae ex priore sequitur).
Praemissa: sed ϕ *non est*.
Conclusio: ergo λ *non est*.

ubi

ubi λ et Φ sunt enunciationes cujuslibet generis, sed ejus naturae, ut *relatio hypothetica* ex rationibus Logicis perspicua sit, id est, ex legibus primis cogitandi sequatur. Quare sunt illae leges, quas §. 43–50. explicavimus, definitae consensu atque dissensu enunciationum. (1)

Ergo Syllogismi hujus generis oriuntur:

1. *Ex aequipollentia ipsarum λ et Φ*, si ita consentiunt, ut idem affirment aut negent, sed aut verbis solum, aut qualitate et notionum loco inter se differant, quales sunt illae enunciationes, quae expositae sunt p. 200–202. *A* et *B*, veluti:

Lex Syllogismi: *si nullum non B est A: omnia A sunt B.*

Praemissa: *nullum non B est A.*

Conclusio: ergo *omnia A sunt B.*

Quum autem λ et Φ sint *aequipollentes*, enunciatio: *si λ est Φ est*, est reciprocabilis; unde etiam syllogismi formae: *si Φ est λ est; sed Φ est, ergo λ est*, atque: *si λ non est, Φ non est; sed λ non est, ergo Φ non est.* (2)

2. *Ex*

(1) Confer. p. 223–230.

(2) Confer. p. 200.

2. *Ex subalternatione, si λ est enunciatio universalis, φ particularis* (1), veluti:

Lex Syllog.: *si omnia A sunt B, etiam nonnulla A sunt B.*

Praemissa: *omnia A sunt B.*

Conclusio: ergo *nonnulla A sunt B.*

aut:

Lex Syll.: si verum est: *si nonnulla A sunt B, γ est,* etiam verum est:

si omnia A sunt B, γ est.

Praemissa: *si nonnulla A sunt B, γ est.*

Conclusio: ergo *si omnia A sunt B, γ est.*

In hoc tamen syllogismo et similibus animadvertendum est, *nonnulla A sunt B*, non significare: *nonnulla tantum A sunt B*, sed simpliciter id, quod ex enunciatione: *omnia A sunt B*, sequitur. Falsa igitur est conclusio: *si omnes homines sunt probi, nemo poena dignus est;* ergo *si nonnulli homines sunt probi, nemo poena dignus est*, idque hoc sensu accipiatur, ut alii homines sint probi, alii improbi.

3. *Ex dissensu contradictorio.* (2)

Si λ et φ contradictorie dissentiunt, id est, *si*

(1) Confer. p. 221, 222.

(2) Confer. p. 224.

si neque simul verae, neque simul falsae esse possunt, oriuntur duo syllogismi, quorum leges sunt: *si λ est, Φ non est*, atque, *si λ non est, Φ est*, veluti: *si omnia A sunt B, falsum est: nonnulla A non sunt B*, atque: *si nonnulla A non sunt B, falsum est: omnia A sunt B.*

4. *Ex dissensu contrario.* (1)

Si λ et Φ contrarie dissentiunt, id est, si simul falsae, sed non simul verae esse possunt, ex veritate unius sequitur falsitas alterius; unde syllogismus, cujus lex est, *si λ est, Φ non est*, aut: *si Φ est, λ non est*, veluti: si verum est, *omnia A sunt B, falsum est: nullum A est B.*

5. *Ex enunciationibus subcontrariis.* (2)

λ et *Φ subcontrarie* dissentiunt, si possunt simul esse verae, sed non simul falsae; quare ex falsitate alterutrius sequitur veritas alterius. Inde Syllogismus, cujus lex est: *si λ non est, Φ est*; *si Φ non est, λ est*, veluti: si falsum est: *nonnulla A sunt B*, verum est: *nonnulla A non sunt B.*

6. *Ex*

(1) Confer. p. 225. p. 144., ubi exempla ejusmodi enunciationum sunt allata.

(2) Confer. p. 225.

6. *Ex eo, quod φ pars est enunciationis compositae λ.* (1)

Si λ est enunciatio, composita ex pluribus aliis, in quibus est φ, oritur syllogismus, cujus lex est: *si λ est, φ est*, veluti: *si solum A est B: quod non est A non est B.*

7. *Ex conjunctione nonnullarum ex his relationibus.*

Possumus duas aut etiam plures ex his consensus atque dissensus relationibus inter se conjungere, unde aliorum leges Syllogismorum exsistunt. Ita *ex conjunctione aequipollentiae atque subalternationis* prodeunt *relationes hypotheticae inter enunciationem atque eam, quae ex ipsa, aut conversione simplice, aut contrapositione efficitur.* (2).

Nam si δ et φ sunt aequipollentes, atque δ sequitur ex λ, φ etiam ex λ sequitur. Si δ et λ sunt aequipollentes, atque ex δ sequitur φ, φ etiam ex λ sequitur; unde aliae leges Syllogismorum, veluti: *si omnia A sunt B, etiam nonnulla B sunt A; si nullum A est B, etiam nonnulla B non sunt A.*

8. Ex

(1) Confer. p. 155–158.
(2) Confer. p. 232, 233.

8. *Ex natura enunciationis hypotheticae* (1).

Ex hujus enunciationis natura sequitur hic Syllogismus.

Lex Syllog.: si verum est: *si α est, β est*; verum est: *si β non est, α non est.*

Praemissa: *si α est, β est.*

Conclusio: ergo *si β non est, α non est.* (2)

9. *Ex natura enunciationis disjunctae.*

Lex Syllog.: *si aut α est, aut β est*, verum est: *si α est, β non est.*

Praemissa: *aut α est, aut β est.*

Conclusio: ergo *si α est, β non est.* (3)

§. 58. *De Praecisione horum syllogismorum, qua fiunt formae: λ est, ergo φ est.*

At vero, quarum enunciationum veritas per se est perspicua, ita ut a quovis, qui eas intel-

(1) Confer. p. 184–185.

(2) Hunc syllogismum, qui indicat, falsam esse eam enunciationem, ex qua quid falsum sequitur (conf. p. 185.) pluribus verbis commemorat *Cicero* (de Finibus IV. 19.) eoque utitur, ad refellenda paradoxa Stoicorum, quae tamen defendit in libro de Paradoxis, eo quidem consilio, quod ipse profitetur, ut ostendat, *nihil esse tam incredibile, quod non dicendo fiat probabile* (Paradox. C. 1.)

(3) Confer. p. 155.

telligit, agnoscatur, hae saepe in demonstratione omittuntur, praesertim si ex demonstratione ipsa patet, quales sint. Semper autem omittitur *lex Syllogismi*, cujus veritas ex ratione Logica sequitur, atque per se est perspicua. Hac igitur omissa oriuntur *Syllogismi praecisi* formae: *λ est*, ergo *φ est*, veluti: *omnia A sunt B*, ergo *nonnulla B sunt A*; atque ita alii ex conversione et contrapositione orti. Si, ut antea (1), literis A, E, I, O utimur ad designandam quantitatem et qualitatem enunciationum, quae materia conveniunt, hi Syllogismi sunt:

1. *A est*, ergo *I est*, *sed neque O est*, *neque E est*.
2. *A non est*, ergo *O est*.
3. *E est*, ergo *neque I neque A est*, *sed O est*.
4. *E non est*, ergo *I est*.

atque similiter alii hujus generis. (2)

Ita etiam:

Solum A est B, ergo *quod non est A*, *non est B*.

Omnis *formula Arithmetica generalis* potest haberi pro ejusmodi enunciatione composita, quae in se contineat omnes *formulas minus generales*, quas ex ea concludere possumus; aut etiam pro *enunciatione universali*, ex qua sequatur

par-

(1) Confer. p. 221.
(2) Confer. p. 230.

particularis. Quare etiam eodem Syllogismi genere utimur, si ita concludimus

$$(a+b)^m = a^m + ma^{m-1}b + \frac{m.(m-1)}{1.\ 2}a^{m-2}b^2 + \ldots$$

$$\text{ergo } (1+b)^{-\frac{n}{m}} = 1 - \frac{n}{m}b + \frac{n}{m}.\frac{(n+m)}{2m}b^2$$

$$- \frac{n}{m}.\frac{(n+m)}{2m}\frac{(n+2m)}{3m}b^3 + $$

$$\frac{a^m + b^m}{a-b} = a^{m-1} + ba^{m-2} + b^2 a^{m-3} \ldots + b^{m-1}$$

$$\text{ergo } \frac{a^5 + b^5}{a-b} = a^4 + ba^3 + b^2 a^2 + b^3 a + b^4$$

§. 59. *De Syllogismis completis, quorum lex est: si λ est atque μ est: Φ est.*

Si lex est: *si λ est atque μ est: Φ est*, Syllogismus *duas* habet praemissas λ et μ, quae possunt esse enunciationes cujusque generis. Hinc oriuntur diversa genera, ex quibus tria sunt *mere* aut *categorica*, aut *hypothetica*, aut *disjuncta*, si utraque λ et μ est categorica, hypothetica, aut disjuncta enunciatio. Reliqua autem syllogismorum genera, quae *mixta* sunt, ita commode dividere possumus, ut ii dicantur atque habeantur *Hypothetici mixti*, quibus una praemissa est hypothetica; *Disjuncti* autem *mix-*

mixti, qui alterutram habent praemissam disjunctam, alteram autem categoricam.

I. *Syllogismus mere categoricus, ubi* λ *et* μ *sunt enunciationes categoricae.*

Ad hanc classem praecipue referendi sunt, quorum leges sunt *novemdecim illae enunciationes hypotheticae* (1), quae ex *Dicto de omni atque de nullo* consequuntur, veluti modus *Barbara:*

Lex Syllog.: *si omnia M sunt P, atque omnia S sunt M: omnia S sunt P.*

Praemissa major (λ): *omnia M sunt P.*

. . . minor (μ): *omnia S sunt M.*

Conclusio (ϕ): ergo *omnia S sunt P.*

II. *Syllogismus mere hypotheticus, ubi* λ *et* μ *sunt enunciationes hypotheticae.*

Hujus generis syllogismorum exemplum est:

Lex Syllog.: si verum est: *si* α *est,* β *est, atque si* β *est,* γ *est,* verum est: *si* α *est,* γ *est.*

Praemissa prior: *si* α *est,* β *est.*

. . posterior: *si* β *est,* γ *est.*

Conclusio: ergo *si* α *est,* γ *est.*

Lex hujus Syllogismi est *lex quinta*, quam ex-

(1) Quae sunt expositae §. 51. p. 237-244.

explicavimus p. 188. Syllogismorum hujus generis conclusio est *enunciatio hypothetica*. Ergo indicant, quomodo ex duplici nexu hypothetico, tertius colligatur. Si plures quam duas habent praemissas, fiunt Sorites hypothetici. (1)

III. *Syllogismus mere disjunctus, ubi λ et μ sunt enunciationes disjunctae.*

Hujus generis Syllogismorum, quod raro occurrit, exemplum est:

Lex Syllog.: si verum est: *si aut A, aut B est C, atque C est aut D, aut E*, etiam verum est, *aut A, aut B est aut D, aut E.*

Praemissa prior: *aut A, aut B est C.*

. . posterior: *C est aut D, aut E.*

Conclusio: ergo *aut A, aut B est aut D, aut E.*

Lex hujus Syllogismi est perspicua. Posterioris praemissae membra disjuncta id habent *subjectum*, quod in priore praemissa est *praedicatum* omnium membrorum disjunctorum.

IV. *Syllogismus hypotheticus mixtus, ubi una praemissa est hypothetica, altera autem aut categorica, aut disjuncta.*

Hujus Syllogismi usus latissime omnium patet,

(1) Confer. p. 189. seqq. atque p. 266. A.

tet, ejusque diversae sunt formae, veluti:

1. Lex Syllog.: si verum est: *si α est, β est, atque α est: β est.*

Praemissa prior: *si α est, β est.*

„ „ posterior: sed *α est.*

Conclusio: ergo *β est.*

2. Lex Syllog.: si verum est: *si α est, β est, atque β non est: α non est.*

Praemissa prior: *si α est, β est.*

„ „ posterior: sed *β non est.*

Conclusio: ergo *α non est.*

Lex horum Syllogismorum est *enunciatio Analytica*, quae prodit ex principio identitatis: *A est A.* Differunt autem inter se. Nam in primo Syllogismo, posito priore membro, *ponitur* posterius, sed in secundo, sublato posteriore membro, *tollitur* prius. Quare prior Syllogismus *modus ponens*, posterior *modus tollens* dicitur. Ex his Syllogismis, additis aliis praemissis, exsistit illud genus Soritum hypotheticorum, de quo dictum est pag. 266. Logici ad vitandam repetitionem enunciationis *α* et *β*, posteriorem praemissam atque conclusionem in modo ponente ita exprimere solent: *atqui verum est prius, ergo et posterius;* atque in modo tollente: *atqui falsum est posterius, ergo etiam prius.*

In

In his Syllogismis *α* et *β* possunt esse enunciationes *negantes*, quod si fit, conclusio fieri potest *negans* in modo ponente, atque *adfirmans* in modo tollente. Ita si enunciatio est: *si α non est*, *β est*, conclusio est adfirmans in utroque modo; sed enunciationis: *si α est*, *β non est*, conclusio in utroque modo est negans.

Alteruter terminus λ aut μ potest esse enunciatio *disjuncta;* unde Syllogismus:

3. Lex Syllog.: si verum est: *γ est*, *si aut α*, *aut β est*, atque *aut α*, *aut β est: γ est.*

Praemissa prior: *γ est*, *si aut α*, *aut β est.*

. . posterior: sed *aut α*, *aut β est.*

Conclusio: ergo *γ est.*

Si praemissis Syllogismorum mere Categoricorum additur conditio, oriuntur Syllogismi Hypothetici hujus formae:

4. Lex Syllog.: *si omnia M sunt P*, verumque est: *si α est*, *omnia S sunt M*, verum est: *si α est*, *omnia S sunt P.*

Praemissa prior: *si α est*, *omnia S sunt M.*

. . posterior: sed *omnia M sunt P.*

Conclusio: ergo *si α est*, *omnia S sunt P.*

atque similiter alii.

Iidem oriuntur, si conditio additur praemissis Syllogismorum disjunctorum, veluti:

5. Lex

5. Lex Syllog.: si verum est: *si* γ *est*, α *est*, atque *aut* α *est*, *aut* β *est*, verum est: *si* γ *est*, β *non est*.

Praemissa prior: *si* γ *est*, α *est*.

. . posterior: sed *aut* α *est*, *aut* β *est*.

Conclusio: ergo *si* γ *est*, β *non est*.

Ejusmodi Syllogismos suppeditant leges 7, 8, 13, 15. memoratae p. 252.

Alteruter terminus λ aut μ potest etiam esse *enunciatio hypothetico-disjuncta*, unde Syllogismus, quem ipsum dicunt *hypothetico-disjunctum*, veluti:

6. Lex Syllog.: si verum est: *si* α *est*, *aut* β, *aut* γ *est*, atque α *est*, verum est: *aut* β *est*, *aut* γ *est*.

Praemissa prior: *si* α *est*, *aut* β *est*, *aut* γ *est*.

. . posterior: sed α *est*.

Conclusio: ergo *aut* β *est*, *aut* γ *est*.

Haec lex est enunciatio 9 pag. 252. Ita etiam enunciationes 10, 11, 12. eodem loco indicatae, sunt leges diversorum Syllogismorum hujus generis.

V. *Syllogismus disjunctus mixtus, ubi una praemissa est disjuncta, altera categorica.*

Singulae enunciationes, enumeratae pag. 251, 252. N°. 1–6. atque pag. 254–257. N°. 16–23. prae-

praebent ejusmodi Syllogismos disjunctos mixtos, eorumque sunt leges, veluti:

1. Lex Syllog.: *si aut α est, aut β est, atque α est: β non est.*

Praemissa prior: *aut α est, aut β est.*

. . . . posterior: sed *α est.*

Conclusio: ergo *β non est.*

2. Lex Syllog.: *si aut α est, aut β est, atque α non est: β est.*

Praemissa prior: *aut α est, aut β est.*

. . . . posterior: sed *α non est.*

Conclusio: ergo *β est.*

Prior Syllogismus est *modus ponendo tollens*, posterior *modus tollendo ponens.*

§. 60. *De Praecisione horum Syllogismorum, qua fiunt formae: λ est atque μ est: ergo Φ est.*

Omissa lege Syllogismi, quod fere semper fit, redditur *praecisus*, atque formae est: *λ est atque μ est:* ergo *Φ est.* Huic igitur duae sunt praemissae *λ* et *μ*, veluti:

B est P, *C est P*, *D est P*, *atque* ...
sed *S est aut B*, *aut C*, *aut D*, *aut* ...
ergo *S est P.* (1)

Ita

(1) Cujus lex est enunciatio 20. p. 257.

Ita etiam *Dilemma* hujus formae:

si ∂ non est, aut α est aut β est;
sed *neque α, neque β est:*
ergo *∂ est.* (1)

Hoc dilemmate utitur *Balbus* (2), ad confirmandam providentiam divinam, hoc modo:

Si dii non administrant mundum (∂ non est) aut ignorant (α), quae res maximae sint, quoque hae modo tractandae et tuendae; aut vim non habent (β), qua tantas res sustineant et gerant.

At ignoratio rerum aliena natura deorum est (α non est), atque sustinendi muneris propter imbecillitatem difficultas, minime cadit in majestatem deorum (β non est).

Ergo dii administrant mundum.

In Apologia Socratis, qua facit eum Plato usum apud judices, est Syllogismus hypotheticus mixtus, hujus formae:

si α est, aut β est aut γ est.
si β est, ∂ est, atque si γ est, ∂ est.
ergo *si α est, ∂ est;* (3)

ubi α est, *mittor ad mortem*, β, *mors omnes om-*

(1) Cujus lex est enunciatio 10. p. 252.

(2) Cicero de *Natura Deorum* II. 30.

(3) Cujus lex est enunciatio 15. p. 262.

omnino sensus aufert, γ migror in aliquem quendam locum, δ bene mihi evenit. (1)

Polylemmate autem hujus formae:

> *P est, aut B, aut C, aut D, aut E, aut F;*
> sed *S neque est B, neque C, neque D, neque E, neque F;*
> ergo *S non est P.* (2)

usus est *Aristoteles* ad probandum, animorum in terris nullam esse originem. (3)

Cujus in terra est origo (*P*), *id aut aqua est* (*B*), *aut terra* (*C*), *aut aër* (*D*), *aut ignis* (*E*), *aut ex his concretum est* (*F*).

Sed animus (*S*), *neque est aqua, neque terra, neque aër, neque ignis, neque ex his concretum;*

ergo *animi in terra nulla est origo.*

Verum haec non est sola *praecisio* Syllogismorum, qua utimur. Nam si alterutra praemissa per se est perspicua, plerumque omittitur; ex qua omissione nascitur *Syllogismus dupliciter praecisus*, qui est omnium simplicissimus, quippe qui, similiter atque Syllogismus praecisus memoratus §. 58. (p. 304 seqq.), *unam*

(1) *Apolog.* Socratis p. 93. Ed. Bip. *Confer. Disput. Tusc.* I. 41.

(2) Cujus lex est 18. pag. 255.

(3) *Disput. Tusc.* I. 27.

unam solam habet praemissam, quae voce *quia*, *enim*, *nam* et similibus indicatur, aut simpliciter conclusioni adjungitur, veluti: *Sapientissimus etiam philosophus homo est, ergo errori est obnoxius; homo sum, nihil humanum a me alienum puto; hoc est quadrilaterum regulare, ergo est Quadratum;* qui Syllogismi sunt *modi Barbara* (1), in quibus *major* omissa est.

Ita etiam:

Hoc corpus est metallicum; aureum enim est.

Hoc corpus non est aureum, quoniam non est metallicum.

Prior Syllogismus est modus *Barbara*, posterior *Camestres.* Omissa est *major: omnia corpora aurea sunt metallica.* Uterque est Syllogismus *per subalternationem*, non tamen subjecti, sed praedicati. (2)

Saepe etiam praemissa minor omittitur, veluti:

Ut omnes homines, ita etiam doctissimus et sapientissimus errori est obnoxius.

Ut optimum quidque, ita etiam virtus rarissima est.

Cum omnibus figuris rectilineis regularibus tum Quadrato centrum est.

Haec

(1) Confer. p. 242.

(2) Confer. p. 235. II.

Haec omissio praemissae majoris in Syllogismo categorico, atque praemissae hypotheticae in Syllogismo hypothetico inprimis fit in Mathesi, quando earum satis cognita est veritas, veluti in hoc Syllogismo Mathematico:

$$a = b, \text{ ergo } a \pm c = b \pm c, \; ac = bc, \text{ atque}$$
$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}, \; a^c = b^c, \; c^a = c^b \text{ etc.}$$

ubi principia Arithmetica: *si aequalia adduntur aequalibus, summae sunt aequales; si aequalia subtrahuntur ab aequalibus, residua sunt aequalia* etc. omissa sunt. Ita etiam in Syllogismis praecisis

Hae duae lineae A et B parallelae sunt, quoniam anguli eorum alterni aequales sunt;

Hae duae chordae A et B aequales sunt, quoniam aeque distant a centro.

Hoc idem fit, si Syllogismi lex est *enunciatio causalis cognita et perspicua.* Cum ea lege tum plerumque alterutra praemissa omittitur. Ex praemissa, quae superest, atque ex conclusione perspicuum fit, quaenam sint enunciationes, quae intelligantur, non verbis sint expressae, veluti:

Gravitas aëris aucta est, nam Mercurius in Barometro adscendit.

Caninio consule scito neminem prandisse. Nihil tamen eo consule mali factum est. Fuit

enim

enim mirifica vigilantia, qui suo toto consulatu somnum non viderit. (1)

Spartani, longa audita oratione Samiorum legatorum, respondebant: *prima sumus obliti, postrema non intelleximus, quia prima non meminerimus.*

Dux Romanus, ad occupandum locum milites missos, cum per ingentem exercitum ituri essent, sic allocutus est: *Ire, commilitones, illo necesse est: redire non est necesse. Vides, quam simplex et imperiosa virtus sit.* (2)

Animadv. 1. Syllogismos dupliciter *praecisos* multi Logici recentiores appellant *Enthymemata* (ἐνθυμήματα), quoniam in iis quasi quidquam animo (ἐν θυμῷ) retinetur atque reticetur, quod etiam alii dicunt *saltum legitimum in concludendo.* Apud veteres autem vox *Enthymema* diversa habebat intellecta (3). Cicero (4) *Rhetores*, ait, *ea, quae ex contrariis conclusa sunt*, enthymemata *appellant: non quod non omnis sententia proprio nomine* enthymema *dicatur, sed, ut Homerus propter excellentiam, commune poëtarum nomen,* ef-

(1) Cicero ad Famil. VII. 30.

(2) Seneca Ep. I. 82. prope finem.

(3) Confer. Krug, Denklehre p. 286. qui plura loca veterum attulit.

(4) Topica C. 13. Idem Quintil. Instit. Rhet. VIII. 5.

efficit apud Graecos suum: sic, cum omnis sententia enthymema *dicatur, quia videtur ea, quae ex contrariis conficiatur, acutissima, sola proprie nomen commune possidet.* Attamen apud veteres etiam *enthymema* appellatur *Syllogismus praecisus*, aut cujus nonnullae partes, inprimis praemissa major, verbis non sunt expressae. Ita enim Quintilianus (1): *Enthymema*, ait, *ab aliis oratoribus Syllogismus, ab aliis pars dicitur Syllogismi: propterea, quod* Syllogismus *utique conclusionem et propositionem habet, et per omnes partes efficit, quod proposuit:* enthymema *tantum intenta intelligi contentum sit. Syllogismus talis: solum bonum virtus; nam id demum est, quo nemo male uti potest: virtute nemo male uti potest; bonum est ergo virtus. Enthymema ex consequentibus: bonum est virtus, qua nemo male uti potest* etc.

Animadv. 2. Kantius (2) eos Syllogismos, quorum lex est: *si* λ *est*, ϕ *est*, aut qui unam habent praemissam (λ) vult genere esse distinctos ab iis, quibus est lex: *si* λ *atque* μ *sunt*, ϕ *est*, aut qui duas habent praemissas. Quare priores appellat *consequentias immediatas*, aut etiam *consequentias intelligentiae*, posteriores autem *mediatas*, quas partim rationi tribuit (*ratiocinia* ea appellat), partim ei judicandi facultati, quam *determinantem* di-

(1) Instit. Rhet. V. 14. ab initio.

(2) Logica p. 178.

dicit, quae progrediatur a particulari ad id, quod universum est, atque concludat juxta principium *Analogiae* atque *Inductionis* (1). *Intelligentiae* autem *consequentias* fieri putat *sine judicio intermedio*, cui sententiae alii Logici, iique magnae auctoritatis (2), contradixerunt, affirmantes, *nullam esse enunciationem, quae ex alia sine judicio intermedio concludi possit*, eosque Syllogismos, quibus sit una praemissa, esse praecisos, ita ut intellecta sit propositio generalis. Quod recte statuisse videntur, si *hoc judicium intermedium* est ipsa lex *Syllogismi*. Sed si hoc judicium aut hanc propositionem generalem praemissis adnumerant, Syllogismi *mediati*, quorum lex est: *si* λ *atque* μ *sunt*, φ *est*; ex tribus constant praemissis, atque si propter legem omissam *Syllogismi immediati* sunt appellandi *praecisi*, *Syllogismi mediati* eodem nomine appellandi sunt. Quare, ut mea fert sententia, haec duo genera Syllogismorum genere inter se differunt. Attamen non video, quo jure Kantius priores *rationi atque facultati judicandi*, posteriores *intelligentiae* tribuerit.

Animadv. 2. Cicero (3) enumerat septem concludendi modos Dialecticorum, *ex quibus*, ait, *con-*

(1) Confer. p. 259-264.

(2) Ut v. c. Krug Denklehre p. 291-294. atque G. E. Schulz Logica p. 155-157.

(3) Topica C. 13.

conclusiones innumerabiles nascuntur, in quo est fere tota Dialectica. Hi autem modi sunt:

1. *Si α est, β est;* sed *α est,* ergo *β est.*
2. *Si β non est, α non est;* sed *α est,* ergo *β est.*
3. *Non et α est et β non est;* sed *α est,* ergo *β est.*

Hunc tertium modum adnumerat *enthymematibus,* atque ita describit: *Cum aliqua conjuncta negaris, et his alia negatio rursus adjungitur, et ex his primum sumseris, ut, quod relinquitur, tollendum sit. Ex hoc illa rhetorum sunt ex contrariis conclusa, quae ipsi* enthymemata *appellant,* etc.

4. *Aut α est, aut β est;* sed *α est,* ergo *β non est.*
5. *Aut α est, aut β est;* sed *α non est,* ergo *β est.*
6. *Non et α est et β est;* sed *α est,* ergo *β non est.*
7. *Non et α est et β est;* sed *α non est,* ergo *β est.*

§. 61. *De Syllogismis simplicibus, quibus sunt plures quam duae praemissae.*

Sunt Syllogismi, qui plures quam duas habent praemissas, quorumque lex est: *si λ, μ, ν . . . sunt, φ est.* Huc pertinent illi, quorum leges indicantur enunciationibus 5. 7. 8. 10–13. p. 252. deinde 16. 18–23. p. 254–257. In Mathesi non pauci sunt, ubi pluribus quam duabus conditionibus satisfaciendum est, ut pro vero id haberi possit, quod conclusione statuitur.

tur. Ita si proponuntur duo triangula ABC et A′B′C′, ubi A, B, C, A′, B′, C′ sunt anguli, atque a, b, c, a′, b′, c′ latera opposita his angulis, Syllogismus praecisus est:

1. $A = A'$
2. $b = b'$
3. $c = c'$ ergo Δ $ABC = \Delta$ $A'B'C'$.

Ita etiam enunciatio causalis potest indicare plures causas, quae ad aliquid efficiendum requiruntur.

Verum hi Syllogismi adnumerari possunt iis, quibus sunt duae praemissae, ponendo, praemissam posteriorem in se continere enunciationes μ, ν, ξ. ...

§. 62. *De Syllogismis compositis in genere.*

Quae expositae sunt Syllogismorum leges, apodictice verae sunt, adeo ut falsae esse nequeant. Praemissae autem ponuntur illae quidem verae, sed falsae esse possunt. Conclusio etiam falsa esse potest, si alterutra vel utraque praemissa aut falsa, aut dubia est. Si autem utraque vera est, conclusio non potest non esse vera.

Ita a *Panaetio* (1) proponitur: *quidquid natum est interit, animus natus est, ergo animus interit.* Hic Syllogismus verus est ad formam; vera enim lex est: *si quidquid natum est interit, atque animus natus est, animus interit.* Ex quo tamen non sequitur *conclusionis veritas.* Restat enim, ut demonstretur, utramque praemissam veram esse, quod profecto in dubitationem cadit. Nam, quanquam Cicero putat, *neminem negare*, quidquid natum sit interire, non tamen firmior, imo minus firma videtur ratio prioris, quam posterioris praemissae. Quare ut conclusio vera sit, veritas praemissarum aut per se debet esse perspicua, aut per alios Syllogismos confirmanda est; unde oriuntur *Syllogismi compositi*, seu *Polysyllogismi.* Nam si S est Syllogismus, in quo ex α et β colligitur ϕ; s, ubi ex γ et δ colligitur α, atque s', ubi ex ε et ζ colligitur β: S, s et s′ conjuncti efficiunt ϕ, constituuntque partes *Polysyllogismi*, quae inter se cohaerent, ut principium et conquentia. In his s et s′ sunt principia, aut *Prosyllogismi*, quorum consequentia sive *Episyllogismus*

(1) Cicero Disp. Tusc. I. 52.

mus est S. Duplici autem modo in demonstranda enunciatione ϕ progredi possumus, aut *incipiendo a Prosyllogismo s vel s'*, *atque progrediendo ad Episyllogismum S*, aut contra *incipiendo ab Episyllogismo atque progrediendo ad Prosyllogismum*. Prius fit, quotiescunque indicatur, quid ex enunciationibus sequatur, ut in Soritibus atque fere omnibus demonstrationibus Mathematicis. Posterius fit, quando post conclusionem demonstratur veritas praemissarum, ut v. c. fit in disputationibus, si non negatur conclusio Episyllogismi, sed quaeritur: *proba majorem*, aut *proba minorem*.

Ex hisce patet tum demum esse *Polysyllogismum*, quando ejus partes nexu principii et consequentiae conjunctae sunt.

Animadv. Cicero in libro de Inventione (1), fuse agit de *tripartita* et *quinquepartita* argumentatione vel Syllogismo. Alii enim cujuslibet Syllogismi *quinque* esse *partes separatas* putabant: *propositionem* (praemissam majorem) *approbationem propositionis*, *assumtionem* (praemissam minorem) *approbationem assumtionis*, atque *complexionem* (conclusionem). Alii autem *tripartitum* esse volebant, sta-

(1) I. 34.

statuentes, neque a propositione, neque ab assumtione approbationes earum separari oportere, neque propositionem absolutam, neque assumtionem perfectam esse, quae approbatione confirmata non esset.

§. 63. *De forma Grammatica Syllogismorum praecisorum.*

Antequam de diversis Polysyllogismi generibus agamus, aliquid dicendum videtur de modis, quibus in sermone Syllogismi eorumque partes indicari solent, qui admodum sunt diversi. Praecipui autem modi, quibus Latini uti solent, hi fere sunt.

1. *Conclusionem sequitur praemissa, atque cum ipsa conjungitur vocibus: nam, enim, quippe, qui* et similibus. Ita ad indicandum enunciationes, *aliquid est honestum*, atque *aliquid est decorum*, esse *aequipollentes*, Cicero ita concludit (1). *Decorum ab honesto non potest separari. Nam et quod decet, honestum est, et quod honestum est, decet.* Forma regularis Logica Syllogismi foret.

Si et quod decet, honestum est, et quod honest-

(1) De Offic. I. 27.

nestum est, decet: honestum et decorum sunt notiones reciprocae, neque altera ab altera separari potest,

atqui *prius est;*

ergo *et posterius.*

Saepe pluribus exponitur praemissa, veluti(1): *Adulator non facillime cognoscitur* (β), *quippe qui etiam adversando saepe assentetur, et litigare se simulans blandiatur, atque ad extremum det manus vincique se patiatur, ut is, qui illusus sit, plus vidisse videatur* (α); qui Syllogismus est formae: *si α est, β est;* sed *α est,* ergo *β est.*

Qui memoriam suis operibus extendunt, his nulla mors non repentina est, ut quae semper inchoatum aliquid abrumpat (2); cujus forma Logica est:

Si mors semper inchoatum aliquid abrumpit iis, qui memoriam suis operibus extendunt, his omnis mors est repentina,

atqui *verum est prius;*

ergo *etiam posterius.*

2. Praemissa etiam conjungi solet cum conclusione per voces, *quoniam, quia, cum* et similes.

Con-

(1) Cicero de Amicitia. 26.

(2) Plin. Epist. V. 5.

Conclusio tum aut anteit praemissam, aut eam sequitur, veluti: *Si caderet in sapientem aegritudo, caderet etiam iracundia: qua quoniam vacat, aegritudine etiam vacabit* (1). Forma Logica est.

Si cadit in sapientem aegritudo, in eum cadit etiam iracundia:

atqui *falsum est posterius*, ergo etiam *prius*.

Quoniam vivitur non cum perfectis hominibus pleneque sapientibus, sed cum iis, in quibus praeclare agitur, si sunt simulacra virtutis; nemo omnino est negligendus, in quo aliqua significatio virtutis apparet (2). In hoc Syllogismo praemissa prior omissa est, quae tamen, qualis sit, facile ex praemissa, quae superest, atque ex conclusione intelligitur.

Ita etiam: *multa, non quia difficilia sunt, non audemus, sed quia non audemus, ideo difficilia sunt.* (3)

3. *Praemissae antecedunt, atque conclusio sequitur, designata vocibus, ergo, quamobrem, quocirca, ex quo sequitur, efficitur*, et similibus, veluti in his Polysyllogismis:

Ea

(1) Cicero Disput. Tusc. III. 9.
(2) Cicero de Officiis I. 15.
(3) Seneca Epist. 104.

Ea animi elatio, quae cernitur in periculis et laboribus, si justitia vacat, in vitio est. Quocirca nemo, qui fortitudinis gloriam consecutus est insidiis et malitia, laudem est adeptus. (1)

Si quis est paullo ad voluptates propensior, modo ne sit ex pecudum genere (sunt enim quidam homines non re, sed nomine,) sed si quis est paullo erectior, quamvis voluptate capiatur, occultat et dissimulat appetitum voluptatis propter verecundiam. Ex quo intelligitur, corporis voluptatem non satis esse dignam hominis praestantia, eamque contemni et rejici oportere, caet. (2)

4. Sunt alii modi, quibus Syllogismi indicari solent, veluti: *Quam multa passus est Ulysses, in illo. ... At Ajax, quo animo traditur, millies oppetere mortem, quam illa perpeti maluisset* (3); ubi voces, *quo animo traditur*, praemissam indicant.

Odiosum sane genus hominum officia exprobrantium: quae (quoniam ea) meminisse debet is, in quem collata sunt, non commemorare, qui contulit. (4)

Jus-

(1) Cicero de Offic. I. 19.
(2) Ibidem I. 30.
(3) Ibidem I. 31.
(4) Cicero de Amic. 20.

Justitia ipsa propter se excolenda et retinenda est, nam aliter justitia non esset. Jus semper quaesitum est aequabile. Neque enim aliter esset jus (1). Uterque hic Syllogismus est formae:

Si A non est B, A non est A.
Sed *A est A*, ergo *A est B*.

Saepe etiam ipsa conclusio, si ex iis, quae dicta sunt, evidenter consequitur, omitti, aut interrogatione aliqua exprimi solet, ut: *si in eos, quos speramus nobis profuturos, non dubitamus officia conferre: quales in eos esse debemus, qui jam profuerunt* (2)? *Quid auctoritatis habet furor iste, quem divinum vocant, ut, quae sapiens non videat, ea videat insanus, et is, qui humanos sensus amiserit, divinos assecutus sit* (3)?

Reprehensio (4) ipsa est demonstratio, id esse

(1) Cicero de Offic. II. 12.

(2) De Officiis I. 15.

(3) De Divinat. II. 54.

(4) De diversis modis Reprehensionis agit Cicero de Inventione I. 42—51. Quatuor ejus ponit genera: si aut ex iis, quae sumta sunt, non conceditur aliquod unum plurave: aut his concessis, complexio confici ex his negatur; aut si genus ipsum argumentationis vitiosum ostenditur; aut si contra firmam argumentationem, alia aeque firma, aut firmior ponitur.

se falsum quod affirmatur. Dupliciter autem aliorum sententiam refellere possumus, aut ostendentes, quid verum sit, idque illorum sententiae repugnare, aut, id quod verum sit non definientes, solummodo indicantes, eam non posse esse veram; quod posterius inprimis fit allato exemplo, ex quo pateat praemissae aut conclusionis falsitas. Etenim si verae sunt *O* aut *I*, falsae esse debent *A* aut *E*. Veluti in Disput. Tuscul. (1) Auditor (sive adolescens): *dolorem*, ait, *existimo maximum malorum omnium*; ad quae Cicero: *Etiamne magis, quam dedecus?* Aud. *Non audeo id dicere quidem, et me pudet tam cito de sententia esse dejectum.* Cic. *Magis esset pudendum, si in sententia permaneres. Quid enim minus est dignum, quam tibi pejus quidquam videri dedecore, flagitio, turpitudine? quae ut effugias, quis est non modo recusandus, sed non ultro appetendus, subeundus, excipiendus dolor?* Aud. *Ita prorsus existimo, quare ne sit sane summum malum dolor: malum certe est* etc.

Seneca, de Zenonis Syllogismo, parum apto ad timorem mortis depellendum: *Quod malum*

(1) II. 8.

lum est, gloriosum non est: mors gloriosa est: mors ergo non malum; haec refert: *adversus mortem tu tam minuta jacularis? Subula leonem excipis? Acuta sunt ista, quae dicis. Nihil est acutius arista. Quaedam inutilia et inefficacia, ipsa subtilitas reddit.* (1)

Multi omnino sunt modi, quibus praemissae et conclusiones exprimantur et conjungantur, qui legendis scriptoribus, a quibus disciplinae accurate sunt tractatae, cognoscuntur. Quin etiam hac in ipsa varietate, quae quidem judicio fiat, inprimis consistit sermonis jucunditas atque elegantia, atque ex ea certa quaedam elucet imaginationis et intelligentiae libertas. Qualis enim foret sermo hac varietate destitutus! Sane non liquidus, non fusus atque profluens, sed exilis, aridus, concisus ac minutus (2). Etenim quid magis absonum, quid magis molestum et ei, qui docet, et ei, qui discit, cogitari potest, quam in tractandis literis et artibus eandem diligenter servare Logicam formam; quae perversa diligentia liberis imaginationis, in inventione rerum et imaginum, actionibus multum noceat, mentemque vinculis nequaquam necessariis constringat necesse est.

Ve-

(1) Seneca, Epist. 82. ad finem.

(2) Cic. de Oratore II. 38.

Vere Cicero (1): *Variare orationem*, ait, *magnopere oportebit: nam omnibus in rebus similitudo est satietatis mater. Id fieri potest si non similiter semper ingrediamur in argumentationem. In ipsa argumentatione non semper a propositione incipere, nec semper quinque partibus abuti, neque eadem ratione partitiones expolire: sed tum ab assumtione incipere licet, tum ab approbatione alterutra, tum utraque, tum illo genere complexionis uti* etc. Quare etiam dat praecepta ad illud vitium vitandum, ne, quod perspicuum sit, id in complexionem inferamus. (2)

At vero, quod neque absonum est, neque liberae mentis actioni nocet, neque eam a gravioribus ad leviora deducit, imo vero, quod in vero investigando atque vitando errore rem causamque continet, atque non raro etiam lucem in tenebris accendit, ipsique inventioni apprime inservit: assuescendum nobis est cogitata nostra conjungere cum illo vinculo, quod ratio postulat, ita ut nobis ipsis conveniamus, nostraeque disputationes et commentationes logicis rationibus consentiant, atque ut eas ad has rationes

(1) De Inventione I. 41.

(2) Ibidem I. 40.

nes atque ad ea, quae experientia atque diligens investigatio vera esse docuerunt, comparemus et aurificis statera examinemus. Ut enim in actiones, omnemque vitam, ita in ea, quae vera esse statuimus, nullam discrepantiam conferre debemus.

Animadv. Aliter de Logicis praeceptis judicare videtur Antonius, quem in eam partem disputantem facit Cicero (1), *ut in Dialectica arte nullum sit praeceptum, quomodo verum reperiatur, sed tantum sit, quomodo judicetur, adeo ut oratorem nihil adjuvet, quoniam, quemadmodum inveniat quid dicat, non docet, atque etiam impedit* etc. Sed Antonius agit de Dialectica Stoicorum, quae sane multis partibus futilis atque inanis erat (2), a qua multum differt illa, quam Socrates in Platonicis *dialogis* secutus est, quae veritatis fundamenta, legesque, juxta quas judicat et concludit intelligentia humana, diligenter inquirit. Haec profecto veritatis egregia est administra, atque ad animi ipsius cognitionem referenda. Aliud etiam est

(1) De Oratore II. 38.

(2) Quam futilia essent, in quibus nonnunquam versabatur Dialectica Stoicorum, id declaratur maxime illa quaestione apud eos jactata: an justitia, fortitudo, prudentia, ceteraeque virtutes animalia sint (Confer. Seneca Epist. 113.). Quid de tali ratione philosophandi existimandum est, quae attributa in substantias mutat!

est delectare, atque vehementer movere, aliud docere; aliud orationem multitudinis auribus accommodare, (1) eaque probare, quae quasi quadam populari trutina examinantur, aliud, summa cura et diligentia investigare, quid verum sit, atque ex veritate, non ex opinione res aestimare.

§. 64. *De Epicheremate.*

Polysyllogismus aut talis est, ut Syllogismi simplicis praemissis adjuncta sit approbatio, aut ut conclusio sequatur ex serie quadam Syllogistica Prosyllogismorum et Episyllogismorum.

Polysyllogismus prioris generis dicitur *Epicherema* (ἐπιχείρημα) (2); posterioris autem *Sorites*. Quare *Epicherema* est *Episyllogismus; cui annexus est Prosyllogismus*; veluti in hac enunciatione (3). *Homo, quod rationis est particeps, per quam consequentia cernit, causas rerum videt earumque progressus, et quasi antecessiones*

(1) Βούλει δύο εἴδη θῶμεν πειθοῦς, τὸ μεν, πίςιν παρεχόμενον ἄνευ τοῦ εἰδέναι, τὸ δ' ἐπιςήμην etc. Plat. Gorgias. p. 20. Edit. Bip.

(2) Haec etiam vox apud veteres diversa habebat intellecta. Confer. Krug, *Denklehre* p. 308. sqq. Quintil. (*Inst. Rh.* V. 14. ab initio): *Epicherema*, ait, *nulla differt a Syllogismis, nisi quod illi et plures habent species, et vera colligunt veris; Epicherematis frequentior circa credibilia est usus.*

(3) Cic. de Offic. I. 4.

nes non ignorat, similitudines comparat, et rebus praesentibus adjungit atque annectit futuras, facile totius vitae cursum videt, ad eamque degendam praeparat res necessarias.

Episyllogismus simplex est:

Quicunque rationis est particeps, facile totius vitae cursum videt ... necessarias;

Sed *homo rationis est particeps:*

Ergo *homo facile totius vitae ... necessarias.*

Major praemissa probatur enunciatione: *Nam per eam (rationem) homo consequentia cernit, causas ... futuras.* Quare Prosyllogismus est hujus formae:

Quicunque rationis est particeps, per eam cernit consequentia, causas ... futuras;

Quicunque cernit consequentia ..., futuras: facile totius ... necessarias;

Ergo, *quicunque rationis est particeps, facile totius ... necessarias.*

Epicheremate etiam potest refutari Syllogismus, si id affert rationem, cur praemissa aut conclusio falsa sit.

Proponatur Syllogismus: (1)

Quicunque sperare potest diu se victurum, meliore est conditione, quam is, qui id sperare non potest.

Ado-

(1) Cicero de Senectute 19.

Adolescens sperare potest, diu se victurum, senex idem sperare non potest.

Ergo *adolescens meliore est conditione, quam senex.*

Hunc ita refutat Cicero. Praemissae minori: *adolescens sperare potest* ... adjungit: *insipienter sperat*, idque probat dicto: *Quid est stultius, quam incerta pro certis habere, vera pro falsis.* Utitur igitur hoc Syllogismo:

Quicunque, spe inductus, incerta pro certis habet, vera pro falsis, is insipienter sperat.

Adolescens, spe inductus, incerta ...

Ergo *insipienter sperat.*

Major autem praemissa his refutatur dictis:

At senex est eo meliore conditione, quam adolescens, cum id, quod hic sperat, ipse jam consecutus sit;

quae in Syllogismi formam redacta, sunt:

Quicunque jam est consecutus id, quod speravit, meliore est conditione, quam is, qui nondum assecutus idem sperat.

Sed *senex jam est consecutus id quod speravit, adolescens nondum assecutus idem sperat;*

Ergo *senex est meliore conditione quam adolescens.*

Ex quo igitur prodit sententia conclusioni prioris Syllogismi prorsus repugnans. Praeterea

os-

ostenditur, *hoc ipsum diu vivere esse inane* etc.

Ita in Syllogismo (1), quo *Panaetius* utitur ad probandam mortalitatem animi, posteriori praemissae, quae *nasci animos* affirmat, duae approbationes adjunguntur, quarum prior ducitur ex similitudine eorum, quae procreantur, altera ex eo, quod animus dolet; quod utrumque refutat Cicero.

§. 65. *De Soritibus.*

Jam dictum est de Soritum natura, divisione et legibus (2). Quare hoc loco solum eorum usus exemplis illustretur. Maximi autem momenti est argumentationem, quam ponderare volumus, quomodocunque instituta atque enunciata sit, ad simplicissimam formam Logicam reducere, quo melius perspicere possimus, an singulae praemissae atque lex ipsa Syllogismi verae sint. Quare ut Logicae Studiosis ejus rei specimina daremus, conati sumus ad Logicam formam Soritum reducere nonnullas argumentationes, ex Ciceronis Dis-

(1) Disput. Tusc. I. 32, 33. Confer. p. 322.

(2) §. 53. p. 266—276. De significatione vocis *Sorites* apud veteres, Confer. p. 60.

Disputationibus philosophicis plurimum desumtas.

A. *Sorites mere hypothetici* ex solis enunciationibus hypotheticis constant. Quare per eos solummodo enunciationum vinculum declaratur, veluti:

si α est, β est,
si β est, γ est,
si γ est, δ est,
si δ est, ε est,
ergo *si α est, β, γ, δ, ε sunt,*
si ε non est, α, β, γ, δ non sunt. (1)

B. Si his Soritibus additur modus ponens aut tollens, conclusio fit *categorica:*

si α est, β est,
si β est, γ est,
si γ est, δ est,
si δ est, ε est,

sed *α est,*	sed *ε non est,*
ergo *β, γ, δ, ε sunt*	ergo *α, β, γ, δ non sunt.*

Possunt etiam eo ordine proponi, ut modus ponens aut tollens praecedat, veluti:

α est.

(1) Confer. p. 188—197. ubi hi Sorites illustrantur exemplis. Explicatum est p. 215. quanam ex re cognosci possit, membra enunciationum α, β, γ, ... esse aequipollentia, atque igitur praemissas ipsas *reciprocabiles*.

α est.	ε non est.
si α est, β est,	si δ est, ε est,
ergo β est.	ergo δ non est.
si β est, γ est,	si γ est, δ est,
ergo γ est.	ergo γ non est.
si γ est, δ est,	si β est, γ est,
ergo δ est.	ergo β non est.
si δ est, ε est,	si α est, β est,
ergo ε est.	ergo α non est.

Hanc formam Sorites mixti hypothetici plerumque habent in demonstrationibus Mathematicis. Sed si enunciationes hypotheticae aut sunt axiomata, aut theoremata demonstrata, omitti solent, atque, quae Methodus inprimis commendanda est, in libris de hac arte scriptis, ad conclusiones adjicitur numerus paginam aut paragraphum indicans, ubi enunciatio hypothetica, quae omissa est, aut explicata aut demonstrata fuit, ita ut nihil incertum aut dubium restet (1). Si hi numeri indicantur literis p, q, r, ... atque enunciationes hypotheticae ipsae omittuntur, oritur simplicissima haec forma Soritum contractorum:

α est.

(1) Confer. p. 191.

α est.	ε non est.
ergo β est. (p)	ergo δ non est. (s)
ergo γ est. (q)	ergo γ non est. (r)
ergo δ est. (r)	ergo β non est. (q)
ergo ε est. (s)	ergo α non est. (p)

Si ad hanc formam reducimus demonstrationes theorematum atque solutionem problematum pag. 191–197. expositam, hujusmodi fiunt:

I. $ax+b=c$ (α est).
ergo $ax=c-b$ (β est).
ergo $x=\frac{c-b}{a}$ (γ est).

II. $ax+b=c+dx$ (α est).
ergo $ax-dx=c-b$ (β est).
ergo $x=\frac{c-b}{a-d}$ (γ est).

III. $ax^2+bx=c$ (α est).
ergo $x^2+\frac{b}{a}x=\frac{c}{a}$ (β est).
.. $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ (γ est).
.. $x+\frac{b}{2a}=\pm\left(\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (δ est).
.. $x=-\frac{b}{2a}\pm\left(\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (ε est).

IV.

IV. $ax + by = c$ atque $dx + ey = f$ (α et β sunt).

ergo $x = \frac{c - by}{a}$, et $x = \frac{f - ey}{d}$ (γ et δ sunt),

$\therefore \frac{c - by}{a} = \frac{f - ey}{d}$ (ϵ est).

$\therefore dc - dby = af - aey$ (ζ est).

$\therefore y = \frac{af - dc}{ae - db}$ (η est).

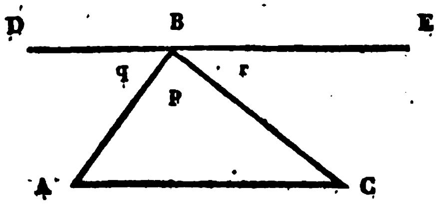
$\therefore x = \frac{c - b\left(\frac{af - dc}{ae - db}\right)}{a}$ (quia etiam γ est)(θ est).

$\therefore x = \frac{ce - bf}{ae - db}$ (ι est).

V. AB et CD, atque AC et BD sunt parallelae (α et β sunt),
ergo $o = n$ atque $p = m$ (γ et δ sunt).
ergo $AB = CD$ atque $AC = BD$ (ϵ et ζ sunt).

Accidit non raro, ut prima enunciatio Categorica *α est* ponatur ad libitum, idque solum requiratur, ut poni possit, neque veritati conclusionis noceat. Hac in re consistit illa, quae dicitur *constructio Geometrica figurae*, si, in auxilium demonstrationis, lineae rectae, quae angulum datum dividunt, aliive lineae parallelae sunt, aut perpendicula et figurae (v. c. circuli), etc. ducuntur.

Ita-



Itaque si demonstrandum est, trianguli rectilinei ABC summam angulorum esse duos angulos rectos, argumentatio haec esse potest:

DE est parallela ipsi AC (*α est*), nam ita ducatur,
ergo *r* = *C atque q* = *A* (*β et γ sunt*).
ergo p + A + C = p + q + r = 2L (*δ* est).

Simile quid fieri potest in Arithmeticis argumentationibus, aut solutionibus. Ita pag. 195. V. posuimus:

Log. (1 + x) = A + Bx + Cx² ... (*α* est), quoniam Logarithmus numeri 1 + x, qui est functio numeri x, repraesentari potest per seriem juxta potestates ipsius x progredientem.

In Sorite *α*, *β*, *γ* ... possunt esse enunciationes negantes, veluti:

si α non est, β est;
si β est, γ est;
si γ est, δ est;
δ non est;
ergo *α est.*

Cu-

Cujus formae est Syllogismus, quo Balbus utitur ad demonstrandam dei providentiam: (1)

Si deus non administrat mundum, aliud quid mundum administrat.

Si aliud quid mundum administrat, id est melius et majore vi praeditum, quam deus.

Si id est, erit aliquid praestantius deo.

Sed nihil est praestantius deo.

Ergo *deus administrat mundum.*

Potest etiam, in hac serie praemissarum, nova accedere conditio, veluti:

α est,	aut: *A est B,*
si α est, β est,	*si A est B, etiam est C,*
si β est, γ est,	*si A est C, etiam est D,*
si γ est, δ est,	*si A est D, etiam est E,*
si δ est atque ε est, ζ est,	*si A est E atque F, G est (H,*
sed *ε est,*	sed *A est F,*
ergo *ζ est,*	ergo *G est H.*

Ad hanc formam referre possumus argumentationem, qua utitur Cicero (2), in qua *A* indicat homines, qui ingenio excellunt:

Qui ingenio excellunt, sunt optima natura (A est B).

(1) De Nat. Deor. II. 30.

(2) Tusc. Disput. I. 15.

Si sunt optima natura, cernunt naturae vim maxime (A est C).

Si cernunt naturae vim maxime, vere de animo judicant (A est D).

Si vere judicant de animo, vere judicant de animorum immortalitate (A est E).

Si vere judicant de animorum immortalitate (A est E), *atque affirmant, animum esse immortalem* (A est F): *Animus est immortalis* (G est H).

Sed *affirmant, animum esse immortalem.*

Ergo *animus est immortalis.*

In Arithmeticis demonstrationibus et solutionibus, ut vidimus, aequatio Arithmetica (α), quae proponitur, est aut conditio primae praemissae hypotheticae (*si α est, β est*), aut prima praemissa categorica ipsa. Si aequatio rationem declarat inter incognitum numerum atque cognitos, conclusio Soritis *incognitum definit numerum.* Si plures sunt numeri incogniti, quam sunt aequationes, conclusio *definit relationem*, quae est inter incognitos ipsos atque etiam inter eorum mutationes.

Ut autem Soritis hypothetici modus tollens indicat, conditionem (α), a qua Sorites incipit, falsam esse, ita etiam in Soritibus Geometricis et Arithmeticis, si, admissa aliqua conditione

(α),

(α), pervenitur ad enunciationem, quae nuit esse nequit, aut repugnat principiis, aut propositionibus demonstratis, colligitur, hanc conditionem ipsam esse falsam. Ita si proponitur aequatio:

$x^2 + 4x + 5 = 0$ (α est).

ergo $x^2 + 4x = -5$ (β est).

.. $x^2 + 4x + 4 = -1$ (γ est).

.. $(x + 2)^2 = -1$ (δ est).

.. $x + 2 = \pm\sqrt{-1}$ (ε est). Sed ε esse nequit, ergo α etiam admitti nequit, id est: nullus est numerus, qui ita possit esse compositus ex 4 et 5, ut aequatio (α) indicat.

C. Soritis Categorici recti hujusmodi exempla sunt. (1)

I. *Mortuus non est.* (2)

Quodcunque non est, nihil est;
quodcunque nihil est, non miserum est;
ergo *mortuus non est miser.*

Prima praemissa est universaliter affirmans, quanquam praedicatum est negans. Significat enim: *omnes mortui sunt tales, quibus exsistentia*

(1) Confer. p. 267–272.
(2) Cic. Disput. Tusc. I. 7.

tia non est tribuenda. Eam esse affirmantem ex secunda praemissa cognoscitur: *quodcunque tale est, ut ipsi exsistentia non sit tribuenda, id nihil est,* quae igitur etiam est universaliter affirmans. Tertia est universaliter negans, quare etiam conclusio negans est.

II. *Animus dolet.* (1)

Quodcunque dolet in morbum cadit.
Quod in morbum cadit, interiturum est.
Ergo *animus interiturus est.*

III. *Deus est praestantissimae naturae.* (2)

Qui est praestantissimae naturae, idem est pulcherrimae naturae.
Qui est pulcherrimae naturae, habet figuram hominis.
Ergo *deus habet figuram hominis.*

IV. *Deus est beatus.* (3)

Qui beatus est, virtute est praeditus.
Qui virtute est praeditus, ratione fruitur.
Qui ratione fruitur, habet figuram hominis.
Ergo *deus habet figuram hominis.*

De

(1) Disp. Tusc. I. 32.
(2) De Natura Deor. I. 18.
(3) De Natur. Deor. I. 18 et 32.

De quarta praemissa hujus Soritis, atque de secunda et tertia praemissa antecedentis merito Cicero: *praecipitare istuc quidem est*, ait, *non descendere.*

V. *Mortuus non est.* (1)

Qui non est, nulla re caret.

Qui nulla re caret, non caret vitae commodis.

Qui vitae commodis non caret, non est miser.

Ergo *mortuus non est miser.*

Tres priores praemissae sunt universaliter affirmantes, quod patet ex iis, quae ipsas consequuntur.

VI. *Animus est ejusmodi natura, cui nihil est duplex.* (2)

Cui naturae nihil est duplex, ea dividi nequit.

Quod dividi nequit, interire nequit.

Quod interire nequit, aeternum est.

Ergo *animus est aeternus.*

Omnes hae praemissae sunt universaliter affirmantes.

(1) Tusc. Disp. I. 56.

(2) Tusc. Disp. I. 29.

VII.

VII. *Omnis sapiens est fortis.* (1)

Qui fortis est, est magni animi.

Qui magni animi est, est invictus.

Qui invictus est, res humanas despicit.

Qui res humanas despicit, liber est ab aegritudine.

Ergo *omnis sapiens liber est ab aegritudine.*

In hunc Soritem cadit, quod Cicero in Stoicorum disputationibus de dolore reprehendit (2). „ *Haec est copia verborum, quod* „ *omnes uno verbo fortitudinem appellant, id* „ *tot modis posse dicere.*"

VIII. *Animus se ipsum movet.* (3)

Quod se ipsum movet, caeteris, quae moventur, principium est movendi.

Quod caeteris, quae moventur, principium est movendi, nullam habet originem.

Quod nullam habet originem, ex nulla re nascitur.

Quod ex nulla re nascitur, non potest occidere.

Quod non potest occidere, aeternum est.

Ergo *animus aeternus est.*

Prae-

(1) Tusc. III. 7.

(2) Tusc. Disp. II. 13.

(3) Tusc. Disp. I. 23.

Praemissae omnes sunt universaliter affirmantes. Omnis autem Sorites verus est *Polysyllogismus*, qui plus demonstrat, quam quod ultima conclusione statuitur. Quare conclusiones intermediae omissae in conclusione Soritis repeti possunt. Velut postremi Soritis conclusio haec est: *Animus est principium movendi caeteris, quae moventur, nullam habet originem, ex nulla re nascitur, non potest occidere atque igitur aeternus est.* (1)

Soritis inversi Categorici hujusmodi exemplum est.

C D
Quod semper movetur, aeternum est.
B C
Quod se ipsum movet, semper movetur.
A B
Animus se ipsum movet.
A D
Ergo *animus est aeternus.*

Cum autem in his Soritibus solummodo praemissarum ordo conversus sit, non necesse est, plura exempla addantur.

(1) Confer. p. 190.

So-

Sorites Categoricus, qui versatur in aequalitate et inaequalitate Quantorum definienda.

Simplicissima ejus forma est:

A = B
B = C
C = D
D = E
ergo A = E

Plerumque hoc modo designatur: A = B = C = D = E; ita ut simul omnes intermedias conclusiones designet.

D. Alii Syllogismi compositi, qui diversis modis constant ex cujusque generis enunciationibus. Veluti:

I. *Aut α est, aut β est.*
Si α est, δ est.
δ non est.
ergo *β est.*

Hujus formae est Syllogismus, quem proponit Cicero. (1)

Aut relinquamus Carthaginienses incolumes oportet, aut eorum urbem diruamus.

Sed si Carthaginienses incolumes reliquerimus, metuamus illos oportet.

Ac

(1) De Inventione I. 39.

Ac metuere quidem non oportet.
Ergo *urbem eorum diruamus oportet.*

II. *Chrysippi* argumentatio, qua vult efficere, deum esse, quam memorat Cicero (1), ad hanc fere rationem Logicam referri potest.

1. *Aut R aut non R est O.*
2. *Non R non est O.*
3. R *est aut* D *aut* H (ergo *aut* D *aut* H *est* O).
4. *S est.*
5. *S est A.*
6. *Si A est, B est C.*
7. *B est* (ergo C *est*).
8. *Si C est, H non est O.*

Ergo *D est.*

1. *Aut qui ratione praeditus est, aut qui ea non praeditus est, optimus est.*
2. *Qui ratione non est praeditus, non est optimus.*
3. *Qui ratione praeditus est, aut Deus est, aut homo est* (ergo *aut deus, aut homo est optimus*).
4. *Sunt res coelestes.*
5. *Res coelestes ab homine effici non possunt.*

6. Si

(1) De Natur. Deor. II. 6.

6. *Si sunt res, quae ab homine effici non possunt, id, quo illae conficiuntur,* (*B*) *est homine melius* (C).

7. *Est aliquid, quo illae res conficiuntur* (ergo *est aliquid homine melius*).

8. *Si est aliquid, quod homine melius est, homo non est optimus.*

9. Ergo *Deus est.*

Ipsa autem argumentatio, ut a Cicerone exposita, aut Latine versa est, hujus est formae:

Si est aliquid in rerum natura, quod hominis mens, quod ratio, quod vis, quod potestas humana efficere non possit (*si A est*), *est certe id, quod illud efficit, homine melius* (*B est C*). *Atqui res coelestes, omnesque eae, quarum est ordo sempiternus, ab homine confici non possunt* (*S est A*). *Est igitur id, quo illae conficiuntur, homine melius* (*B est C*). *Id autem, quid potius dixeris, quam deum?* (*B est D*). *Etenim si dii non sunt, quid esse potest in rerum natura, homine melius?* (*si D non est, H est Θ*). *In eo enim solo ratio est,* (*H est R, atque qui non est H, non est R*), *qua nihil potest esse praestantius* (*R est O*). *Esse autem hominem, qui nihil in omni mundo melius esse quam se putet, desipientis arrogantiae est. Ergo est ali-*

aliquid melius (H non est O). Est igitur profecto deus (D est).

Haec est illa argumentatio, quam, ut *Balbus* affirmat, *Chrysippus* ab ipsa natura didicisse, non ipse reperisse videatur.

III. Alia exempla, proposito apta, nobis praebent argumentationes in utramque partem, quas Kantius *Antinomias purae Rationis* dixit, atque ita exposuit, ut hanc fere habeant formam. (1)

Antinomia prima.

Designetur per literas:

m. Mundus.

l. Id, quod habet initium.

l'. Id, quod spatii limitibus est inclusum.

a. Aeternitas quaedam ab infinito tempore usque ad quodlibet datum punctum temporis.

e. Id, quod elapsum, completum est.

s. Series infinita conditionum, rerum atque mutationum in mundo sibi succedentium.

s'. *Se-*

(1) Vid. Kantii Critica Rationis purae p. 454.

s'. *Series infinita rerum, quae simul sunt.*

S. *Series infinita.* Genus est, cujus species sunt *s* et *s'*.

c. *Id quod aliqua compositione, addendis unitatibus, est* completum, *absolutum.*

i. *Quod ortum est in tempore inani, ubi nihil erat.*

i'. *Quod est in spatio* inani, *nullis limitibus incluso.*

r. Relatio *mundi ad spatium inane.*

Thesis.

Mundus habet initium, (m est l), aut fuit tempus, cum non esset mundus.

Demonstratio.

1. *Si m non est l, a est e.*
2. *Si a est e, s est c.*
3. Nulla *S* est *c*.
   Omnis *s* est *S*.
4. Ergo *s non est c*, atque *a non est e*; falsumque est, *m* non esse *l*.
   Ergo *m* est *l*.

Antithesis.

Mundus non habet initium, aut nullum fuit tempus, quo non esset mundus (m *non est* l).

Demonstratio.

1. Si *m* est *l*, *m* est *i*.
2. Sed *i* esse non potest.
Ergo *m* non est *i*.
atque *m* non est *l*.

Thesis.

Mundus limitibus spatii inclusus est, aut spatio est finitus (m est l').

Demonstratio.

1. Si *m* non est *l'*, *m* est *s'*.
2. Si *m* est *s'*, *m* non est *c*.
3. Sed *m* est *c*.
Ergo *m* non est *s'*; falsumque est, *m* non esse *l'*.
Ergo *m* est *l'*.

Antithesis.

Mundus limitibus spatii non est inclusus aut spatio est infinitus (m non est l').

Demonstratio.

1. Si *m* est *l'*, *m* est *i'*.
2. Si *m* est *i'*, *r* est.
3. *r* non est.
Ergo *m* non est *i'*.
Atque *m* non est *l'*.

An-

Antinomia secunda.

Designetur per literas:
S. *Substantia* in mundo.
s. *Substantia simplex*.
s'. *Substantia composita*.
p. *Quod constat ex* partibus *simplicibus*.
t. *Id, cujus compositio mente* tollitur.
n. *Quod in* nihilum *convertitur*.
e. *Quod aliquam spatii partem occupat, vel* extensum *est*.
v. *Quod ex partibus constat* (multiplex *est*).

Thesis.

Quaelibet substantia composita in mundo consistit ex partibus simplicibus (s' est p), atque nihil est, quod non sit aut simplex aut ex simplicibus compositum.

Demonstratio.

1. Si *s'* non est *p*, atque *s'* est *t*: *s'* est *n*.
   Ergo si verum est: s' non est p, verum est: si *s'* est *t*, *s'* est n.
2. Falsum est: si *s'* est *t*, *s'* est *n*.
   Ergo falsum est: *s'* non est *p*.
   Ergo *s'* est *p*.

An-

Antithesis.

Nulla res composita in mundo constat ex partibus simplicibus (s' non est p), atque nihil est in eo, quod sit simplex (s non est).

Demonstratio.

1. Quodcunque est *e*, est etiam *v*,
2. Omnis *S* est *e*.

Ergo omnis *S* est *v*.

3. Si omnis *S* est *v*, neque *s* est, neque *s'* est *p*.

Ergo *s* non est, atque *s'* non est *p*.

§. 66. *De Syllogismis falsis.*

Syllogismi *falsi* sunt aut *ad formam*, aut *ad materiam*; *ad formam*, si eorum leges repugnant iis, quas veras esse docet Logica, veluti:

Syllogismi Categorici simplices falsi sunt, si non sunt ex *novendecim* istis modis veris, qui ex *Dicto de omni atque de nullo* prodeunt (1); aut si regulis, inde deductis, dissentiunt (2). In his praecipue notandi sunt vitiosi illi Syllogismi, quibus plures sunt, quam tres termini; quod plerumque accidere solet, si eadem vox du-

(1) Confer. p. 242. 243.

(2) Confer. p. 248.

duplicem aut ambiguum habet sensum; ut in Syllogismo, quem ad risum movendum, proferebant veteres Dialectici: *mus syllaba est; mus autem caseum rodit:* ergo *syllaba caseum rodit* (1); in quo sunt *duo termini medii*, quoniam *mus* duplici sensu usurpatur, indicans et *vocem*, et *rem*, hac voce designatam.

Syllogismi Hypothetici falsi sunt, si ex enunciatione non reciprocabili: *si α est*, *β est*, falso colligitur: *si α non est*, *β non est*, aut *si β est*, *α est* (2); quod tum committi solet, quando *α* habetur sola ratio aut causa, ex qua *β* proficisci possit, aut sumitur, *β* solum esse, quod ex *α* consequi aut ab eo effici possit.

Syllogismi autem falsi sunt *ad materiam*, si praemissae sunt falsae. Ita

a. *Syllogismus Categoricus* falsus est, si alterutra aut utraque praemissa est falsa, veluti in Sophismate veterum:

Quod non perdidisti, habes; cornua non perdidisti. Ergo *habes cornua.* (3)

In

(1) Seneca Epist: 48.

(2) Confer. p. 198.

(3) Seneca Ep. 49. Hujusmodi etiam erant captiosae interrogationes: *Desiistine facere hoc scelus, an non? Quidquid non perdidisti, habesne, an non habes?* de quibus memorat Gellius XVI. 2. atque XVIII. 2. Sed istis in-

In hoc Sophismate *praemissa major falsa est:* verus enim est Syllogismus:

Quod non perdidisti, aut habes, aut nunquam habuisti.

Cornua non perdidisti.

Ergo *aut habes cornua, aut nunquam habuisti.*

Hujusmodi etiam est Syllogismus, quem memorat Gellius (1): *Quod ego sum, id tu non es; homo ego sum,* ergo *homo tu non es,* cujus *major praemissa falsa est.* Nam, ut vera sit conclusio, Pronomen relativum *Quod* debet significare *Quodcunque*, atque Syllogismus esse hujus formae:

Si S est a, b, c, d ...: P est neque a, neque b, neque c, neque d ...

Sed S est a.

Ergo P non est a.

Sed

interrogationibus, cum vitiosae sint, non is, qui respondet, si prudens est, capitur, sed is, qui interrogat. Cur *captiosae* essent, nos docuit Gellius XVI. 2. his verbis: „*Legem* „*esse, ajunt, disciplinae Dialecticae, si de quapiam re* „*quaeratur disputeturque, atque ibi quid rogare, ut* „*respondeas: tum, ne amplius quid dicas, quam id so-* „*lum, quod es rogatus, aut aias, aut neges, eamque* „*legem, qui non servent, et aut plus aut aliter,* „*quam sunt rogati, respondeant, existimantur indocti-* „*que esse, disputandique morem atque rationem non* „*tenere.*"

(1) Gellius XVIII. 2.

Sed major praemissa hujus Syllogismi, qualiscunque sit S, nunquam potest esse vera. Neque enim sunt duae notiones, neque duae res, quibus non aliqua sit communis nota.

Hoc in genere inprimis peccatur, quando ex aliqua *imperfecta Inductione* aut *Analogia* aliquid colligitur. Quoniam enim praemissa major non est absolute vera, conclusio falsa esse potest (1).

Idem oritur vitium, si per alterutram praemissam affirmatur aliquid simpliciter, atque absolute, quod, nisi adjuncta quadam conditione, vere affirmari potest; veluti si in locum enunciationis: *si a est*, *omnia S sunt M*, ponitur: *omnia S sunt M.* Itaque cum verus sit syllogismus:

Omnia M sunt P.
Si *a* est, omnia S sunt M.
Ergo si *a* est, omnia S sunt P (2);

falso colligitur, omissa conditione, omnia S esse P.

Si praemissa, cujus veritas dubia est, aut argumentatione eget, nulla ratione allata, pro certa ponitur, id nascitur vitium, quod dicunt *petitionem principii*, qua incerta per incerta probantur. Ridiculum autem est, enunciationem ip-

sius,

(1) Confer. p. 259-266.

(2) Confer. p. 310.

sam, quae demonstranda est, reddere argumentum sui ipsius, adeo ut ratiocinatio sit: *α vera est, quoniam β vera est, atque β vera est, quoniam α vera est;* quae enunciationes simul verae esse nequeunt, nisi α et β sunt reciprocabiles. Ejusmodi argumentatio procedit per diallela (δι' ἀλλήλων), atque dicitur *demonstratio in orbem.* Non minus perversa est, si ex ipsis praemissis sequitur, conclusionem esse falsam; qualis erat Stoicorum, qui, ad Dei justitiam probandam, etiam afferebant, Deum magna curare, parva negligere (1), atque eam esse vim divinam, ut, etiam si quis morte poenas sceleris effugisset, expeterentur eae poenae a liberis, a nepotibus, a posteris. (2)

b. *Syllogismus Hypotheticus* falsus est, si ejus regula est falsa, quod accidit, quando eam continet rationem, quae aut nulla est aut non sufficiens est, veluti is, quo utebatur Cratippus (3): *Si sine divinatione non potest officium et munus divinationis exstare, potest au-*

(1) De Nat. Deor. II. 66.

(2) Confer. *de Nat. Deor.* III. 38. De hac Stoicorum argumentatione vere Cicero: „ *O miram aequitatem* „ *deorum! Ferretne ulla civitas* (Graeca, Italica) *lato-* „ *rem istiusmodi legis, ut condemnaretur filius aut* „ *nepos, si pater aut avus deliquisset?"*

(3) De Divinat I, 32.

autem quis, cum divinationem habeat, errare aliquando, nec vera cernere: satis est, ad confirmandam divinationem, semel aliquid esse ita divinatum, ut nihil fortuito cecidisse videatur. Sunt autem ejus generis innumerabilia. Esse igitur divinationem confitendum est. Posterior hujus Syllogismi praemissa falsa est. Quis enim non videt, quam difficile sit, firmis rationibus efficere, aliquid esse ita divinatum, ut nihil fortuito ceciderit.

Talis etiam est ratio, ex qua colligit Seneca, sapienti licere sibi consciscere mortem (1). „Puta, ait, Deum dicere: *Quid habetis,* „*quod de me queri positis vos, quibus rec-* „*ta placuerunt? ... Ante omnia cavi, ne* „*quis vos teneret invitos. Patet exitus. Si* „*pugnare non vultis, licet fugere. Ideoque ex* „*omnibus rebus, quas esse vobis necessarias* „*volui, nihil feci facilius, quam mori.*" Quid, quod ne imperator quidem dixerit militibus strenuis, nisi eorum velit experiri fortitudinem, id Deus ut dicat sapienti, qualem esse fingebant Stoici? *Si pugnare non vis, licet fugere.* Ergone id ipsum, *non velle pugnare*, atque *exitum patere*, ratio est, cur fugere liceat?

Ita

(1) De Providentia 6.

Ita etiam error est in enunciationibus causalibus, si id, quod casu simul cum quadam re apparet, aut ei antecedit, causa ejus habetur (*post hoc, ergo propter hoc*); quae argumentatio est fons foecundissimus superstitionum atque errorum de causis, in rerum natura agentibus. Si quis rem, cujus causas et rationem non cognovit, futuram esse annuntiavit, idque casu, aut forte fortuna evenit, huic contingere potest, ut *vates* habeatur, aut *sagax rerum conjector*, *praedictis excellens*; quamquam in eum solummodo cadit, quod Cicero de haruspicibus affirmat: *non tantam esse eorum infelicitatem, ut ne casu quidem unquam fiat, quod futurum illi esse dixerint; atque neminem fere esse, qui totum diem jaculans non aliquando collineet?*

Huc etiam referendum est illud genus Syllogismorum hypotheticorum, cujus species haec est: *Si fatum tibi est, ex hoc morbo convalescere (aut non convalescere), sive medicum adhibueris, sive non adhibueris, convalesces (aut non convalesces), et alterutrum fatum est. Medicum ergo adhibere nihil attinet* (1): Quod genus conclusionis latissime patet, atque

(1) Cicero de Fato 12. Seneca, Natural. Quaest. II. 35. seqq.

que spectat omnia, quae consequi aut vitare cupimus. Quare haec ratio merito *ignava* atque *iners* (ἄργος λόγος) appellatur; omnem enim, si eam sequimur, e vita tollit actionem.

Veterum *Sorites*, (σωρείτης, *acervus*) (1) universe exprimi potest hoc Syllogismo Hypothetico falso: *Si duarum notionum sibi contrariarum aut unius notionis, quae quantitatem aut relationem indicant, limites sive fines accurate designari nequeunt, ipsae notiones nullae sunt.*

At notionum acervi, calvi, gigantis, pumilionis, hominis docti et indocti, juvenis, viri, senis, divitis, pauperis probabilitatis, veri similitudinis etc. *fines accurate designari nequeunt:*

ergo *hae notiones nullae sunt.*

Similis est vis argumentationis, quam vocarunt *rationem crescentem* (αὐξόμενον λόγον), quae ex eo sumitur, quod definiri non possit, quandonam res individua, quae continuo mutatur, cesset esse, atque alia res fiat: veluti navis Thesei, quae ut paulatim putrescebat, ita paulatim resarciebatur; ita ut, Socratis atque *Megaricorum* aetate, dubium tandem fieret, an haec antiqua illa Thesei navis adhuc esset.

c. Syl-

(1) Acad. Quaest. IV. 16. 28, 29.

c. *Syllogismus disjunctus* falsus est, si pauciora ponuntur membra disjuncta, quam revera sunt, veluti: *voluptas aut bonum aut malum est*, falsum est, quoniam dëest tertium membrum: *aut quaedam voluptas est bonum, quaedam est malum.*

Multi Dialectici veteres, inprimis e disciplina Megaricorum et Stoicorum, magnam dabant operam Dilemmatibus et fallacibus et captiosis Syllogismis et interrogationibus, quibus confunderent eum, quocum disputarent. Hujus generis est Syllogismus *mentiens* (ψευδόμενος), nomine desumto a re, de qua agit (1); quem Cicero putat esse *indissolubilem* (ἄλυτον). Est autem hujus argumenti: *Si te mentiri dicis, idque verum dicis te mentiri, verum dicis: ergo simul mentiris et verum dicis. Eadem igitur enunciatio vera et falsa est. Falsum igitur est, eandem enunciationem* (assertoriam aut apodicticam) *esse aut veram, aut falsam.*

At vero hic Syllogismus ita explicari potest: *si dicis α esse, sed declaras simul idque vere, te mentiri, id est, α non esse, sequitur priorem enunciationem esse falsam*; in quo Syllogismo nihil video, quod sit *indissolubile*. Quod priore

(1) Acad. Quaest. IV. 30. De Divinat. II. 4.

re dicto affirmatur, negatur posteriore. Sed si vox *mentior* non refertur ad certam quaedam rem (*a*) quae aut affirmatur aut negatur, sed v. c. id significat, *nunquam vera loquor*: *repugnantia* est in dictis ipsis. Quamquam vix fieri potest, ut nihil eorum, quae quisquam per totam vitam dixerit, verum sit, demus tamen, omnia esse falsa. Quod si autem ille mendax, qualem eum fingimus, ipse profitetur, *se semper mentiri*, ita colligendum est. Huc usque mentitus est, sed *postremum dictum*, quo mendacium ipse profitetur, verum est. Quocirca si quis velit, ut hoc *etiam* dictum inter mendacia referatur, *repugnantia proferat*, atque tantum abest, ut haec argumentatio fundamentum Dialecticae labefactare possit, ut ipsa sit absurda. Gellius (1), eandem Quaestionem proponit: *Cum mentior, et mentiri me dico, mentior, an verum dico?* Ad quod respondendum videtur: *Duo* affirmasti, ex quibus si alterutrum verum est, alterum falsum est.

Alii hujus generis sunt: *Syllogismus Reciprocus* (*ἀντιςρέφων*), cujus Dilemmatis exempla sunt apud

(1) XVIII. 2.

apud Gellium et Lactantium (1), *Syllogismus Crocodilinus*, Ratio *cooperti et latentis* (ἐγκεκαλυμμένου καὶ διαλελήθος); *Electra*, *Achilles*, caet. Verum res non tanti est, in qua immoremur, atque vere de his Sophismatibus Ernesti: „*Totum hoc genus*, ait, *hominibus* „ *Graecis debetur*, *qui*, *quaestus et jactantiae* „ *causa*, (aut ut persuaderent aliis, nihil es„ se certi in cognitione humana) *philosopha*„ *bantur*, *et id unum maxime operam dabant*, „ *ut rem quamque disputando huc illuc tra*„ *herent*, *et imperitos*, *minimeque acutos ho*„ *mines captiosis conclusionum laqueis ita implicarent irretirentque*, *ut*, *quomodo se expedi*„ *rent*, *non reperirent*; *quod ubi efficere pote*„ *rant*, *summam se ingenii*, *acuminisque lau*„ *dem consecutos putabant*." (2)

§. 67. *De illo ordine cogitatorum*, *qui ex subjicienda inferiore notione superiori*, *atque ex divisione sphaerae notionum prodit.*

Hypotheticae enunciationes, quas contemplati su-

(1) Aulus Gellius V. 10. Lactant. Institut. III. 6.

(2) Ernesti, *Initia Doctr. Solid.* p. 361. Plinius (*Hist. Nat.* 7. 53.) narrat pudore obiisse Diodorum, sapientiae

sumus, indicant illud vinculum, et ordinem cogitatorum, quod in eo consistit, ut aliud ex alio sequatur, atque rerum, ut alia res alius rei causa sit. Alium autem ordinem et nexum efficit intelligentia humana, inferiores notiones superioribus subjiciens, earumque sphaeram dividens; unde duae prodeunt series notionum et rerum; quarum altera est *infinita*, ab infima specie adscendens ad summum genus, aut a summo genere ad infimam speciem descendens; altera est *finita*, cujus termini sunt diversae species alicujus notionis propositae. Prior series indicatur per *Soritem Categoricum rectum* (vulgarem) aut *inversum* (Goclenianum) (1); posterior per *enunciationem disjunctam* (2). Duplex hic ordo nunc seorsim est contemplandus.

§. 68. *De ordine notionum et rerum, quo generi subjicitur species.*

Ad hunc ordinem generis et speciei illustrandum, ponantur notiones *A*, *B*, *C*, *D* ... atque

tiae dialecticae professorem, lusoria quaestione non protinus ad interrogationes Stilponis dissoluta.

(1) Confer. p. 268–272.

(2) Confer. p. 150. seqq.

que notae *a*, *b*, *c*, *d* . . .; ita quidem ut *A* contineat solam notam *a*; *B* notas *a* et *b*; *C* notas *a*, *b*, *c*; *D* notas *a*, *b*, *c*, *d*, caet. *A* igitur habet minus argumentum, sed majorem sphaeram, quam *B*; aut *A* est notio *superior* sive *genus*, *B* notio *inferior* sive *species*, aut *forma*. Eadem ratio intercedit inter *B* et *C*, inter *C* et *D*, caet. *B* est *proxima*, sed *C*, *D*, *E* sunt *remotiores species* generis *A*; *C* est *proximum genus*, sed *B* et *A* sunt *remotiora genera* speciei *D*. Historia Naturalis remotiora genera vocibus *ordo* et *classis* designare solet, ita ut *A* sit *classis*, *B ordo*, C *genus*, D *species*, *E species inferior*. Si autem *B* est *classis*, C est *ordo*, *D genus*, *E species*, *F species inferior*, *A classis superior*.

Ut igitur *rationum* et *causarum* (1), ita generum et formarum est series A, B, C, D, E . . ., in qua quilibet terminus antecedens indicat proximum genus ejus speciei, quae proxime consequente termino repraesentatur. Cuilibet praeterea termino sua est nota, quam *differentiam specificam* vel *speciei* dicunt, quam non habent termini antecedentes; reliquae autem notae ipsi sunt communes cum antecedente termino. Nulli

(1) Confer. p. 292. seqq. 189. seqq.

ia autem termino antecedenti nota est, quae non sit omnibus terminis consequentibus communis. Ut series caussarum et rationum per *Soritem mere hypotheticum*, ita haec series per *Soritem mere categoricum* declaratur:

omnia E sunt D;
omnia D sunt C;
omnia C sunt B;
omnia B sunt A;

ubi a notionibus inferioribus ad superiores adscendimus.

Quocirca, ut seriei Arithmeticae, addenda *differentia communi*, ita hujus seriei terminos consequentes, adjicienda notioni *differentia speciei*, definimus atque hoc modo a summo genere ad infimum genus et speciem gradatim progredimur. Rursus, auferenda *differentia speciei*, regredimur ad summum genus, *cui una sola est nota:* quod igitur, ut dicunt, maxime omnium est abstractum.

Hoc summum genus indicamus voce *Ens* aut *Aliquid;* qua voce designatur, quodcunque menti praesens esse potest, sive id sensibus percipitur, sive sola imaginatione fingitur, aut intelligentia cogitatur. (1)

Hu-

(1) Seneca de hac generum et formarum serie agit in

Hujusmodi series est, quae sequitur, ubi terminis addidimus *differentiam speciei.*

A. *Ens.* (a)

B. *Ens compositum.* (b) diversa continens.

C. *Quantum.* (c) continens ea, quae sunt ejusdem generis.

D. *Quantum extensum.* (d) cujus partes spatio dantur.

E. *Quantum Geometricum.* (e) cujus partes *solo* dantur spatio.

F. *Superficies.* (f) cui duae sunt dimensiones.

G. *Superficies plana* seu *Planum.* (g) in qua quaelibet linea recta tota est, si duo ejus puncta in eo sunt.

H. *Figura plana.* (h) lineis aut linea circumscripta.

I. *Fi-*

in *Epistola* 58; quam seriem ita incipit: τὸ ὄν (*Quod est*), *corpus*, *corpus animatum*, *animal*, *homo.* Stoici autem huic τῷ ὄντι aliud etiam genus superponebant, complectens omnia, non solum ea, quae sunt in rerum natura, verum etiam, quae non sunt, dummodo cogitari aut mente fingi possint. Ergo est id ipsum, quod appellavimus *Aliquid.* Hoc revera est antiquissimum, quippe quod nihil supra se habet, atque id etiam complectitur, quod mente *humana*, ob limites, quibus circumscripta est, cogitari aut fingi nequit. Oppositum est ei, quod dicitur *Non ens*, quod *repugnantia involvit.* Principio enim repugnantiae declaratur lex omnis intelligentiae, qualiscunque est, communis (Confer. p. 170. seqq.

I. *Figura plana rectilinea.* (i) lineis rectis circumscripta.

K. *Quadrilaterum planum rectilineum.* (k) quatuor lineis rectis circumscriptum.

L. *Parallelogrammum.* (l) habens lineas (latera) oppositas parallelas.

M. *Parallelogrammum rectangulum.* (m), cujus anguli recti sunt.

N. *Quadratum.* (n) cujus latera aequalia sunt.

O. *Palma quadrata.* (o) cujus latera unius palmae sunt.

Potest etiam series multis modis variari, ita tamen, ut ad eandem infimam notionem perveniamus, veluti:

K. *Figura plana rectilinea regularis.* (k) cujus latera et anguli aequalia sunt.

L. *Quadratum.* (l) cui quatuor sunt latera.

M. *Palma Quadrata.* (m) cujus latera sunt *unius palmae;*

ubi numerus terminorum duabus unitatibus minor est.

Alia Serierum exempla sunt.

1. *Quantum Geometricum, Linea, Linea curva, Linea curva plana, Linea curva plana Algebraica, Linea curva plana primi ordinis, Linea Elliptica, Linea circularis, Arcus circuli tri-*

triginta graduum, *Arcus circuli triginta graduum*, *descriptus radio unius palmae.*

2. *Quantum Geometricum*, *Corpus Geometricum*, *Corpus Geometricum planis solis inclusum*, (Corpus planum), *Prisma*, *Parallelopipedum*, *Parallelopipedum rectangulare*, *Cubus*, *Palma Cubica.*

3. *Ens*, *Ens reale*, *Ens reale compositum*, *Corpus physicum*, *Corpus physicum naturale* (non arte effectum), *Corpus physicum naturale non organicum*, *Metallum*, *Aurum*, *Aurum nativum*, *Cubus auri nativi*, *Palma Cubica auri nativi.*

4. *Corpus physicum naturale*, *Corpus organicum*, *Planta*, *Icosandria*, *Icosandria Polygynia*, *Rosa*, *Rosa germinibus subglobosis*, *Rosa arvensis.*

Animadv. Quanquam, ad hunc rerum et notionum ordinem constituendum, intelligentia humana, formandis notionibus, sua sponte adducitur, multum tamen abest, ut omnibus rebus, quas investigaverit, hunc ordinem accurate dederit, eumque aptis nominibus consignaverit. Magna profecto est in

in omnibus linguis copia Substantivorum, quae genera et species proprie designant, sed, praesertim in lingua Latina, parva est, si comparatur cum ea, qua nobis opus est, ut, in designandis inferioribus generibus, multorum Adjectivorum usu carere possimus. Ipsa Mathesis, quae una ex omnibus disciplinis accurata rerum definitione et ordine maxime excellit, id confirmare potest. Nullum substantivum exprimit illa genera, quae designamus vocibus: *figura plana rectilinea*, *quadrilaterum planum rectilineum*, *triangulum rectangulum isoscele*, *quadrilaterum*, *cujus duo latera sunt parallela*, *duo autem aequalia*, caet. Ex quo efficitur, ut saepe Substantivo, genus remotius declaranti, duo, tria plurave Adjectiva addenda sint ad speciem significandam. Accedit, quod antiquissimis temporibus, ubi rerum cognitio admodum manca et inchoata esset, talia saepe genera formata et denominata sint, quae eas notas, quas doctrina atque subtilior illarum rerum cognitio postulat, non continent atque igitur rejicienda sunt; quod si fit, aut vocis sensus mutandus est, aut nova vox effingenda. Hanc libertatem necessariam sibi vindicant aliae doctrinae, inprimis *Historia Naturalis* (1), et recte vindicant: quas cur Mathesis imitari

(1) **Linnaeus, in Philosophia Botanica praescribit, ut classis, ordo, genus et species, singula *unico* verbo designentur.**

tari nequeat, si quando opus sit, non video. In Mathesi non solum Substantivis, ad genera inferiora indicanda necessariis, non raro caremus, sed etiam plura sunt, aut inutilia, aut quorum de sensu inter omnes Mathematicos non convenit, cujusmodi sunt voces, *Algebra*, *Analysis*, *Calculus literalis*. Ita *Trapezium* a nonnullis atque etiam ab Euclide dicitur *quodlibet Quadrilaterum*, *quod non est Parallelogrammum*, ab aliis autem *id Quadrilaterum*, *cujus duo sola latera parallela sunt*. Grunert (1), commodissimum esse existimat, hanc vocem posteriore sensu usurpare; *Quadrangulum* autem appellare quamlibet figuram quadrilateram, quae non sit Parallelogrammum. Verum ita caremus voce, quae genus, quod et Parallelogrammum et Quadrangulum complectatur, designet. Quid porro inter se differunt *Quadrangulum* et *Figura quadrilatera*? Etiamne Quadrangulum designet figuram, cujus partes non sunt in eodem plano? Idem putat voces: *Trapezium isoscele*, *Trapezium scalenum*, esse terminos technicos supervacaneos; sed, ut mihi quidem videtur, nullus terminus technicus supervacaneus est, qui aliquod genus, aut memorabilem speciem, nondum voce signatam, indicet.

(1) Mathemat. Wörterbuch von Klügel Pars V. ad vocem *Trapezium*. Grunert egregii hujus Lexici quintam partem composuit.

§. 69.

§. 69. *De divisione sphaerae notionis.*

Qualis sit divisio sphaerae notionis, atque quomodo ex ea oriantur enunciationes disjunctae, dictum est (1). Natura hujus divisionis satis indicat, quid requiratur, ut sit omnibus numeris perfecta, utque vera sit ea enunciatio disjuncta, qua declaretur.

Sit *s* aliqua notio, aut nota sphaerae *S*; atque haec sphaera dividatur in partes *A*, *B*, *C*, *D*, aut plures, aut pauciores. Hae omnes partes, id est, omnes res, quae sunt in singulis his partibus, habent notam *s* communem, sed praeterea notas suas, et proprias; quae repraesententur literis *a*, *b*, *c*, *d*, ita ut *a* designet summam notarum, quae praeterea sint sphaerae *A*; *b*, quae sint sphaerae *B*, et ita deinceps. Ergo *A* habebit notas *s* et *a*; *B* notas *s* et *b*; caet. Ut igitur divisio accurate sit instituta, requiritur:

1. *Ut summa partium, A, B, C, D, neque minor neque major sit, quam tota sphaera.* Posterius patet, si singulis est nota *s*, aut si omnia *A*, *B*, *C*, *D* sunt *s*. Prius autem, si quaelibet res *S*, quae habet notam *s*, etiam habet notas aut *a*, aut *b*, aut *c*, aut *d*, quod de-

(1) Confer. p. 180–186.

designatur enunciationibus: *Nullum est S, quod non aut in A, aut in B, aut in C, aut in D collocandum sit; omne S est*, (nullum est S, quod non sit) *aut a, aut b, aut c, aut d.* Utrimque indicatur regula: *Divisio neque latior, neque angustior sit Diviso.*

2. *Ut A, B, C, D sint inter se diversae, ita ut nulla pars aliam, aut aliquam ejus particulam contineat*; quod ita enunciatur: *Nullum A sit B, nullum A sit C*, caet. Hoc praeceptum servatur, si notae *a, b, c, d*, ita inter se sunt diversae, ut alia aliam excludat, id est, ut quaelibet auferat, quod reliquis singulis ponatur. Quare *a* in se contineat necesse est *non a, non b, non c, non d.* Quod indicatur regula: *membra se mutuo excludant.*

3. *Ut A, B, C, D vere sint.* Nam si *a* repugnat ipsi *s*, aut si nihil reperitur, quod simul cum nota *s* habeat notam *a*, *A* non est.

Proponatur *Quadrilaterum planum rectilineum*, ita dividendum, ut divisionis fundamentum sit *angulus rectus*. Perspicuum est, esse quatuor partes. Pars *A* continet quadrilatera, quiae *nullum*; *B*, quae *unum*; *C*, quae *duos*; D, quae *quatuor* habent angulos rectos. Summa harum quatuor partium totam complet sphaeram *S*. Etenim, cum neque possint esse qua-

quadrilatera, quae *tres*, neque, quae *plures* quam *quatuor* habeant angulos rectos, efficitur, nullum esse Quadrilaterum, quod in aliqua hatum quatuor partium non sit collocandum. Nota *a* indicat *nullum; b, unum; c, duos; d, quatuor* angulos rectos habere, atque quaelibet nota aufert simul, quod per reliquis singulis ponitur.

Si pars *A*, eodem modo ut tota sphaera *S* dividitur, exsistit *Subdivisio* (ὑποδιαίρεσις), in qua omnes partes notas *s* et *a communes* habent, et praeterea *suas* quaelibet. Sed eadem sphaera *S*, mutato divisionis fundamento, diverse potest dividi (1). Illae divisiones ejusdem notionis, quae oriuntur ex his diversis fundamentis, dicuntur *Codivisiones* (συνδιαιρέσεις). Si Quadrilaterum v. c. dividitur ad parallelismum laterum, tria oriuntur membra. *Omnia enim Quadrilatera aut nulla habent latera opposita parallela, aut solummodo duo, aut Parallelogramma sunt.* Omnes notae, quae cum notione conjungi possunt, etiam Codivisionem praebere possunt. Quare numerus Codivisionum alicujus generis rerum naturalium definiri non potest.

Cae-

(1) Confer. p. 161.

Caeterum partes, quae ex *Divisione* prodeunt, non confundendae sunt cum iis, quas praebet *Subdivisio*. Veluti, si partes sphaerae *S* sunt *A*, *B*, *C*, atque *A* habet partes *P* et *Q*: *S* non est dividenda in partes *P*, *Q*, *B*, *C*. Sed si pauca sunt membra divisionis, hoc praeceptum sine incommodo negligi potest. Simplicissima divisio est *dichotomia: S est aut A, aut est non A*, juxta principium exclusi tertii. Si *non A* est aut *B* aut *C*, exsistit divisio *trichotomia: S est aut B, aut C, aut A*, qua saepe utimur, veluti: *Angulus est aut rectus, aut non rectus sive obliquus. Angulus obliquus est aut acutus, aut non acutus, id est obtusus.* Quare *angulus aut est rectus, aut acutus, aut obtusus.* Si autem utrumque membrum in duas partes subdividitur, oritur *Tetratomia*, veluti ex divisione; *Parallelogrammum aut est rectangulum aut obliquangulum*, atque ex subdivisionibus: *Parallelogrammum rectangulum et obliquangulum sunt aut aequilatera, aut non aequilatera*, exsistit haec divisio *tetratomia: Parallelogrammum est aut rectangulum et aequilaterum* (*Quadratum*), *aut rectangulum et non aequilaterum* (*Oblongum*), *aut obliquangulum et aequilaterum* (*Rhombus*), *aut obliquangulum et non aequilaterum* (*Rhomboïdes*). Hae di-

divisiones *trichotomiae* et *tetratomiae* nequaquam sunt rejiciendae, quanquam ex conjunctione primae divisionis cum subdivisione ortae sunt. Cavendum autem est, ne formae codivisionum aut inter se, aut cum divisionum et subdivisionum formis confundantur.

Ex continua divisione et subdivisione sphaerae notionis exsistit *Tabula generum* et *formarum*, quam *classificationem* dicunt, aut *systema*, ut in Historia Naturali. Ita systemata plantarum repraesentant ejusmodi divisionem et subdivisionem notionis *plantae*; systemata autem animalium, notionis *animalis*. Omnis autem divisio ad finem, quem nobis proposuimus, accommodata esse debet, neque ulterius progredi, quam quousque id necessarium aut utile sit. Nimia divisio, qua frusta, non partes nascuntur, viciosa est. De qua recte Seneca (1): „ *Philosophiam in partes, non in frusta dividam.* „ *Dividi enim illam, non concidi utile est.* „ *Nam comprehendere, quemadmodum maxima,* „ *ita minima difficile est. Describitur in tribus populus, in centurias exercitus. Quidquid in majus crevit, facilius agnoscitur, si* „ *discessit in partes: quas innumerabiles esse* „ *et*

(1) Epist. 89.

„ *et parvas non oportet. Idem enim vitii ha-*
„ *bet nimia, quod nulla divisio: simile con-*
„ *fuso est, quidquid usque in pulverem sec-*
„ *tum est.*"

In eligendo autem fundamento divisionis curandum est, quantum res ipsa aut propositum patiatur, ut divisio sit *foecunda* atque rei naturam, de qua agitur, magis in lucem protrahat. Cavendum inprimis est, ne *fortuitis* utamur notis, quae alias adesse, alias abesse possunt. Quare Botanicus in dividendis plantis raro utitur coloribus, quippe qui plerumque mutabiles sunt. Aliud autem est, si fundamentum divisionis ipsum ex conditione et mutatione fortuita petitur. Fieri enim potest, ut hoc ipsum *posse esse*, *posse non esse*, atque *non posse esse aliquid* sit nota essentialis, qua alia res ab alia distinguatur; quare non vituperanda est divisio hujus formae: *S est aut A, quod potest esse P, aut A, quod non potest esse P.*

Si fundamentum divisionis est una ex notis rei definiendae, ejus sphaera major est, quam hujus rei. Ita quoniam Parallelogrammum habet latera et angulos, secundum utraque potest dividi. Sed omnes figurae rectilineae latera et angulos habent. Potest igitur fieri, ut ponantur membra, quae notionis sphaerae non insunt, quod ma-

maxime cavendum est. Quare quamquam *Quadrilaterum* planum recte dividitur in id, quod *omnes*, quod *nullos* atque quod *partim rectos*, *partim obliquos habet angulos*, tamen eadem divisio *Parallelogrammi* vitiosa est, quoniam tantum sunt duo genera Parallelogrammorum: quae *nullum* atque quae *omnes* habent angulos rectos.

Plurimus est usus divisionis rerum in genera et species, atque generis in suas species. Haec enim notionem ipsam reddit magis claram, perspicuam et distinctam, notat discrimina atque similitudines rerum, procreat ordinem in argumenti generalis investigatione, quae, cum per partes fiat, etiam facilior redditur. Nec vero illa parva vis est hujus divisionis, quod per rerum nexum memoriam sublevat, cum ex lege Societatis Idearum, quam vocant, facilius resuscitentur ea, quae vinculo quodam sunt conjuncta; quod inprimis augetur vocibus, quibus tanquam sigillis, res simul cum earum distributionibus menti infiguntur. (1)

Animadv. 1. Non paucae sunt voces sermonis, qui-

(1) Vere Linnaeus (Philos. Botanica p. 158.): *nomina si nescis, perit et cognitio rerum.*

quibus indicatur divisio, quae aut falsa est, aut in doctrina, de qua agitur, parvi vel nullius est momenti. Quare hae voces in divisione aut non sunt usurpandae, aut ita interpretandae, ut justae divisioni conveniant.

Animadv. 2. Kantius (1): „ *Omnis Polytomia*, ait, *est empirica. Dichotomia est sola divisio nata ex principiis a priori; ergo sola divisio prima. Membra enim divisionis sibi opposita esse oportet, sed quod cuilibet A oppositum esse potest, non aliud est, nisi non A. Polytomiam Logica non potest docere, quoniam ad eam faciendam requiritur rei cognitio. Ut autem Dichotomia fiat, solo opus est principio contradictionis, non cognitione argumenti notionis dividendae.*" Hofbauer (2) demonstrat divisionem posse esse *Polytomiam*, his verbis: „ *Sit a notio divisa atque, sint a d, a (non d) c, a (non d) (non c), notiones possibiles, divisio hujus a est Polytomia.*" At haec Polytomia (3) oritur ex conjunctione divisionis primae: *a est aut d, aut non d*, cum subdivisione: *a quod est non d, est aut c, aut non c;* Kantius vero loquitur de prima divisione. Polytomiam autem, ex ejusmodi divisionis et subdivisionis conjunctione natam, profecto docet Logica.

In

(1) Logica p. 217.
(2) Logica p. 79.
(3) Qua ipsi usi sumus p. 378.

In his notandum est, *Dichotomiam* duplicis esse formae: *A est aut B, aut non B*, atque *A est aut B, aut C;* ubi C non solum est *non B*, verum etiam partem habet affirmantem. Prior semper vera est, quoniam est ipsa lex cogitandi, sed de veritate posterioris nihil docere potest Logica, quoniam haec cernitur ex sola rei cognitione, veluti enunciationis veritas: *omne triangulum rectilineum aut unum habet angulum rectum, aut non habet*, per se patet; sed enunciationis: *omne triangulum rectilineum aut unum habet angulum rectum, aut nullum habet*, veritas cognoscitur ex attributis horum triangulorum, quae docet Mathesis. Omnis divisio Polytomia empirica dissolvi potest in divisiones Dichotomias, sed ex quibus una saltem debet esse formae: *A est aut B, aut C*. Ita divisio empirica: *omne corpus est aut firmum, aut liquidum, aut aëriforme*, in has dissolvitur: *omne corpus aut firmum est, aut non est firmum; omne corpus, quod non est firmum (non A), aut liquidum est (B), aut aëriforme (C)*. Ex his patet Logicam, si materiei, sive rei dividendae nullam habet rationem, de veritate et falsitate divisionis Polytomiae, aut Dichotomiae hujus formae: *A est aut B, aut C*, nihil statuere posse. Atque etiam in enunciatione: *A est aut B, aut non B*, hoc ipsum B cognoscendum et definiendum est ex natura subjecti A; aliter enim ipsa enunciatio vana et futilis foret. Universe omnis divisio accommodata esse debet ad rem dividendam at-

atque ad finem contemplationis, quem nobis proposuimus. Quo magis his est conveniens, eo magis est perfecta, atque divisio in tria, quatuor vel plura membra, si nullum membrum praetermissum est, non minus est completa, quam Dichotomia illa. De his autem aliisque, quae ex re dividenda pendent, nihil docet illa Logica, quae solam formam, non materiam investigat.

Animadv. 3. A divisione differt *partitio*, quae indicat partes, ex quibus Substantia aut Individuum aliquod constat, ut corpus humanum ex capite, humeris, manibus, caet. Est etiam *partitio orationis*, quae res, de quibus futura est oratio, aut argumentorum summa capita, quibus quaestio continetur, enumerat. (1)

§. 70. *De enunciationibus disjunctis, ortis ex divisione sphaerae notionis.*

Enunciationum disjunctarum uberrimus fons est divisio sphaerae notionis; quare quae in divisione, eadem in his enunciationibus requiruntur, ut verae esse possint. In nonnullis his enunciationibus minus aperta est divisio, sed est tamen, ut in hac: *Quantum A est aut aequale Quanto*

(1) Confer. Cicero, Topica VII. de Inventione I. 22. Quint. Inst. Rhet. IV. C. 4.

to B, aut majus, aut minus illo, aut genere ab eo differt. Scilicet omnia Quanta, comparata cum B, in quatuor dividi possunt genera; *primum* est eorum, quae aequalia sunt Quanto *B; secundum*, quae majora; *tertium*, quae minora sunt; *quartum*, quae genere ab eo differunt. Nonnunquam ex divisione, conjuncta cum conclusione, exsistit alia disjunctio, veluti enunciatio: *aut id, quod dixi verum est, aut ego fallor*, hac nititur conclusione: *id, quod affirmavi, aut verum, aut falsum est. Sed enunciationes: id falsum est, atque hac in re fallor, sunt aequipollentes, quare posterior in locum prioris poni potest.*

Caeterum, ad modalitatem, enunciationes, ex divisione ortae, sunt aut *apodicticae*, aut *assertoriae*, aut *problematicae*. (1)

Apodicticae sunt, si divisio est *dichotomia*, juxta principium exclusi medii (2) instituta; v. c. *corpus est animatum, aut non est animatum;* aut si prodit ex enunciationibus apodicticis, veluti; *Triangulum rectilineum est aut acutangulum, aut rectangulum, aut obtusangulum*, id est, aut omnes angulos acutos, aut unum angulum rectum,

(1) Confer. p. 152.
(2) Confer. p. 177.

tum, aut unum angulum obtusum habet; quoniam haec divisio nascitur ex enunciationibus apodicticis: *summa angulorum Trianguli rectilinei est duo anguli recti*, atque *totum Triangulum semper est in uno plano*. Omnino omnis divisio, quae non sensuum aut hominum testimonio, sed sola actione intelligentiae et imaginationis nititur, efficit enunciationes apodicticas, si haec divisio certa ratione, in qua nihil est dubium, instituitur; cujus jam dedimus exempla. (1)

Assertorias et problematicas enunciationes praestant divisiones reliquae, quae ex prioribus fontibus non fluunt. Tales sunt pleraeque divisiones *Historiae Naturalis*, *Historiae Gentium*, *Geographiae*, *Physicae*, *Chemiae*, *Grammaticae* caet. Enunciationem: *omne corpus est aut terra, aut aqua, aut aër, aut ignis, aut id, quod est concretum ex his, aut ex aliqua parte eorum* (2), quae veteribus vera videbatur, recentiores in Physicis et Chemicis progressus falsam esse detexerunt. Neque tamen hi progressus tanti sunt, ut nostri Chemici in ejus locum aliam,

(1) Vid. p. 76. 150.

(2) Confer. de Nat. Deor. III. 12. Plato *Timaeus* Ed. Bipont. p. 307.

aliam, quae certam habeat rationem, substituere possint, atque hac de re maxime discrepantes sunt sententiae; quam diversitatem magnopere auxit theoria de primis viribus. Omnes hac de re enunciationes sunt *problematicae*; et ita quidem, ut definiri nequeat, quaenam maxime ad veritatem accedat.

Saepe etiam in his, argumentatione quadam, circumciditur multitudo membrorum. Sed quamnam veritatis notam habeat enunciatio inde nata, id pendet ex vi et ratione argumentorum. Ita Chrysippus earum sententiarum *de Finibus bonorum*, quae probabiliter defendi possent, statuit tria genera; affirmans secundum eas sententias, *aut honestatem, aut voluptatem, aut utrumque esse finem. Nam qui summum bonum dicerent id esse, si vacaremus omni molestia, eos invidiosum nomen voluptatis fugere; sed in vicinitate versari. Quod facere eos etiam, qui illud idem cum honestate conjungerent: nec multo secus eos, qui ad honestatem prima naturae commoda adjungerent.* (1)

(1) Acad. Quaest. IV. 45.

§. 71. *Exempla divisionis sphaerae notionis.*

Cum divisio notionum ad certam et accuratam rerum cognitionem, ad docendum et discendum plurimum adjuvet, nonnulla exempla, ex quibus ejus usus, atque praecepta de iis illustrentur, adjiciamus.

Divisio in classes, qua Linnaeus(1) in systemate plantarum usus est, his enunciationibus disjunctis continetur.

1. Omnia corpora aut *organica* sunt, aut *non organica*.
2. Omnia corpora organica sunt aut *plantae* aut non sunt *plantae* (*animalia*). (2)
3. Plantae flores habent aut *visibiles*, aut *vix visibiles* (classis *Cryptogamia*).
4. Plantae, quibus sunt flores visibiles, habent stamina et pistilla aut *in eodem flore*, aut *in*

(1) Conf. *Classes Plantarum*, quae est fundamentorum Botanicorum Pars II. p. 444. atque *Genera Plantarum* p. XXI.

(2) Vox *planta* sumitur sensu latiore, ita ut significet omne *vegetabile*: quo sensu etiam hac voce usus est Linnaeus: loquitur enim de publicis et clandestinis nuptiis plantarum.

in diversis floribus (classes *Monoecia*, *Dioecia*, *Polygamia*).

5. Plantae, quibus sunt flores visibiles, atque stamina et pistilla in eodem flore, stamina habent aut *nulla parte*, aut *aliqua parte* inter se vel cum pistillo connata. (classes *Monadelphia*, *Diadelphia*, *Polyadelphia*, *Syngenesia*, *Gynandria*).

6. Plantae, quibus sunt ... atque stamina nulla parte inter se vel cum pistillo connata, habent aut *aequalia stamina* vel *sine certa proportione longitudinis*, aut *inaequalia*, ita ut duo semper reliquis breviora sint (classes *Didynamia*, *Tetradynamia*).

7. Plantae, quibus sunt ... atque stamina aequalia, vel sine certa proportione longitudinis, habent aut *unicum stamen*, aut *duo* aut *tria* ... aut *decem*, aut *duodecim usque ad novemdecim*, aut *plura* stamina (classes *Monandria*, *Diandria*, *Triandria* ... *Decandria*, *Dodecandria*, *Icosandria*, *Polyandria*).

8. Plantae, quibus sunt ..., atque *unicum* stamen (*Monandria*), aut *unicum* pistillum habent, aut *duo* (*Monogynia* aut *Digynia*).

Hae

Hae octo enunciationes solam declarant divisionem cujuslibet primi membri antecedentis enunciationis. Quod si autem reliqua membra eadem ratione divisa fuerint, atque ita subdivisionum series fuerint completae, omnia corpora in suas classes, ordines, genera et species collocata atque in justum ordinem redacta erunt. Veluti si in *septima* enunciatione postremum membrum dividimus, duae oriuntur classes.

Plantae, quibus ... longitudinis, atque quibus viginti aut plura sunt stamina, habent stamina et *calyci inserta* (*Icosandria*), aut *ipsi non inserta* (*Polyandria*).

Ad hanc divisionem animadvertendum videtur:

1. Si excipimus *septimam* enunciationem, ubi divisionis fundamentum est numerus staminum, divisio ubique est *dichotomia*.

2. Quoniam natura flores, quibus *undecim* sunt stamina non connata (1), procreare non videtur, id membrum, quod hunc staminum numerum declarat, in enunciatione septima omissum est. Exemplum hujus generis etiam praebet

(1) Memorabile est, in solo genere Brownea, quod est e classe *Monadelphia*, reperiri 11 stamina.

bet enunciatio *octava*, quoniam flores, qui sunt e classe *Monandria* non plura quam duo pistilla habent.

3. Fundamentum divisionis admodum diversum est. In prima enunciatione desumitur ab *organis*; in secunda a *sensu et libero motu*; in tertia a *visibilitate florum*; in quarta, a *loco relativo staminum et pistillorum*; in quinta, a *concrescentia staminum et pistillorum*; in sexta, a *longitudine relativa staminum*; in septima, a *numero staminum*; in octava, a *numero pistillorum*. Haec autem omnia divisionis fundamenta talia sunt, ut oculorum judicio subjici possint, idque non sine ratione. Nam quae aliis sensibus percipiuntur notae, non sunt ita perspicuae et definitae, ut ad genera et formas distinguendas commode adhiberi possint.

4. Omnis divisio, quae his enunciationibus disjunctis declaratur, naturae testimonio nititur: quare inquirendum est, an natura singulas confirmet. Nam quamvis divisio dichotomia v. c. corporum in *organica*, atque *non organica*, sit apodictica, tamen id non sufficit ad usum, si, quidnam sit corpus organicum, non ita est definitum, ut per ejus notionem semper distinguere possimus, utrum aliquod corpus sit organica-

ganicum nec ne. Duae sane priores divisiones, *corporum in organica et non organica*, atque *corporum organicorum in plantas atque animalia* (1), premuntur ea difficultate, omnibus fere divisionibus rerum naturalium communi, ut fines generum accurate definire non possimus, ita ut semper incerti simus, cujusnam speciei sint ea corpora, quae ad hos fines proxime adjacent (2). Sed accedit alia difficultas. Quam dici-

(1) Seneca ep. 58. ita dividit. *Corpora aut animam habent, aut ea carent; corpora, quae animam habent, aut sunt animalia, aut non sunt animalia. Placet enim satis, ait, et arbustis animam inesse. Itaque et vivere illa et mori dicimus.* (Confer. Cic. de Finibus V. 14.) Linnaeus (Phil. Bot. p. 88.) in eandem sententiam affirmat, *plantas aeque ac animalia vivere, idque probari earum ortu, nutritione, aetate, motu, propulsione morbo, morte, anatomia, organismo.*

(2) Linnaeus de consociatione animalium et plantarum ita judicat. „*Natura ipsa*, ait, *sociat et conjun-* „*git lapides et plantas, plantas et animalia; hoc fa-* „*ciendo non connectit perfectissimas plantas cum ani-* „*malibus maxime imperfectis dictis, sed imperfecta ani-* „*malia et imperfectas plantas combinat*, e. g. *Lernaeam* „*animalculum et Confervam Algam.*" In hac dictione vox *imperfecta* hoc sensu sumi videtur: *Conferva Alga, qua est planta, est planta maxime imperfecta*, id est omnium corporum, quae inter plantas referimus, minime eas habet notas, quas notione plantae complectimur. Sed id affirmantes, non aliud dicimus, nisi difficillimum esse, aut fie-

dicimus organorum actionem, ea efficitur principio interiore, cujus natura nobis prorsus incognita est, quodque etiam in nonnullis compositionibus inesse atque agere potest, quas inter corpora organica referre non solemus. Sensum autem et libertatem motus ex mutationibus externis solis concludimus, quas existimamus ex iis effici, quae tamen cum ex aliis etiam causis nasci possint, in his ab errore tuti non sumus. Nostri sensus et liberi motus nobis continuo conscii sumus.

5. Praedicatum *vix visibile* in tertia enunciatione nimis profecto vagum est. Indicat *Quantitatem intensivam*, suis finibus non accurate cir-

fieri non posse, ut per eas notas, quas statuimus in plantis, dignoscamus, utrum vere sit planta an animal. At vero voces, *perfectum et imperfectum esse*, sensu etiam magis absoluto aut objectivo usurpantur; ita ut spectent certam quandam progressionem praestantiae et dignitatis animalium et plantarum. Ad hanc progressionem animal ulterius progressum est, quam planta, quoniam ipsi sunt motus liber, vita animalis, sensus, quibus planta caret. Ut simia maxime accedat ad hominem, non tamen commode dicatur *imperfectissima* bestia. Conditio perfecta et imperfecta, quam spectat Linnaeus, ex definitione animalis et plantae, id est, ex arte pendet, sed ea, quae efficitur progressione quadam ad certam quandam praestantiam, a natura constituitur, ejusque terminos homo definire nequit,

circumscriptam, multique possunt esse flores, de quibus dubium sit, *utrum sint vix visibiles, nec ne.* Verum hoc incommodum commune est fere omnium divisionum, quarum fundamentum est *Quantitas quaedam*, sed majus etiam est in Quantitate *intensiva*, quam *extensiva.* Quod si in his ad minutissima descendere, atque non aurificis, sed Geometrae statera uti velimus, talia quaedam quaerere possimus. Num in rerum natura v. c. reperitur angulus rectus? num is unquam ab aliquo designatus fuit? Neque enim is solus est angulus obliquus, qui centesima, sed etiam qui centies millesima parte unius minuti, quae oculos prorsus effugit, major aut minor est angulo recto. Quare falsa potest esse enunciatio: *angulorum, qui apparent in rerum natura, aut arte aut natura facti, alii sunt recti, alii sunt obliqui.* Cum eam imaginem perfectam rectae lineae, quam postulat Geometria, designare non possimus, angulum rectum cogitare quidem, sed nullo instrumento repraesentare possumus. In Geometria hoc nullum parit incommodum, ubi enunciatio: *angulus est aut rectus, aut obliquus*, omnibus numeris perfecta est, quoniam non agitur de eo, quod sit, sed quod cogitari possit. Geometres, angulum rectum mente

se construens, hoc ipso demonstrat, *eum esse posse.* Neque etiam agitur de designando aut metiendo angulo per aliquod instrumentum, quod opus semper imperfectum esse debet, sed *de notione sola hujus anguli.* Quod huic notioni convenit, id arripit intelligentia ex imagine, quam praebet imaginatio aut sensus externus, atque ita in imaginibus id spectat, quod vere est (τὸ ὄν), (1). Quod idem dici nequit de enunciationibus et divisionibus, quae sola perceptione sensuum nituntur, atque cognoscendis et distinguendis rerum naturalium generibus et formis inserviunt. In his tamen quantitates tum extensivas tum intensivas, quasi populari quadam trutina ponderare solemus, adeo ut differentiam, quae ob parvitatem vix sensibus percipitur, pro nulla habeamus. (2)

6. Quod de tertia, idem fere de quinta enunciatione adfirmari potest, ubi fundamentum divisionis est *concrescentia staminum.* Haec enim concrescentia variis gradibus esse potest, ita ut in

(1) Confer. p. 74.

(2) Conferatur Locke: de Intellectu humano Lib. 3. C. 6. *de nominibus Substantiarum*, atque Leibnitsii, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, p. 263. seqq.

in nonnullis plantis dubium esse possit, utrum stamina concreta sint, nec ne. Sed majore difficultate premitur enunciatio *sexta*, quoniam in ea agitur *de certa proportione longitudinis staminum.* Quaeritur enim, quid sit *proportio certa.* Si proportio est incerta, aut dubia, metiendis staminibus certiorem eam reddere possumus. Si significatur proportio, aut potius *ratio Geometrica magis composita*, ubinam sunt fines seu limites, quibus ea, quae magis est composita, discernitur ab ea, quae minus est composita? Utrum in hac definienda *verae* longitudinis staminum habetur sola ratio, an etiam *apparentis?* Possunt enim esse alia stamina loco inferiore, alia loco superiore. Sed utcunque est, utamur eo divisionis fundamento. Ex divisione dichotomia prodeunt enunciationes: *Stamina horum florum aut inter se aequalia, aut inaequalia sunt. Stamina inaequalia aut certae proportionis longitudinem habent, aut non habent. Quae certae proportionis longitudinem habent aut talia sunt, ut duo semper breviora sint reliquis, aut non talia sunt.* Unde quatuor genera horum florum: *staminibus aequalibus; staminibus inaequalibus sine certa proportione longitudinis; staminibus inaequalibus, ita ut duo semper sint breviora reliquis; stami-*

minibus inaequalibus cum alia certa proportione longitudinis. Priora tria genera indicat divisio Linnaea, quartum genus praetermissum est. Quare haec divisio minus est accurata, si in rerum natura sunt flores hujus quarti generis, qui simul reliquas habent notas, quae enunciatione sexta declarantur. Quodsi ita est (quod Botanicorum sit judicium), melius fortasse fecerit Linnaeus, si quidem divisionis fundamentum, petitum ex illa proportione longitudinis, servare voluisset, transferendo hanc divisionem ad *Tetrandria* et *Hexandria*, tali quadam enunciatione proposita: *Tetrandria* et *Hexandria habent stamina duo breviora reliquis, aut non habent.* Systematis plantarum tum forent 22 classes, sed classes *Tetrandria* et *Hexandria* in duos novos ordines divisae essent.

Verum hic subsistamus. Nequaquam enim nobis propositum est, hanc Linnaei divisionem ad examen revocare, sed exemplo indicare, quid requiratur ad justam sphaerae notionis divisionem; quod exemplum eam ipsam ob causam ex Linnaei rerum naturalium divisionibus sumsimus, quoniam hic vir praestantissimus in hisce definiendis atque dividendis praeclare eminet.

Systematica talis divisio rerum hoc etiam incom-

commodo, ut jam monuimus, laborat, quod nobis desunt vocabula propria classium, ordinum, generum et formarum (1). Ergo aut nova vocabula sunt creanda, aut vocabula usitata illa quidem, sed quibus vulgaris usus alium tribuit sensum, quam quem systema postulat, mutata significatione adhibenda sunt, quod utrumque faciunt Historiae Naturalis scriptores; aut multis Adjectivis describendae sunt classes, ordines, genera et species, ut nos fecimus (2).

Facilior est divisio Quantorum Mathematicorum, quoniam in ipsis non quaeritur, quid sit in rerum natura, sed quid esse, quid fieri, quid imaginatione fingi, atque intelligentia componi aut decomponi possit, veluti:

1. *Ens* aut simplex est, aut compositum.
2. *Ens compositum* aut *Quantum* est, aut non est *Quantum*.
3. *Quantum* est aut extensum, aut non extensum.
4. *Quantum extensum* aut est Geometricum, aut non est Geometricum.
5. *Quantum Geometricum* aut est figura, aut non est figura.

6. Fi-

(1) Confer. p. 375.
(2) p. 388.

6. *Figura* aut tota est in eodem plano (est plana), aut in diversis planis.

7. *Figura plana* est aut rectilinea, aut curvilinea, aut partim rectilinea, partim curvilinea.

8. *Figura plana rectilinea* inclusa est aut tribus rectis lineis (Triangulum rectilineum), aut quatuor (Quadrilaterum rectilineum planum), aut pluribus, quam quatuor rectis (Polygonum rectilineum planum).

9. *Triangulum rectilineum* est aut rectangulum, aut obliquangulum.

10. *Triangulum rectilineum obliquangulum* est aut acutangulum, aut obtusangulum.

Aut, si fundamentum divisionis est aequalitas laterum,

Triangulum est aequicrurum, aut non est aequicrurum (Scalenum).

Triangulum aequicrurum est aut aequilaterum, aut non est aequilaterum.

11. *Quadrilaterum planum rectilineum* est, aut Parallelogrammum, aut Trapezium.

12. *Trapezium* est aut parallelum, aut non est parallelum.

13. *Trapezium parallelum* est aut rectangulum, aut obliquangulum.

14. *Tra-*

14. *Trapezium parallelum obliquangulum* duo latera opposita, quae non sunt parallela, aut aequalia habet, aut inaequalia.

15. *Parallelogrammum* est aut rectangulum, aut obliquangulum.

16. *Parallelogrammum rectangulum* aut est Quadratum, aut non est Quadratum (Oblongum).

17. *Parallelogrammum obliquangulum* aut quatuor latera aequalia habet (Rhombus), aut inaequalia habet(Rhomboïdes).

18. *Polygonum planum rectilineum* est aut regulare, aut non regulare.

19. *Polygoni plani regularis* numerus laterum aut par est, aut impar est.

Hisce enunciationibus 8–19 fere *divisionem figurae planae rectilineae*, absolvimus. Non ita absolvitur *divisio figurae planae curvilineae*, quae aut una curva, aut pluribus curvis comprehenditur; inprimis divisio figurae planae, quae est partim curvilinea, partim rectilinea. Tanta enim earum est diversitas, ut series generum et formarum repraesentari nequeat, aut si possit, ea parvae foret utilitatis.

Curvae lineae divisio hoc fere modo institui potest:

1, *Cur-*

1. *Curva linea* est aut Mathematica, aut non est Mathematica.

Curva linea est aut simplicis, aut duplicis curvaturae (aut plana est, aut non est plana).

2. *Curva linea plana Mathematica* est aut Algebraica, aut Transscendens.

3. *Curva linea plana Algebraica* repraesentatur duabus seriebus Coördinatarum, in quibus convenientium terminorum relatio indicatur aequatione Algebraica secundae tertiae, quartae, aut majoris potestatis — vel haec curva est primae, secundae, tertiae aut majoris classis.

4. *Curva linea plana Algebraica primae classis* est aut elliptica, aut parabolica, aut hyperbolica.

5. *Curva elliptica* aut habet axes aequales (est arcus vel peripheria circuli) aut inaequales.

6. *Curva hyperbolica* aut habet aequales axes (est hyperbola aequilatera), aut inaequales.

In dividendis curvis secundae et tertiae classis, non longe progredi possumus. *Eulerus*, sumtis lineis Assymtotis pro fundamento divisionis, secundae classis curvarum ponit 14, atque tertiae classis 146 species; quas tamen ob longiorem

laborem non amplius investigavit. Neque etiam curvae Mathematicae *duplicis curvaturae*, atque *transscendentes* in genera et species plene dividi possunt, quoniam immensus est illarum campus, cujus exigua pars investigata est.

Aliarum enunciationum disjunctarum, quae ex divisione prodeunt, hujusmodi exempla sunt.

Duae directiones aut sunt in eodem plano aut in diversis planis.

Duae directiones, quae sunt in eodem plano, aut nullum, aut unum tantum punctum commune habent; id est, *lineae rectae, quibus repraesentantur, aut parallelae sunt, aut angulum faciunt.*

Etenim si duo et plura puncta sunt ipsis communia, non duae sunt directiones, sed est una sola directio.

Duae directiones, quae in eodem sunt plano, atque unum punctum commune habent, inter se differunt aut angulo recto, aut plus minusve quam angulo recto.

Notas autem internas notionis *directionis* definire et distinguere non possumus. Neque etiam ulla est hujus notionis divisio, si ejus fundamentum non est nota relativa; ut nos ipsi divisionem instituimus ad rationem, quae est inter duas directiones. Tres autem pluresve directiones, quae

quae sunt in diversis planis, atque in unum punctum coëunt, efficiunt relationem directionum, quam Geometrae *angulum solidum* seu *corporeum* appellare solent, cujus relationis sphaera secundum directionum numerum dividitur.

Parabolae vulgares sola parametri magnitudine inter se differunt, sed *Ellipses* et *Hyperbolae* etiam ratione, quae est inter majorem et minorem axem, ita ut illae curvae sint ejusdem formae, in quibus haec ratio est eadem. Quare Ellipsis atque Hypérbola subdividi possunt, veluti per dichotomiam: *Axes aut inaequales aut aequales habent.* Posterioris formae est *Circulus* atque *Hyperbola aequilatera*, quae curvarum genera cum sola magnitudine differant, secundum notam internam subdividi nequeunt. Quod idem dicendum est de *Parabola vulgari.*

In *Arithmetica* saepe divisione utimur. Ita *numeri integri* ipsi infinitis modis dividi possunt, fundamento divisionis petito ab ipsa eorum divisione per numerum integrum, veluti:

1. Si divisio fit per *duo*, duae oriuntur formae, quae possunt repraesentari formulis $2n$ atque $2n+1$; ubi n est quilibet numerus integer, atque etiam *nullus* esse potest. Haec est divisio numerorum in *pares* atque *impares*, celebris

apud

apud veteres. Si divisio fit per decem, decem sunt formae, $10n$, $10n+1$, $10n+2$ ... $10n+9$, quae divisio suppeditat *systema decadicum*.

Veritas harum divisionum continuo atque per se patet. Sunt autem aliae divisiones, quarum veritas nititur propositionibus Arithmeticis demonstratis, veluti:

2. Numeri Quadrati integri tribus modis in duas formas dividi possunt,

$2n$, $2n+1$,
$3n$, $3n+1$,
$4n$, $4n+1$,

duobus modis in tres formas,

$5n$, $5n+1$, $5n+4$,
$8n$, $8n+1$, $8n+4$,

quinque modis in quatuor formas,

$6n$, $6n+1$, $6n+3$, $6n+4$,
$7n$, $7n+1$, $7n+2$, $7n+4$,
$9n$, $9n+1$, $9n+4$, $9n+7$,
$12n$, $12n+1$, $12n+4$, $12n+9$,
$16n$, $16n+1$, $16n+4$, $16n+9$,

Non enim sunt numeri Quadrati integri formarum, $3n+2$, $4n+2$, $4n+3$, caet.

3. Ita etiam numeri Cubici quatuor modis in tres formas distribui possunt:

$3n$, $3n+1$, $3n+2$,
$4n$, $4n+1$, $4n+3$,
$7n$, $7n+1$, $7n+6$,
$9n$, $9n+1$, $9n+8$.

Veritas igitur ejusmodi divisionum demonstranda est, ex qua sequuntur enunciationes disjunctae, quae in disciplina magnae possunt esse utilitatis. Nam quamquam enunciatio disjuncta: *Omnes numeri Cubici, post divisionem per 9, aut nullum habent numerum residuum, aut 1, aut 2, aut 3 ... aut 8*, per se non est falsa, tamen vitiosa est in eo, quod ipsi insunt membra supervacanea, *quae efficiunt, ut ipsa enunciatio nullius sit usus.* Sed enunciatio: *omnes numeri Cubici, post divisionem per 9, aut nullum habent numerum residuum aut 1, aut 8*, magni est usus, quoniam docet, non posse esse numerum Cubicum, quo diviso per novem, restent 2, 3, 4, 5, 6 aut 7 unitates.

Logica multas nobis suppeditat divisiones, quarum exempla reperiuntur in iis, quae explicavimus; veluti divisio *notionum* (p. 55.), *notarum* (p. 56.), *enunciationum* (p. 81.), *enunciationum Categoricarum* p. 88., *Orationis*

(par-

(partes) p. 113., *conjunctionum* (p. 120.), *Syllogismorum Categoricorum* p. 240 seqq., *Soritum* p. 337. caet.

In omnibus disciplinis notiones causae et effectus, principii et consequentis, multa praebent divisionis fundamenta. Ita *effectus* dividuntur secundum causas efficientes, veluti: *motus in spatio est vel simplex vel compositus; Vires moventes machinarum*, quae maxime in usu sunt, *aut hominum sunt, aut bestiarum, aut aquae motae, aut venti, aut ponderum, aut vaporis*, caet. Stoici dividebant perturbationes animi ex opinione, qua fiunt (1). Rursus *causae* dividuntur secundum effectus, quos producunt, ut: *vis est aut attrahens*, aut *repellens. Corpora aut boni, aut mali sunt conductores vel caloris, vel luminis, vel electricitatis, vel galvanismi* — quae tamen divisio, propter diversos facultatis conductricis gradus, magnopere est imperfecta.

Saepe *attributum* dividitur secundum *substantias* aut *res*, quibus inest. Ita *magnitudo Geometrica est aut anguli, aut lineae, aut figurae, aut corporis. Motus corporum est aut firmorum, aut liquidorum, aut aëriformium; aut ejus, quod ex his compositum est.*

Nul-

(1) Tusc. Disp. IV. 7.

Nulla est disciplina, quae tam diversis divisionis fundamentis utatur, quam *Historia Naturalis*, cujus jam exempla dedimus. Ita folia dividuntur ratione loci, quem occupant, situs, directionis, figurae, qualitatis superficiei, marginis, ratione durationis, compositionis, caet. Quod autem Linnaeus (1) de Botanica affirmat: *filum Ariadneum Botanices est systema*, (divisio in genera et formas) *sine quo Chaos est res herbaria*, idem de qualibet disciplina affirmari potest.

Animadv. Magna intercedit similitudo inter divisionem generis, atque inter *divisionem verbi*, quae est enumeratio diversarum significationum, quas sermonis usus verbo tribuit. Etenim ut sua cuilibet notioni, ita etiam sua cuilibet verbo est sphaera, id est summa significationum; quare eaedem fere sunt leges divisionis generis atque verbi. Exempla hujusmodi divisionis sunt: *Distantia est aut puncti, aut rectae lineae, aut plani. Distantia puncti est aut a puncto, aut a recta linea, aut a plano. Distantia rectae lineae est aut a puncto, aut ab alia recta parallela, aut a plano, quod ipsi parallelum est. Distantia plani est aut a puncto, aut a recta linea, ipsi plano*

(1) Philosoph. Botanica p. 98.

ae parallela. Aliae distantiae ad has reducuntur. Ita *distantia corporis a puncto*, quod etiam dicitur, est distantia centri magnitudinis aut gravitatis corporis a puncto, atque igitur est distantia puncti a puncto. Ita etiam distantiae, quae *angulares* dicuntur, quales sunt *distantia apparens*, atque in superficie sphaerae, *distantia puncti a puncto*, *a circulo*, caet. Universe omnes Geometricae distantiae ultimo loco referuntur ad illud intervallum, quod est inter duo puncta.

§. 72. *De declaratione, atque de definitione notionis.*

Ut *partes sphaerae* notionis *n* per enunciationem disjunctam, ita *argumentum* ejus per enunciationem Categoricam indicari solet, quae *declaratio notionis* dici potest, hujusque est formae: *Quodlibet N est* (aut habet notas) *a*, *b*, *c*, *d* . . .; ubi subjectum N est res, quae notione *n* intelligitur; a, b, c, d . . . sunt notae hujus notionis. Cum autem haec declaratio aut omnes aut nonnullas, aut necessarias aut fortuitas, aut internas aut externas designare possit notas, variae sunt ejus virtutes et genera. Verum inter haec diversa declarationum genera illud inter omnia excellit, atque no-

nobis hoc loco inprimis spectandum est, quod celebratum est nomine *definitionis*. Hujus virtus est, ut neque plures, neque pauciores, neque alias declaret notas, quam quae sufficiant, ut notio ab omnibus aliis notionibus, atque res, hac notione cogitatae, ab omnibus aliis rebus dignoscantur atque secernantur. Si definitio declarat notas *constituentes*, id est eas, quae naturam aut essentiam rei efficiunt, atque ex quibus alia ejus attributa consequuntur, *definitio essentialis* dici potest, quales oportet esse definitiones Mathematicas. Si autem has notas non continet, *accidentalis* appelletur. His definitionibus accidentalibus utitur Historia Naturalis in definiendis generibus et formis Mineralium, Plantarum et Animalium, neque profitetur, se notas essentiales esse exhibituram; quod etiamsi possit, non velit. Neque etiam in iis refert, utrum notae *externae* sint, an *internae*. Sufficit, si aptae sunt ad genera et formas dignoscenda, atque suum cuilibet rei locum designandum.

 §. 73.

§. 73. *Quas partes habeat definitio in perficienda cognitione humana.*

Quamlibet rem per notionem *cogitamus*, quae est summa notarum, quas rei tribuimus; *cognoscimus* rem, si ejus notae nobis sunt perceptae et cognitae. Quare cogitatio rei fit cognitio, si haec notio eas continet notas, quae vere rei sunt tribuendae, quae cognitio eo uberior est, quo major est notarum numerus. Quocirca haec rei cognitio duo requirit: primum, ut dilucide atque distincte menti appareat notionis argumentum, atque ut notio cum re, cujus est notio, consentiat. Prius declaratur *definitione*, posterius *demonstratione*; quae utraque ut adjuvat ea, quae rerum et cogitationum constituunt ordinem, ita maxime iis adjuvatur. Ordo ipse cogitatorum et rerum eo magis necessarius est in actionibus intelligentiae humanae, quod per limites, quibus conscripta est cognoscendi facultas, multa simul dilucide et distincte animo adesse nequeunt. Quae enim fortius animum movent, et majore luce splendent, ea caetera debilitare, iisque tenebras obducere solent. Quare etiam ad rem perspiciendam atque investigandam opus est animi attentione, id est, tollenda sunt quaecunque ad rem

non

non pertinent, ut rei cogitatio non impediatur. Sine hac attentione animi nulla est notionum formatio.

Ex his patet, cognitionem humanam eo magis esse perfectam, quo magis perfectae sunt definitiones rerum, demonstrationes, divisiones, series generum et formarum, principiorum et consequentium, causarum et effectuum, quae cogitationum perspicuitatem, veritatem, ordinem, atque nexum, declarant (1). Quare, quo perfectiora haec fuerint in aliqua disciplina, eo perfectior erit ipsa, atque scientiae nomine dignior. Has scientiae virtutes, quas docet *Logica* seu *Dialectica*, optime describit Cicero (2), exemplo desumto a juris scientia: „Sic existimo," ait, „juris civilis magnum *usum* et „apud Scaevolam et apud multos fuisse: *artem* in hoc uno (Scaevola): quod nunquam „effecisset ipsius juris scientia, nisi eam praeterea didicisset artem, quae doceret rem universam tribuere in partes, latentem explicare „definiendo, obscuram explanare interpretando: ambigua primum videre, deinde distinguere, postremo habere regulam, qua vera „et

(1) Confer. p. 367. seqq.

(2) Brutus 41.

„ et falsa judicarentur, et quae quibus positis
„ essent, quaeque non essent consequentia.
„ Hic enim attulit hanc artem omnium artium
„ maximam, quasi lucem, ad ea, quae confuse
„ ab aliis aut respondebantur, aut agebantur.
„ *Dialecticam* mihi videris dicere, inquit. Rec-
„ te intelligis," caet.

§. 74. *De notionibus claris, distinctis, adaequatis, et simplicibus.*

Definitio notionem seu rei cogitationem magis perspicuam reddit. Verumtamen, ut ipsius definitionis, ita etiam perspicuitatis notionis diversi sunt gradus, qui etiam diversis nominibus a Logicis appellari solent. Ac primum quidem notio *clara* dicitur, si per ipsam res, quas indicat, ab omnibus aliis rebus discerni possunt; *obscura* autem, si non possunt. Nobis clara est notio coloris viridis, si eum ab omnibus aliis coloribus dignoscere possumus. Notio autem *distincta* est, si per ipsam res, quas indicat, atque notas, quas continet, inter se, alias ab aliis, discernere possumus. Quocirca dupliciter distincta esse potest; aut *extensive*, si haec distinctio ad res, notione cogitatas, *intensive*, si ad notas notionis, id est ad notas communes harum rerum,

refertur. Prior virtus spectat notionis sphaeram, eaque *divisione;* posterior spectat argumentum, eaque *definitione* adjuvatur et declaratur.

Ut autem clarae, ita distinctae notionis plures sunt gradus. Sit *n* notio; *a*, *b*, *c*, *d*, ... ejus notae; *A*, *B*, *C*, *D*, ... partes ejus sphaerae; N quaelibet res, quae hac notione cogitatur. His positis, notio eo magis est *clara*, quo plura sunt rerum genera, a quibus discernitur N. *Omnibus numeris clara est*, si per eam N ab omnibus aliis rebus dignoscitur. Quaecunque notio non omnibus numeris clara est, ea ex parte *obscura* est. Est eo magis *distincta extensive*, quo magis distincte percipiuntur A, B, C, D ...; *intensive* autem, quo magis distinctae a se invicem cogitantur notae *a*, *b*, *c*, *d* ... In hac autem distinctione usque progredi possumus, cogitando partes ipsarum A, B, C, D ... atque notas notarum *a*, *b*, *c*, *d;* cujus progressionis fines naturales constituunt *notiones simplices*, atque *res singulares.* Quod si ita notio ad summum perspicuitatis gradum pervenerit, *adaequata* dicitur. Quare summa intelligentia dicitur habere omnes notiones adaequatas.

Definitio est *decompositio* notionis in suas notas, opposita *compositioni* notionis ex notis.

tis. Sed sunt notiones, quas decomponere non possumus, quae propterea *simplices* vocantur, quoniam ex una sola nota interna consistere videntur. Hujus generis sunt, quae ex externa perceptione prodeunt, ut *colores*, *soni simplices*, *tactus*, *gustus*, *odoratus*, aut ex interna perceptione, ut notiones *ego*, *esse*, *agere*, aut ex abstractione, unde notio *aliquid*, quod est summum rerum genus (1). Sed inter philosophos non convenit, quaenam vere habendae sint notiones simplices (2). Quae vere sunt simplices, eae omnes sunt *possibiles*, quoniam in ipsis nulla potest esse repugnantia. Possunt esse *distinctae* illae quidem, sed extensive, non intensive. Sphaera earum potest esse maxima, qualis est sphaera notionis *Aliquid*. Non habent notas internas

(1) Confer. p. 369.

(2) Vide inprimis Lamberti Organon p. 453–523., qui decem enumerat, quae sunt: *conscientia*, *exsistentia*, *unitas*, *duratio*, *successio*, *velle*, *soliditas*, *extensio*, *motus*, *vis*. Confer. Locke de intellectu humano, Lib. II. C. 5, 6, 7, 8. Lib. III. C. 4. Leibnitzius autem maximam partem earum, quae simplices appellantur, pro compositis habet, ignorantiaeque nostrae maluit causam esse, quod simplices videantur. (*Nouveaux essais sur l'entendement humain* p. 128. 255. seqq.). In eandem fere sententiam disputat Fries *System der Logica* p. 292. seqq.

nas communes, quamvis multae rebus possint esse communes notae externae seu relativae.

Ex his sequitur, si in distinguendis notis notarum usque ad simplices notiones progressi sumus, ad summum nos gradum notionis intensive distinctae, ad quam intelligentia humana pervenire potest, pervenisse. Possunt autem notiones simplices declarari per notas externas seu relativas, ut v. c. *Directio est relatio inter puncta, qua definitur forma Quantorum Geometricorum; distantia est relatio inter puncta, qua definitur magnitudo Quantorum Geometricorum. Punctum est terminus lineae atque in quo duae lineae, aut tria plana se secant.*

Animadv. Est aliqua convenientia inter primas veritates seu principia, atque notiones simplices. Etenim ut, proposita serie enunciationum α, β, $\gamma \ldots \mu$, cujus terminus quisque antecedens sequitur ex termino consequente, aut ex pluribus terminis consequentibus, tandem pervenitur ad enunciationem μ, quae, cum sit principium, per se est vera, neque ex alia enunciatione sequitur (1), ita etiam, si eadem series repraesentat notiones, quarum quaelibet antecedens illustratur et definitur per

(1) Confer. p. [illegible] seqq.

per consequentem, tandem pervenitur ad notionem, quae simplex est, sua luce fulget atque reliquas collustrat.

§. 75. *Definitiones, quae duas notas declarant, notam generis atque differentiam speciei.*

Cum cujusque definitionis sit, ita proponere subjectum, ut id ab omnibus aliis rebus dignoscatur, sequitur, omnes in definitione declarandas esse subjecti notas, quae in nullam aliam rem simul cadere possunt. Nam, si vel una sola nota omittitur, quae ex notis declaratis non sequitur, non dignoscitur subjectum ab alio, cui, praeter hanc notam omissam, reliquae omnes sunt cum ipsa communes. Potest autem numerus notarum, quas ita declarari oportet, tantus esse, ut definitio fiat tractatio rei, aut tot notarum enumeratio, ut difficile sit, eas omnes simul animo complecti. Definitio autem, quae mentem in suis actionibus adjuvet, *brevis* esse debet, quantum quidem id, salvis reliquis virtutibus, fieri potest.

Haec tamen evanescit difficultas, brevisque esse, atque simul suo officio fungi potest definitio, si is adest notionum ordo, qui per ge-

ne-

nerum et formarum seriem exprimitur. Tum enim ad definiendam speciem duae notae sufficiunt, ex quibus prior est *notio proximi generis*, posterior *differentia speciei* (1), veluti:

A. *Ens* vel *Aliquid* est, quodcunque aut sensibus percipi, aut saltem imaginatione fingi intelligentiave cogitari potest (*A* est *a*).

B. *Ens compositum* est Ens, quod diversa continet (*B* est A, quod est *b*).

C. *Quantum* est Ens compositum, quod continet ea, quae sunt ejusdem generis (*C* est *B*, quod est *c*).

D. *Quantum extensum* est Quantum, cujus partes dantur spatio (*D* est *C*, quod est *d*).

E. *Quantum Geometricum* est Quantum extensum, cujus partes dantur spatio solo (*E* est *D* quod est *e*).

F. *Superficies* est Quantum Geometricum, cui duae sunt dimensiones (*F* est *E*, quod est *f*);

atque ita deinceps, nota speciei notae generis addita. (2)

Pri-

(1) Confer. p. 368. seqq.

(2) Confer. p. 370. seqq.

Prima definitio, cum sit *simplicis notionis*, non notas internas indicat, sed id, quod ad notionis sphaeram, originem et ortum refertur. Est tamen definitio, quoniam ea discernimus id ipsum *Aliquid* ab eo, quod *nihil* est, aut quod repugnat.

Animadv. 1. Si notiones non sunt dispositae juxta seriem generum et formarum, atque igitur generibus non sunt sua et propria nomina Substantiva, is terminus, qui plurimum a summo genere, quod est *Ens*, distat, multis notis est definiendus. Quod tamen non ita est accipiendum, ac si in definiendo v. c. *Quadrato* (1) omnes notas antecedentes a, b, c ... m cum differentia speciei n exprimere tum debeat definitio. Etenim sunt inter ipsas, quae ex reliquis consequuntur: quibus omissis, definitio Quadrati fere hujusmodi est.

Quadratum est aliquid compositum ex partibus ejusdem generis, quae solo dantur spatio, circumscriptum quatuor rectis lineis aequalibus, cujus etiam anguli aequales sunt.

Animadv. 2. Si fundamenta divisionis mutantur, mutatur etiam series generum, atque definitio rei, quae in hac serie collocanda est; ex qua mutatione oritur v. c. varietas Systematum in Historia Naturali. Ita duplici modo Quadratum definire possumus, vel ut sit *figura regularis quatuor lineis rectis cir-*

(1) Confer. p. 370.

circumscripta, vel ut sit *Quadrilaterum rectilineum regulare* (1). Quare Leibnitzius (2): „Saepe „ in definitione, ait, genus potest mutari in diffe- „ rentiam speciei, atque haec differentia in genus. „ In definitione: *Homo est animal, ratione praedi-* „ *tum; animal* est genus, *ratione praeditum esse*, „ est differentia speciei. Sed si dicitur: *homo est* „ *substantia rationalis, animalis; ratio* constituit „ genus, *animal* differentiam speciei."

Hujus mutationis respectu, series generum et formarum atque definitiones sunt *arbitrariae*, quoniam notas *a*, *b*, *c*, *d*, *e* ... diversis modis conjungere possumus. Sed haec ratio arbitraria solummodo refertur ad ordinem notarum, non ad notas ipsas, quae ad libitum nequaquam fingi aut mutari debent. Notio ipsa rei mutari potest, aut quod res ipsa, ut est in Physicis rebus, mutatur, aut quod cognitio nostra rei mutatur. Sed in primis mutabilis est vis et potestas vocabulorum, quibus notiones designamus. Neque tamen accurate dictum est, quod profert Locke (3): *ea, quae sunt universalia et generalia non pertinent ad exsistentiam rerum, sed sunt opus intelligentiae*, ad quod optime respondet Leibnitzius (4). „ Haec universalitas consistit in simi- „ li-

(1) Confer. p. 371.

(2) Nouv. Essais Lib. III. 3. p. 249.

(3) Essay concerning human understanding. III. 3.

(4) Nouv. Ess. Lib. III. 3. p. 250. seqq. Confer. inprimis p. 268. seqq.

„ litudine, quae est inter individua, atque haec
„ similitudo vere est (est realitas). Si homines
„ nominibus, quibus designant genus et formas,
„ differunt, res tamen ipsae earumque similitudi-
„ nes non mutantur. Etiamsi ex signis externis
„ non possimus semper accurate judicare de simili-
„ tudine rerum internarum, haec tamen similitudo
„ sine dubio est in natura. Nullum est signum aut
„ phaenomenon externum, quod non pendeat aut
„ prodeat ex aliqua constitutione interna. Quae-
„ cunque vere distinguimus aut comparamus, na-
„ tura etiam distinguit, aut efficit, ut conveniant;
„ quamvis habeat distinctiones et comparationes,
„ quas non cognoscamus, quaeque meliores sint
„ nostris. Quare magna cura et experientia opus
„ est, ut ea definiantur genera et formae, quae
„ satis naturae conveniant," caet.

Animadv. 3. In his igitur divisionibus atque definitionibus rerum sedulo curandum est, ut prorsus consentiant cum iis, quae natura ipsa harum rerum docet. Nam si ad opinionem, natura non confirmatam, finguntur, cognitioni rerum maxime nocent, multisque erroribus viam aperiunt. In hoc vitium incidunt, qui convenienter sententiae dubiae aut falsae, quam amplectuntur, genus aliquod rerum definiunt, atque igitur coguntur species ita definire, ut cum hoc genere conspirent. Veluti *Stoici* existimabant, omnem perturbationem animi fieri opinione boni et mali; quare hanc notam omnibus etiam perturbationis generibus,

bus, aegritudini, laetitiae, metui et libidini tribuebant. De quo Cicero: „omnes, ait, perturbationes Stoici judicio censent fieri et opinione. Ita eas definiunt pressius, ut intelligatur, non modo, quam vitiosae, sed etiam, quam in nostra sint potestate. Est igitur aegritudo opinio recens mali praesentis, in quo demitti contrahique animo rectum esse videatur; laetitia, opinio recens boni praesentis, in quo efferri rectum esse videatur," caet. (1). Quasi fieri non possit, ut aegritudine quisquam afficiatur, nisi ipsi persuasum sit, demitti contrahique animo rectum esse. Tantum abest, ut id rectum esse existiment semper illi, qui aegritudine afficiantur, ut multi reperiantur, quibus, quanquam sunt in magna demissione et contractione animi, tamen persuasum sit, esse rectum et magnanimi fortisque viri, non demitti contrahique animo.

Animadv. 4. Si res individua definienda est adhibitis generibus et formis, indicanda est species, ad quam pertineat, quantum id fieri potest atque utile est, infima, additis notis, quibus ab aliis ejusdem speciei rebus distinguatur. Quod facile fit notis externis, in primis iis, quae a spatio et tempore desumtae sunt, v. c. *haec est illa quercus, quae est in agro P regionis Q.* Locus, quem in hoc agro occupat, rationibus Geometricis, si id necesse sit, de-

(1) Tusc. Disp. IV. 7.

definiri potest, veluti distantia a tribus punctis cognitis, aut latitudine et longitudine loci. Hoc tanquam exemplum proposuimus, ex quo pateat, *quodlibet Individuum ita notis externis posse definiri, ut nulla cum alia re confundatur;* quibus etiam notis externis uti solemus, ad aliis indicandum, quo loco aliquid inter res ejusdem generis reperiri possit. Potest etiam fieri, ut Individuum aliquod paucis notis secernatur ab omnibus aliis; quod fit, si solum est in aliquo genere, v. c. *Deus*, *Mundus*, aut si ex aliquo genere solum est id, quod nobis cognitum est. Si dicitur: *Deus est omnipotens*, aut *Deus est prima causa omnium rerum*, haec definitio non rejicienda est, quoniam unus solus potest esse omnipotens, atque una sola causa prima omnium rerum. Quod igitur a nonnullis Logicis affirmatur: *definitionem tantum pertinere ad ideas universales, id est ad formas et genera, quia individuorum natura nec pervestigari possit, nec ejusmodi significari praedicato, quod non etiam in aliud quoddam individuum cadere possit* ... id non prorsus verum est.

§. 76. *Definitio sit adaequata.*

Multum autem abest, ut omnes definitiones rerum tales sint atque esse possint, ut Subjectum definiendum per terminum definientem, id est

est per praedicatum, ab omnibus aliis secernatur atque dignoscatur, aut ut series generum et formarum ita plene sint confectae, ut quaelibet notio sit aliquis earum terminus. Id enim ut fiat, requiritur perfectior rerum cognitio, quam homo possidet, aut unquam acquirere potest. In omni autem disciplina accurata perfectae cujusdam et absolutae cognitionis exemplar nobis animo proponimus, ad quod, quantum licet, accedere conamur, atque cum divisio et definitio rerum non minimas partes ejusmodi cognitionis contineant, in iis constituendis etiam ad hoc exemplar respiciendum est. Quare considerandum est, quaenam sint universe definitionis perfectae virtutes, ad quas ponderare possimus eas, quae ex imperfecta rerum cognitione proficiscuntur.

Prima definitionis virtus haec est, ut sit *adaequata*, id est, ut praedicatum, quod ad sphaeram notionis, neque plura, neque minora, neque alia complectatur, quam quae definiendo insint subjecto. Si plura designat, *justo latius* est, atque genus aliquod rei, non rem ipsam, declarat; si minora, *justo angustius est*, atque speciem aliquam rei indicat. Quare definitio debet esse enunciatio Categorica *reciprocabilis*, aut cujus subjectum et praedicatum sunt notiones *re-*

ciprocae (1). Hinc Logicorum praecepta: *Definitio neque sit latior neque angustior suo Definito; Definitio totum Definitum exhauriat; Definitio soli Definito conveniat* (2).

Id autem, ex quo tanquam experimento patet, definitionem esse *adaequatam*, in eo consistit, ut, quemadmodum omnis enunciatio Categorica reciprocabilis, ita *Definitio converti et contraponi possit simpliciter* (3).

Si Definitio contraponi potest, praedicatum non est justo angustius, veluti: *Omne Quadratum est Parallelogrammum rectangulum*; quoniam contraposita: *Quodcumque non est Parallelogrammum rectangulum, non est Quadratum*, vera est.

Si Definitio converti potest, praedicatum non est justo latius, veluti: *Omne Quadratum est Quadrilaterum regulare*, quoniam conversa: *Omne Quadrilaterum regulare est Quadratum*, vera est.

Si

(1) Confer. p. 199.

(2) In his formulis *Definitum* et *Definitio* significant ea, quae nos appellavimus *Subjectum* et *Praedicatum Definitionis*. Aristotelici enim atque multi recentiores, *definitiones* universales non ad enunciationes sed ad *notiones* referunt, ita ut *definitio* significet definitam notionem rei, *definitum* autem rem ipsam.

(3) Confer. p. 284.

Si Definitio contraponi, sed non converti potest, praedicatum justo latius est. Quare enunciatio: *Omne Quadratum est Parallelogrammum rectangulum*, *vera* quidem est, sed est *definitio vitiosa*, quoniam falsum est, *omnia Parallelogramma rectangula esse Quadrata.* Talis etiam est definitio: *linea circularis est linea, cujus omnia puncta aeque distant ab alio puncto.* Nam si vera esset enunciatio: *cujus lineae omnia puncta aeque distant ab aliquo puncto, haec circularis est*, quaelibet linea in superficie globi ducta circularis foret.

Si definitio converti, sed non contraponi potest, praedicatum est justo angustius, atque definitio non solum est vitiosa, sed etiam est *enunciatio falsa*, veluti: *Omnia Parallelogramma rectangula sunt Quadrata.*

Animadv. Quomodo ad definitionem *adaequatam* perveniatur, nos docet Cicero exemplo ad rem accommodato (1): „ Veteres sic praecipiunt: cum „ sumseris ea, quae sunt ei rei, quam definire „ ve-

(1) Topica V. Modus, quo Cicero illustrat naturam definitionis, melior est, quam definitio ipsa definitionis, quae proponitur de Orat. II. 25. *In definitionibus hoc praecipit ratio ac doctrina, ut vis ejus rei, quam definias, sic exprimatur, ut neque absit quidquam, neque supersit;* quod praeceptum tam vagum est, ut nihil fere doceat.

„ velis, cum aliis communia, usque eo persequi, „ dum proprium efficiatur, quod nullam in aliam „ rem transferri possit. Ut hoc, Hereditas est „ pecunia. Commune adhuc. Multa enim genera „ sunt pecuniae. Adde, quod sequitur: quae „ morte alicujus ad quempiam pervenit. Nondum „ est definitio. Multis enim modis sine hereditate „ teneri mortuorum pecuniae possunt. Unum adde „ verbum, jure: jam a communitate res disjuncta „ videbitur, ut sic explicata definitio sit. Here„ ditas est pecunia, quae morte alicujus ad quem„ piam pervenit jure. Nondum est satis: adde, „ nec ea aut legata testamento, aut possessione „ retenta. Confecta est."

§. 77. *Aliae virtutes definitionis.*

Quemadmodum in divisione ita etiam in definitione, cavendum est, *ne utamur notis fortuitis;* quae cum alias adesse, alias abesse possint, non sunt signa certa, quibus rem definiendam ab aliis rebus dignoscere possimus. Ab his tamen notis fortuitis longe differunt illae, quae indicant *Subjectum aliquam notam fortuitam accipere posse;* quoniam id ipsum potest esse praedicatum necessarium (1). Enunciatio: *homo potest esse verax, justus, scientiarum peri-*

(1) Confer. p. 380.

ritus, declarat notas necessarias, quibus homo ab aliis animantibus distinguitur. Et quoniam definitionem, quoad ejus fieri potest, brevem esse oportet, nihil, quod sit supervacaneum vel abundans, in ea reperiri debet. Ergo nulla nota addenda est praedicato, quae jam inclusa sit iis, quae expressa sunt, aut ex iis sponte intelligatur, aut consequatur. Si ad hanc regulam, quam formula: *Definitio ne sit abundans*, pronuntiat, exploramus definitiones: *Quadratum est Quadrilaterum regulare, cujus latera aequalia sunt; Parallelogrammum est Quadrilaterum, cujus latera opposita parallela et aequalia sunt*, vitiosae esse reperiuntur; prior, quoniam nota Quadrati, ut sit *regularis*, jam indicat laterum aequalitatem; posterior, quoniam ex eo, quod latera opposita parallela sunt, consequitur, ea esse aequalia. In definitione: *Circulus est figura plana, quae inclusa est linea curva, cujus omnia puncta aeque distant a puncto ejusdem plani intra figuram, quod centrum dicunt*, notae *curvam esse lineam*, atque *centrum esse punctum intra figuram*, si eas rigore Geometrico judices, abundantes sunt, quoniam ex illa distantia aequali jam efficitur, neque lineam posse esse rectam, neque id punctum posse esse extra circulum. Possit

sit ita exprimi: *a puncto in ipso plano figurae, quod centrum dicunt.* Nam in hoc plano figurae unum solum est punctum, a quo aeque distant hujus curvae puncta, sed extra planum infinitus est eorum numerus, quoniam omnia puncta lineae rectae, quae circulo perpendiculariter insistit, ejusque transit centrum, eadem gaudent proprietate. At vero haec regula, qua praecipitur brevitas definitionis, non ita religiose est observanda, ut definitio, perspicuitatis causa aut ut tollatur ambiguitas, non possit esse abundans.

Quoniam definitione Subjectum distinctum ab aliis reddi debet, cavendum est, ne vocibus, quae fere eadem significant, praedicatum et subjectum definitionis declaremus, atque ita rem per se ipsam definiamus; quod si fit, *definitio* dicitur *fieri in orbem.* Ejusmodi enunciationes non sunt habendae definitiones, sed, si quid valent, explicationes verborum, et interpretationes. Potest etiam fieri, ut hic definitionis orbis magis sit absconditus, atque pateat demum post plures definitiones. Talis oritur orbis, si A definitur per B, B per C, atque C per A (1). Eandem ob cau-

(1) Platner (Philos. Aphorism. §. 267. p. 209.) vult, orbem in definitione esse relativum, ita ut eadem definitio aliis hominibus sit in orbem, aliis non sit. — Qua in re falli videtur.

causam voces, quibus praedicatum exprimitur, debent esse perspicuae et distinctae, adeo ut lucem adspergant subjecto, neque utendum est tropis et metaphoris, nisi usu et consuetudine ita jam sunt recepta, ut de eorum significatione nullum possit esse dubium. Sint etiam voces usui sermonis convenientes, aut si necesse videatur, ipsis alium tribuere sensum, hic distincte indicetur.

Nonnulla exempla ea, quae dicta sunt, illustrabunt. Wolfius ita definit rectam lineam, *ut sit ea, cujus quaelibet pars sit uniformis.* Haec definitio ipsa explicatione eget. Quaeritur enim, quanam in re consistat uniformitas? Quare duo arcus ejusdem circuli non etiam possunt dici uniformes, quamvis sint curvae lineae? Euclidis (1) definitio: *εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται*, etiam obscura est propter illud *ἐξ ἴσου κεῖται*, sive intelligitur *ex aequo* sive *uniformiter jacere*. Clavius (2) ita explicat hanc definitionem, ut manifesto pateat, eam fieri in orbem. „Euclides, ait, *lineam rectam dicit eam, quae* „*aequaliter inter sua puncta extenditur, hoc* „*est, in qua nullum punctum intermedium ab* „*ex-*

(1) Euclidis *quae supersunt omnia*, ex recensione Davidis Gregorii. Oxon. 1703.

(2) Opera Mathematica T. I. L. I. p. 14.

„ *extremis sursum aut deorsum, vel huc vel* „ *illuc deflectendo, subsultat, in qua denique* „ *nihil flexuosum reperitur.*" Quomodo haec definitio intelligi potest, nisi ad eam illustrandam praesto sit imago rectae lineae? Quid aliud dicit, nisi rectam lineam esse, cujus nulla pars jaceat extra rectam lineam, aut sit linea composita, flexuosa, curva? Idem etiam laudat Platonem, quod perpulchre rectam lineam sic definiverit, *ut sit illa linea, cujus media obumbrent extrema.* Sed haec non est definitio; id solum indicat, radium lucis progredi in recta linea. Vera linea recta non potest facere umbram, quae oculis percipiatur. Proclus, Euclidis definitionem exponens, „ *tum demum*, ait, *linea aliqua ex aequo sua* „ *interjacet puncta, quando aequale occupat* „ *spatium ei, quod inter sua situm est puncta extrema.*" Sed quid aliud est spatium situm inter puncta extrema, nisi id quod definitur per solam rectam lineam, quamque *distantiam* duorum punctorum dicimus?

Euclides hanc definitionem dat lineae, id est generis, cujus species est recta linea: *Γραμμὴ ἐςὶ μῆκος ἀπλατές*, quod vertunt: *linea est longitudo non lata.* Quaeri possit, quid sit longitudo lata: nam si aliqua est longitudo non lata, de-

bet

bet etiam esse aliqua longitudo lata: aliter enim supervacaneum foret addere *non lata.* Sed potius ita explicandum videtur: *linea habet solam longitudinem, non latitudinem.* Quod si autem notis negantibus utendum est, non patet ratio, cur non additum sit, *non habet crassitudinem aut latitudinem;* quemadmodum Varro (1) eam ita definit, *ut sit longitudo quaequam sine latitudine et altitudine.* Quid autem est *longitudo?* Quomodo ea intelligi potest sine imagine *rectae lineae?* In definitione accurata praedicatum lucem afferre debet Subjecto, non Subjectum praedicato. In hac autem definitione recta linea potius illustrat longitudinem, quam longitudo lineam.

Idem dicendum est de his definitionibus superficiei et corporis: *Superficies est, quae tantum longitudinem et latitudinem* (μῆκος καὶ πλάτος), *vel quae duas habet dimensiones; corpus Geometricum* (ςέρεον) *est, quod praeterea crassitudinem sive altitudinem* (βάθος), *vel quod tres dimensiones habet.* Quaeritur enim, quid sit longitudo, quid latitudo, quid crassitudo aut altitudo? Quanam in re haec tria inter se differunt? Si ut in Parallelogrammo rectangulo, atque in Parallelopipedo rectangulo, aliud in

(1) Aulus Gellius Noct. Att. I. 20.

in alius loco poni potest, quid restat, quo aliud ab alio distinguere possimus? Haec omnia, quae dicuntur dimensiones, *referuntur ad rectas lineas, directione sola diversas*, atque sine recta linea ne intelligi quidem possunt. Quaenam porro est latitudo, quae longitudo circuli; quaenam est latitudo, quae longitudo, quae crassitudo sphaerae? His omnibus tum demum lumen adspergitur, quando agitur de areis figurarum, de soliditate corporum, de coördinatis, caet.

§. 78. *De virtutibus, quae sunt definitionis essentialis propriae.*

Quas exposuimus virtutes definitionum, hae omnis definitionis, sive accidentalis sive essentialis, propriae sunt. Sed *definitio essentialis* praeterea suis et propriis virtutibus ornata esse debet. Quaenam istae sint, ex natura ejus patet. Eas enim notas omnes aperire debet, quae essentiam rei constituunt (notas *constituentes* dictas), omissis iis, quae ex his derivari possunt, quaeque *attributa* dici solent. Hujus ratione definitio: *linea recta est omnium brevissima, quae inter duo puncta duci possunt, aut minima est earum linearum, quae eosdem habent terminos*, quamvis sit vera enunciatio, *vitiosa* tamen videtur

tur *definitio*, quoniam naturam rectae lineae non indicat, sed designat *proprietatem secundam*, aut attributum, quod ex ejus natura sequitur, atque igitur demonstrari potest. Docet praeterea aliquid, quod ad *distantiam*, sed nihil, quod ad *directionem* pertineat. Lineae autem rectae ea est natura, ut utramque hanc repraesentet relationem inter duo puncta, quam *distantiam* et *directionem* appellare solemus, quaeque genere inter se disjunctae sunt, adeo ut neutra ex altera sequatur. Utraque etiam conjuncta relatio voce *situs*, vel *positionis* designari solet. Idem est vitium in istis definitionibus rectae lineae, de quibus modo diximus, atque etiam in hac: *lineae rectae parallelae sunt in eodem plano, atque, ab utraque parte in infinitum protractae, aequalibus semper intervallis inter se distant* (1). Neque enim indicat naturam parallelismi, *quae cernitur in aequalitate directionis*, sed notam aliquam secundam, quae refertur ad distantiam, atque ex hac aequalitate directionis consequitur. Haec prima nota melius, quamvis non plane, indicatur definitione Euclidis, qui ponit eas lineas *esse in eodem plano, atque ex utraque parte, in infinitum productas, in neutram sibi* coin-

(1) Tacquet. Elementa Euclidis p. 6., quem alii secuti sunt.

coincidere (ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις). Etenim haec nota jam in se involvit aequalitatem directionis.

At vero, si definitiones vitiosae sunt, quae non primas, sed secundas notas indicant, illae prorsus sunt rejiciendae, quae quidquam affirmant, quod naturae rei definiendae repugnat. Istae enim sunt *enunciationes falsae.* Hujus generis videtur esse *definitio anguli*, quae a nonnullis Mathematicis datur. Ita la Croix (1) vult, *angulum esse spatium indefinitum, comprehensum inter duas rectas lineas, in aliquo puncto se secantes, quae cogitari possunt productae quantum volumus.* Confunduntur inter se duae notiones *distantia* et *directio*, quae toto genere sunt diversae. Notione directionis omnis angulus omnisque forma; notione distantiae omne spatium, intervallum, area figurae atque soliditas corporis nituntur. Ita quidem haec definitio *angulum mutat in triangulum, aut sectorem indefinitum*, quoniam tertium deest latus; unde magna confusio notionum oriatur necesse est. Merito van Swinden (2) affirmat: „*Cum notione anguli, qui consistit* „*in sola inclinatione duarum linearum non* „*con-*

(1) Elemens de Geometrie §. 3. p. 4.
(2) Meetkunde p. 4.

„ *confundendum est spatium inter hos limites.*"
Idem existimandum est de definitione, quam sibi consentiens dat la Croix (1): *Angulus duorum planorum est spatium comprehensum inter duo plana, quae se secant, consideratum inter hos limites. Hoc spatium est ad planum, ut angulus est ad rectas lineas.* Secundum has definitiones angulus, qui per duas rectas lineas formatur, *duas*, qui per duo plana formatur, *tres* habet dimensiones.

Huic sententiae prorsus repugnat sententia Tacqueti (2), qui statuit, *nullum angulum esse quantitatem, sed modum quantitatis.* Ita enim argumentatur: Angulus planus est duarum linearum
„ etc. alterius ad alteram inclinatio. Atqui li-
„ nearum inclinatio non est quantitas, sed mo-
„ dus quantitatis. Cum enim curvitas non sit
„ quantitas, cur inclinatio sit, quae ab illa non
„ magis differt, quam inflexio et fractio? Deinde;
„ si angulus esset quantitas, foret vel linea, vel
„ superficies vel corpus. Non esse lineam aut
„ corpus patet. Sed neque superficies est: ea
„ enim ablatione partium minuitur; non angu-
„ lus. Neque potest dici, angulum esse super-
„ fi-

(1) Elemens de Geometrie §. 207. p. 138.
(2) Elementa Euclidea Geometriae T. I. L. 3. Prop. 16. p. 77.

„ ficiem indeterminatam, cum angulus quilibet „ determinatus sit. Ergo angulorum, inter se „ comparatorum, relatio non est aequalitas et „ inaequalitas, sed similitudo et dissimilitudo. „ Similes anguli sunt, quorum congruunt latera; „ dissimiles, quorum non congruunt. Ergo nul- „ lus angulus curvilineus aequalis potest esse „ ulli angulo rectilineo. — Neque unus angulus „ est pars alterius," caet. Sed ut alia tacita relinquantur, qua ratione evincat Tacquetus, *nullum esse Quantum Geometricum, nisi quod sit aut linea aut superficies aut corpus*, non apparet.

Definitio essentialis, quae est ejus natura, eas exhibet notas, ex quibus aliae rei notae derivantur, aut derivari possunt; quare etiam a nonnullis dicitur *principium demonstrandi*. Hujus ratione *fructuosa* dici potest, idque eo magis est, quo plures notae continuo ex ea consequuntur; quod etiam valet de *definitionibus accidentalibus*, quamquam haec virtus in his non necessario requiritur. Quare vitiosa habetur *definitio essentialis*, si est *supervacanea*, id est, si nullum parit fructum, nulla suppeditat attributa, aut nullius accurati Syllogismi est praemissa. Hujus generis sunt definitiones rectae lineae, quas dederunt Euclides et Wolfius; quibus etiam in Geometria, quam docuerunt, neque usi sunt, neque uti potue-

fuerunt, ad alia inde attributa colligenda. Fructuosae autem sunt definitiones, quas dedit Euclides, *circuli*, *duarum linearum parallelarum*, *inclinationis duorum planorum*, caet. Idque in primis est *definitio linearum parallelarum*, quam usurpavit van Swinden, quoniam ex ea fere continuo consequuntur omnia alia harum linearum attributa.

Hisce regulis et praeceptis definitionum alia etiam addi solent, veluti: *definitio ne sit negans.* Sed haec regula partim est inutilis, partim in universum non valet. Nam si definitio eas habet virtutes, quas diximus, non ita est negans, ut sit rejicienda. Si notio definienda ipsa est negans, quid vetat, definitionem esse enunciationem negantem? Tales sunt definitiones noctis, umbrae, mortalitatis, ignorantiae, caet. Saepe etiam accidit, ut alia species ab alia per notam negantem commode distinguatur, ut v. c. *bestia est animal, ratione non praeditum: numerus impar est, qui in duos aequales numeros integros dividi non potest;* quamquam verum est, nullam rem posse juste definiri, nisi in praedicato sit aliqua notio affirmans. Praecipiunt etiam inutiliter: *definitio ne fiat per disjuncta*, veluti si dicitur: *Parallelogrammum aequilaterum est aut Rhombus*

-bus aut Quadratum. Nam haec proprie non est Definitio, sed *divisio*, qua notio fit distincta non intensive, sed *extensive*. Quare ad illustrandam notionem non raro utiliter adhiberi, atque definitionis munere fungi potest, ita ut in universum etiam istud praeceptum non valeat.

§. 79. *Quanam in re differant definitiones Mathematicae a definitionibus aliarum disciplinarum. Definitiones Analyticae et Syntheticae.*

Quaecunque res nobis *dantur* sensu externo et interno, testimonio aliorum, caet., earum notiones non ad arbitrium nostrum fingere nobis licet. Ad notiones magis universales adscendere licet inquirendo, quaenam plurium notionum sint notae communes, sed ipsas notiones, earumque notas mutari non oportet, si, non quid fictum, sed quid verum sit, cognoscere volumus. Res accurate sunt contemplandae, multisque modis investigandae et comparandae, ut reperiantur notae, quibus alia res ab alia distinguatur, aut alia cum alia conveniat. Neque enim quaeritur, quid fieri, quid conjungi possit, sed quid vere sit, quid vere conjunctum sit. *Data notio definitionem constituere et emendare debet, non definitio notionem.* Quare in omnibus disciplinis, quae sensuum

suum testimonio et experientia nituntur, res ita sunt definiendae, ut in rerum natura apparent. Veluti *definitiones generum et formarum*, quas dat Historia Naturalis, ea complecti debent, quae rebus naturalibus propria esse sedula et perspicax docuit contemplatio, neque quid ad libitum addi aut demi oportet. Quod idem dicendum est *de rebus philosophicis definiendis*, si datae sunt sensu interno vel conscientia nostri, atque ad cognitionem nostri pertinent. In his ne eadem quidem libertas fingendorum vocabulorum nobis conceditur, atque ea, quae concessa est in Historia Naturali. Res plerumque jam consignatae sunt vocibus, atque illustrandus et explicandus est sensus, quem quisque, linguae peritus, iis tribuit. In quibus id, quod compositum est, plerumque facilius intelligitur, quam notae simplices, ex quibus constat.

Definitiones ejusmodi notionum, quae quasi simul cum rebus *datae* sunt, *Analyticae* possunt dici, quoniam prodeunt ex decomponendis et resolvendis iis, quae data sunt, atque contemplationi subjiciuntur. Admodum autem difficiles sunt, atque paucae reperiuntur, quae sint *essentiales*, atque omnibus numeris perfectae; partim quod nostra rerum cognitio manca atque inchoata est, ita ut essentiales et primas rerum no-

notas raro reperire possimus, partim quod natura ipsa nostram divisionem in classes, ordines, genera et formas, quamquam prudenter institutam, non ita confirmat, ut non ea procreët, de quibus incertum sit, quo in genere ponenda sint; qualia sunt, quae Linnaeus imperfecta animalia et plantas vocat. Natura recusat inter res, quas generat, eos ponere fines, quos nos ponimus, ipsique placet eam constituere rerum seriem, cujus termini sibi proximi gradibus solis, iisque vix ac ne vix quidem percipiendis, inter se differant (1). In rebus autem internis definiendis major etiam nobis est difficultas, ita ut saepe accidat, ut mentis acies, se ipsa intuens, hebescat (2).

Contra est in Mathesi pura. Mathematicus ad

(1) De rerum naturalium catena atque scalis, quas dicunt, multum disputatum est a Physiologis et Philosophis, inprimis a Bonneto, in ejus *Contemplatione Naturae*, aliisque scriptis. In quibus tamen etiam considerandum est, quod hac de re notavit Blumenbach: *Handbuch der Naturgeschichte* Sect. I. §. 4. p. 5.

(2) Cic. Disput. Tusc. I. 30. Kantius (Critica purae rationis p. 756.) putat, *nullam notionem datam a priori posse definiri;* sed is plus in definitione postulare videtur, quam necesse est. Perfectae ideam definitionis vero assequi, sed ad eam magis accedere possumus; ex quo tamen non sequitur, nullam esse definitionem, nisi quae omnibus numeris sit absoluta. Vide Krug. *Denklehre* p. 445.

ad libitum fingit numeros, functiones, curvas, figuras, superficies, corpora, eorumque compositiones, non sollicitus, utrum in rerum natura sint, nec ne. Tantum abest, ut Quanta, quae sibi inquirenda proponit, hauriat ex rebus naturalibus, ut ea ipsa procreet et fingat, atque formae rerum, arte aut natura effectae, sint imagines imperfectae horum Quantorum (1). Declarat suis definitionibus, quid finxerit, quid composuerit, quid decomposuerit. Componit numeros, formulas, functiones ad libitum, definitque, quales eas esse velit. Creat tanquam mundum aequationum Algebraicarum et curvarum, nullis limitibus circumscriptum; qui non minus quam rerum naturalium congeries, generibus et formis abundat. Haec causa est, quae, conjuncta cum eo, quod notiones Mathematicae construi possunt (2), efficit, ut definitiones Mathematicae omnium sint facillimae; possunt esse *essentiales*, atque ad conditionem, quae omnibus numeris sit perfecta, accedere, quoniam solummodo requiritur, ut intelligentia ad suam et imaginationis actionem in ipsis effingendis attendat.

Ne-

(1) Confer. p. 78.
(2) Confer. p. 77. seqq.

Neque tamen ea, quae de libertate Mathematicorum in fingendis notionibus diximus, in eam partem accipiantur, ut omnes libere fingi atque mutari possint. Quemadmodum in omnibus disciplinis, ita in Mathesi sunt notae et notiones *datae*, quas si quis Mathematicus aut Philosophus rationis vi mutare velit, is nihil aliud agat, quam si det operam, ut cum ratione insaniat. Tales sunt notiones, quae ex natura facultatis cognoscendi prodeunt, ut *notiones spatii*, *directionis*, *distantiae*, *temporis*, *Quanti*, *unitatis*, *numeri*, *Totius*, *Rationis Geometricae*, caet., in quibus nihil mutandum, nihil fingendum est, sed sedulo attendendum, quaenam sit istarum notionum vis, argumentum, sphaera et relatio. Geometres non potest creare Quanta quatuor dimensionum, non triangulum rectilineum, cui sint duo anguli obtusi, non parallelogrammum obliquangulum circulo inscriptum, caet. Sed plerumque nihil facilius apparet, quam quousque fictio atque compositio progredi non debeat. Intelligentia vetat componere, quod repugnet; imaginatio non fingit imagines, quas ipsa capere nequeat. Verum ne liberius vagetur imaginatio, sed ipsi semper adsit dux et moderatrix intelligentia, ita Mathematico fingendi et componendi libertas conce-

ce-

ceditur, ut simul ostendat, id fingi et componi posse, quod definitione declaravit. Haec demonstratio plerumque jam absolvitur descriptione aut constructione, quae indicat, quomodo id ipsum ab imaginatione fingatur. Quare definitioni: *Parallelogrammum est Quadrilaterum, cujus bina latera opposita parallela sunt*, addenda est constructio, ex qua eluceat, talem *posse* esse figuram.

Hujusmodi definitio, cujus Subjectum non est datum, sed quasi definitione proponitur et creatur, dici potest *Synthetica;* quoniam notio vere componitur, neque, ut in definitione *Analytica*, decomponitur. Tales igitur definitiones sunt imprimis in Mathesi, sed reperiuntur etiam in aliis disciplinis, quae id, quod natura, arte, et mente procreatur aut procreatum est, contemplantur. Quemadmodum autem in Mathesi ostendendum est, eas res esse, aut oriri posse, quas ponat definitio, ita in his disciplinis requiritur, ut ostendatur, eas vere esse, aut esse posse. Itaque in philosophia practica non sufficit, ut definiatur, *quid sit jus, quid officium, quid virtus*, sed etiam indicandum est, esse revera ejusmodi jus, officium, virtutes, qualia esse statuat definitio.

Ani-

Animadv. 1. Leibnitzius (1) in *hac ipsa possibili* ponit differentiam inter *definitionem realem et nominalem.* „ Definitio *realis*, ait, ostendit „ possibilitatem Subjecti, quod definitur; quaecunque hanc non ostendit, solummodo est *nominalis*, „ quoniam dubitari potest, an exprimat aliquid „ reale, seu id quod possibile sit. *Essentia* vero „ non aliud est, nisi *possibilitas* rei. Non possumus ad arbitrium nostrum conjungere ideas, si „ haec conjunctio non probatur aut ratione, quae „ ejus possibilitatem, exponenda causa aut generatione possibili, ostendat, aut experientia, quae „ monstret, eam conjunctionem vere esse in rerum „ natura, atque igitur etiam esse possibilem. Ita aurum nos docet, posse omnes eas proprietates, quas „ in ipso deprehendimus, in uno eodemque corpore „ esse conjunctas. Sed non omnia, quae possibilia sunt, vere sunt in rerum natura, ut v. c. „ circulus, cujus potest tamen dari *definitio realis.*" caet.

Animadv. 2. Ex iis quae de definitione Analytica et Synthetica diximus, haec concludimus.

1. Si *data* est *notio composita*, definitio ejus est *analytica.* Sunt enim cernendae atque resolvendae notae, quae insunt notioni (2). Definitio, qua

(1) *Nouveaux essais* L. III. C. 3. p. 252.

(2) Quas diximus notas notionis, proprie sunt notiones partiales, ex quibus constat notio. Ita notio *Quadrilateri* constat ex notionibus figurae atque ejus, quod circumscrip-

qua id fit, notionem magis distinctam reddit *intensive.*

2. Si notio habetur *simplex*, quoniam in ipsa non deprehendimus notiones partiales, definitio sphaeram tantum ejus designare potest (1), quod fit *divisione*; quae divisio fieri nequit, nisi notioni adduntur notae; ex qua conjunctione prodeunt notiones formarum. Haec definitio notionem magis distinctam quidem reddit, sed solum *extensive* (2), atque *Synthetica* est, si notae additae non sunt *datae*, sed *factae*. Hoc idem dicendum est universe de qualibet definitione, quae solam notionis sphaeram designat.

3. Si non data est notio *composita*, sed *facta* a nobis, jungendis notis: definitio, cum solummodo id declaret, quod composuimus, est *Synthetica*, atque notionem magis perspicuam reddit *intensive*.

4. Notiones sunt *datae*, si designant ea, quae sunt in rerum natura, atque sensu externo et interno percipiuntur; praeterea omnes aliae notiones ita consignatae vocibus, ut definitio debeat indicare ea, quae sermonis consuetudo his vocibus complectitur. Hujus ratione multae sunt in Mathesi notiones datae, quoniam consignatae sunt vocibus,

qua-

scriptum est quatuor lineis; quibus tamen notionibus cogitamus attributa seu notas ejus rei, quam Quadrilaterum dicimus. Quare eas appellavimus *notas notionis.*

(1) Ut v. c. erat definitio *Entis*, quam dedimus pag. 369.

(2) Confer. p. 438.

quarum vim et potestatem Mathematico non licet mutare. Potest ad libitum componere notiones possibiles, easque, si necesse est, novis nominibus declarare, sed eam figuram, quam appellat circulum, ita definire debet, ut prorsus consentiat illi notioni, quam voce *circuli* indicare solent omnes eruditi, Latine loquentes, sive sunt Mathematici, sive non sunt.

§. 80. *De definitionibus geneticis sive causalibus.*

Quae expositae sunt definitiones docent, qualis sit res, id est quaenam notae ipsi tribuendae sint, ut ab omnibus aliis rebus secernatur: quae definitiones a multis Logicis dicuntur *theoreticae* (1). Sunt tamen etiam, quae monstrant, quomodo et qua causa oriatur Subjectum; quae ob hoc munus *geneticae* sive *causales* appellari possint. Sunt autem duplicis generis. Aliae enim indicant, *quomodo* res efficiatur, ut in *Mathesi*; aliae autem

(1) Si haec definitio opponitur *definitioni geneticae*; vox ipsa *theoretica* non videtur esse satis ad rem accommodata, quoniam huic opposita est *practica definitio*. Quare etiam definitiones geneticae a nonnullis dicuntur *practicae*.

tem *causam efficientem*, ut in Physicis rebus, ubi effectus virium designantur; quae tamen causa, quantum id fieri potest, debet esse *proxima*. Prioris generis est: *Si punctum ita in plano aliquo movetur, ut ad eandem distantiam permaneat a puncto fixo in eodem plano, describitur curva linea circularis.* Posterioris generis est: *Si calor aquae usque eo diminuitur, ut Thermometrum infra punctum congelationis descendat, oritur glacies.* Prior enunciatio solummodo declarat, *quomodo res oriatur*; posterior *causam efficientem addit*, quae est calor diminutus. Hae definitiones formam possunt habere non solum *hypotheticam*, sed etiam *categoricam* v. c. *Curva linea circularis est, quae describi potest motu puncti alicujus, quod in eodem plano, atque ad eandem distantiam permanet a puncto fixo in eo plano: Glacies est corpus firmum, in quod mutatur aqua, cujus calor usque eo diminuitur, ut ... descendat.* Harum definitionum usus in Mathesi magnus est. Ita Cylindrus, et Conus rectus, et Sphaera, rotatione Parallelogrammi rectanguli circum alterutrum latus, Trianguli rectanguli circum alterutram Cathetam, atque Semicirculi circum Diametrum, definiuntur. Quae definitiones in Mathesi admodum commendandae

sunt,

sunt, quoniam simul ostendunt possibilitatem rei, modumque, quo notio construatur, seu res ad intuitionem referatur; quae causa est, cur in Mathematicis a nonnullis *reales*; theoreticae autem *nominales* appellentur. Cognitio autem *modi*, quo res oriatur, ut in Mathesi, aut *verae et proximae causae*, ex qua res prodeat, ut in Physicis, nos saepe conducit ad cognitionem proprietatum essentialium; quod cum semper fiat in Mathesi pura, ex *definitione genetica* Mathematica facile reperitur *theoretica*. Ita ex definitione genetica lineae circularis sequitur, *eam esse curvam planam, cujus omnia puncta aeque distent a puncto intra planum curvae*. Accedit, quod plerumque non minus originem et causam rerum, quam reliquas earum proprietates meditemur, atque ipsas has proprietates eo consilio investigemus, ut ex iis detectis causam et ortum reperiamus.

Ut autem definitio genetica non sit *justo angustior*, requiritur, ut res semper cogitari possit ita esse orta, ut definita est. Ut non sit *justo latior*, nulla alia res debet esse, quae eodem prorsus modo oriatur. Ita definitio: *si punctum ita movetur, ut semper ad eandem distantiam ab alio puncto immobili permaneat, linea oritur cir-*

circularis, est *justo latior*, quoniam omnis linea, quae in superficie globi ducitur, eodem etiam modo oritur. Definitio autem: *si punctum ita movetur in plano, ut ad eandem semper distantiam permaneat a duobus punctis fixis, oritur linea circularis*, est *justo angustior*, quoniam non semper oritur circulus, sed tum demum, quando haec duo puncta sunt in recta linea, quae perpendiculariter plano insistit.

Aliud autem est indicare, quomodo res aliqua oriatur, quae quadam notione designatur; aliud, quomodo notio ipsa nascatur, quod fit, si indicatur, ex quanam mentis actione prodeat; quod permultum efficit, ut magis accuratae et perspicuae fiant notiones, cum compositae, tum simplices. Philosophia in hoc investigando versatur.

§. 81. *De aliis declarationum generibus atque de verborum explicationibus.*

Declarationes, quae non sufficiunt, ut res ab aliis rebus omnibus secernatur, diversae sunt indolis et virtutis, pro diversitate consilii, quo fiunt, atque rerum, quae declarandae sunt. Sunt declarationes, quae ita indicant notas essentiales rei, ut incertum relinquatur, utrum omnes, an nonnullae tantum

indicentur; utrum notae declaratae sint omnes necessariae, an etiam in ipsis sint fortuitae. Possunt dici declarationes *exponentes* sive *expositiones*. Sunt declarationes, quas *describentes* seu *descriptiones* appellare possumus, quae copiam aliquam indicant notarum, sive accidentalium sive essentialium, quae inserviunt, ut res a multis aliis, in primis ab iis, quibuscum facile confundi possit, secernatur. Tales sunt declarationes *rerum individuarum*. Est autem, quod differat *declaratio primaria* et *secundaria*. Prior indicat *notas ipsius notionis*; posterior *notas notarum*, ex quibus conjunctis oritur *expositio ipsa notionis*.

Ab his autem declarationibus et definitionibus longe differunt *explicationes verborum* (quae etiam a nonnullis dicuntur *definitiones nominales*), quibus indicatur sensus verborum, sive quaenam notio sit vocabulo subjecta; quales explicationes reperiuntur in Lexicis. Quare ea jam est verbi explicatio, qua vocabulum declaratur vocabulo, cujus magis cognitus est sensus, ut si dicitur: *triangulum est, quod habet tres angulos*; quae, si pro definitione habetur, definitio est, quae fit in orbem. Haec autem explicatio tum inprimis necessaria est, cum vocabulo plures sunt sensus, qui propter cognatio-

nem

nem facile confunduntur, aut cum ejus significatio non omnibus lectoribus et auditoribus cognita est. Aliquod etiam auxilium afferre possunt ad rem describendam et definiendam.

Animadv. 1. Quam utilis et necessaria sit in omni institutione et disputatione, quae quidem ratione et via procedat, accurata declaratio rei, de qua agatur, ex iis, quae exposita sunt, satis patet. Haec etiam tollit contentiones et controversias saepe oriundas ex eo, quod nomina rerum, quae in disputationem veniunt, non ab omnibus hominibus eadem vi et potestate accipiantur, atque ita de verbo disputetur, res ipsa negligatur. Quare Cicero *Panaetium* jure reprehendit, quod dissertationi, quam susceperat de officiis, non praemiserit definitionem, quid esset officium. „Omnis, ait, quae a ratione suscipitur „de aliqua re institutio, a definitione proficisci „debet, ut intelligatur, quid sit, de quo dispu„tetur." Sed hoc ita verum est, ut *definitionis* vox latiore sensu sumatur, atque omnem descriptionem, expositionem, quin etiam verborum explicationem significare possit, dummodo sufficiat, ut ambiguitas tollatur. Non raro enim accidit, ut demum ex tractata re elucescat justa definitio, eaque igitur sit ipsius meditationis et investigationis fructus. Explicatio verbi, quae solummodo tollit ambiguitatem, atque rei expositio et descriptio, quamvis

vis admodum inchoata et imperfecta, dumne falsas afferat notas, longe praestant definitioni aridae et exili, aut quae vana genera et species fingat. Expositiones et descriptiones, atque ipsae etiam verborum explicationes sunt quasi penetralia, per quae ad accuratam definitionem accedere possumus.

Animadv. 2. Wyttenbachius (1) triplicem ponit explicationem verbi, quam etiam definitionem appellat. „ Verbum, ait, definitur primum „ *Notatione* seu *Etymologia*, cum ejus vis ac sig- „ nificatio ab ipsa ejus origine repetitur. Alter „ est modus *Synonymiae*, quo plura nomina, „ quae rem eandem significare videntur, distinguun- „ tur. Tertius est modus *Homonymiae*, quo plures „ ejusdem nominis significationes distinguuntur."

At vero Etymologia potius videtur esse auxilium, aut instrumentum, quo significatio verbi saepe elicitur, quam ipsa definitio aut modus ejus. *Etymologia* enim, ad summum, nihil aliud indicare potest, nisi sensum, tum verbo tributum, cum usurpari coeptum est; sed, ut omnium rerum humanarum, ita etiam hujus sensus per longum temporis spatium magna potuit esse mutatio. Significatio verbi haurienda est ex consuetudine sermonis, de qua vere Quintilianus (2), „ *Consuetudo*," ait, „ certissima est loquendi magistra: „ uten-

(1) Logica III. 5. §. 5. p. 147.
(2) De Institut. Orator. I. 4.

„ utendumque plane sermone ut nummo, cui pu-
„ blica forma est. Fuerit pene ridiculum, malle
„ sermonem, quo locuti sunt homines, quam quo
„ loquuntur. Et sane quid est aliud vetus ser-
„ mo, quam vetus loquendi consuetudo? Sed
„ huic ipsi necessarium est judicium; consti-
„ tuendumque inprimis, id ipsum quid sit, quod
„ *consuetudinem* vocemus: quae, si ex eo, quod
„ plures faciunt, nomen accipiat, periculosissi-
„ mum dabit praeceptum non orationi modo, sed
„ (quod majus est) vitae. Unde enim tantum bo-
„ ni, ut pluribus, quae recta sunt, placeant? —
„ Ergo consuetudinem sermonis vocabo *consensum*
„ *eruditorum*, sicut vivendi, consensum bono-
„ rum." Maximopere autem dolendum est, quod in disciplinis hic eruditorum, praecipue philosophorum, consensus in definienda significatione vocis nequaquam semper cernatur, sed maximus dissensus nonnunquam efficiat, ut verba non minorem curam et sollicitudinem pariant, quam res ipsae.

Sane Etymologia multum saepe afferre potest ad res et voces explicandas, quoniam plerumque non solum diversae significationes ejusdem verbi, ejusque compositiones, sed etiam mutationes ipsae, quas subiit sensus, ex aliqua ficta aut vera similitudine rerum internarum et externarum ortae sunt. Haec etiam inprimis similitudo efficit, ut, ex investigatione originis vocis, ejusque diversarum significationum, ipsa Philosophia et praecipue Anthro-

thropologia Psychica magnos fructus percipere possit (1). Sed hoc opus periculosae plenum est aleae, in quo, nisi cavemus, facile a veritatis via deflectere, atque etiam ridiculi videri et esse possumus, quod ipse magnus ille Plato suo exemplo confirmavit. Nam, ut Historia gentium, ita etiam Etymologia, atque ea investigatio Philosophica aut Grammatica, qua, ex origine et significatione vocum, hominis naturam et sublimiores philosophiae partes cognoscere conamur, admodum faciles se praebent ei, qui in ipsis reperire, vel confirmari cupit, quod suis faveat opinionibus.

Explicatio verbi, quae fit per *Homonymiam*, convenientiam habet cum *divisione generis*, atque *definitione formarum*. Etenim ut formae sphaeram generis, ita diversae significationes a, b, c.... efficiunt tanquam sphaeram significationis verbi, ideo ut de quolibet verbo, quocunque sermonis loco occurrat, dici possit: *hoc verbum in hoc loco significat aut a, aut b, aut c....* (2); quarum

(1) Conferri possunt, quae hac de re diximus in dissertatione: *de natura disciplinae Psychicae, atque de imaginationis revocantis actione* p. 100. seqq., quae praemissa est Anthropologiae Psychicae, conscriptae a G. E. Schulz, Professore celeberrimo in Acad. Göttingensi, atque in vernaculam linguam versae a Viro doctissimo, mihique amicissimo, Riehm Theol. Doct. V. D. M. in urbe Amstelaedamensi.

(2) Confer. p. 407.

rum tamen diversarum significationum genus saepe definiri nequit. In modo igitur Homonymiae divisio conjuncta est cum definitione. Caeterum utilissimum est, neque in Grammatica solum, sed etiam in Philosophia maximi momenti, inquirere, quomodo ex eodem fonte sensim fluxerint diversae ejusdem vocis significationes. Verum ut id utilissimum, ita difficillimum est, quoniam hujus progressionis ratio plerumque vaga est atque incerta, ita, ut in plurimis solummodo verisimilitudinem quandam, non certam cognitionem assequi possimus.

Ut in modo Homonymiae definiuntur *ejusdem verbi formae*, seu sphaera significationum, ita in modo *Synonymiae* inter se comparantur *diversorum verborum formae*, seu significationes, ut definiatur, quanam in re conveniant atque differant. Quod etiam hoc modo intelligi potest. Voces *Synonymae* indicant notiones formarum certi cujusdam generis. Ea, in quibus horum verborum significationes conveniunt, sunt *hujus generis notae*; in quibus differunt, *sunt notae formarum*, vel differentiae speciei.

. Caeterum, quemadmodum per se patet, ut definitio rei prodeat fructuosa, atque ad doctrinam augendam accommodata, *non vox investiganda est, sed maxime res ipsa*, quamquam nonnunquam utrumque utiliter conjungitur. Ut id illustretur, exemplo proponatur ipsa *declaratio*, de qua agimus. Notatu digna est *Etymologia earum vocum*, quibus de-

declarationes in linguis indicantur. Vox ipsa *declaratio* atque nostra *verklâring* indicant id, quod rem magis claram et dilucidam reddit, atque igitur partes oculis conspiciendas praebet; *Definitio*, (*bêpaling*) id, quod suis finibus rem circumscribit, cum quibus satis conveniunt voces *descriptio*, atque nostra *beschrijving*. *Expositio* (*uitlegging*) designat id, quo res, ejusque partes quasi ante oculos ponuntur. Hae igitur voces aliquantum, quamvis non distincte, indicant, quid homines, cum primum eas usurparent, ad diversa genera declarationum designanda, intellexerint horum generum proprium esse. Similitudinem quandam ostendunt inter declarationes atque eas res, quae proprie commemoratis his vocibus designantur. Haec et alia animadvertere et contemplari, quando de definitionibus atque de declarationibus rerum agitur, utile et rectum est. Sed quis est, qui ex his vocibus concludat, qualis sit declarationis, definitionis, descriptionis, expositionis natura et diversitas, praesertim cum ista translatio verbi ex loco rerum externarum, in quo proprium est, in locum rerum internarum, in quo proprium deest, semper admodum vaga et incerta sit, quoniam similitudine quadam nititur, quae sentiri illa quidem, sed verbis accurate describi nequit. Quid praeterea, ubi plurimum, hae voces docere possunt? Id solum, ni fallor, quomodo homines, qui primi eis usi sunt, rem intellexerint. Sed nolumus inquirere, quid homines de aliqua re cogitaverint, sed quid de

re

-se cogitandum sit. Neque etiam nimis premendum est illud argumentum: *antiquitas, quo propius aberat ab ortu et divina progenie, hoc melius ea fortasse, quae erant vera, cernebat* (1).

Quod autem ad rei investigationem, cujus finis est, ut ejus notas cognoscamus, atque discernamus, quaenam sint notae necessariae, quae fortuitae, quae essentiales, quae accidentales, quae constituentes, quae consequentes; haec investigatio diversis modis fieri potest pro natura rei ipsius, atque consilio investigantis. Quae investigatio quomodo instituenda sit, praeclara a recentioribus, qui aut in Logicis, aut in aliis doctrinis excelluerunt, data sunt praecepta servanda, vel exempla imitanda. Veterum praecepta et exempla de *inventione*, quam dicebant, magis *spectant Oratorem*, ad populum, ad senatum, ad judices loquentem; quae autem data sunt a recentioribus magis referuntur *ad investigationem veri*, ad juvandas et augendas disciplinas, quae in vero contemplando versantur.

Animadv. 3. Quod attinet ad verba, quibus exponuntur, describuntur, aut alio quocunque modo declarantur attributa et notae rerum, magna cura in eo ponenda est, ut sint perspicua, accurata et ad rem accommodata. Juvat nonnullas hic memorare admonitiones Quintiliani (2), praesertim quod nos-

(1) Cic. Disp. Tusc. I. 12.

(2) De Instit. Orat. VIII. Prooem. atque C. 1. 2.

nostris temporibus multum contra eas peccatur, inprimis a nonnullis Philosophis ipsis, qui tradunt praecepta rem definiendi, et exponendi: „Maxima, sed non sola est agenda cura verbo-„rum. *Curam* verborum, rerum volo esse *solli-„citudinem*. Evenit plerumque, ut hac diligentia „deterior etiam fiat Oratio. Nam et quod recte „dici potest circumimus amore verborum: et quod „satis dictum est, repetimus: et quod uno ver-„bo patet, pluribus oneramus: et pleraque „significare melius putamus, quam dicere. Quid, „quod nihil jam proprium placet, dum parum cre-„ditur disertum, quod et alius dixisset? A cor-„ruptissimo quoque poëtarum figuras seu trans-„lationes mutuamus: tum demum ingeniosi scili-„cet, si ad intelligendos nos opus sit ingenio. „Atqui satis aperte Cicero praeceperat, *in di-„cendo vitium vel maximum esse, a vulgari genere „orationis, atque a consuetudine communis sensus „abhorrere:* sed ille durus atque ineruditus! nos „melius, quibus sordent omnia, quae natura „dictavit; qui non ornamenta quaerimus, sed „lenocinia: quasi vero sit ulla verborum, nisi rei „cohaerentium, virtus. ... Sit cura elocutionis „quam maxima; dum sciamus tamen, nihil ver-„borum causa esse faciendum, cum verba ipsa „rerum gratia sint reperta: quorum ea sunt „maxime probabilia, quae sensum animi nostri „optime promunt, atque in animis aliorum, quod „volumus, efficiunt. ... Neque alienum est admo-

„ne-

„ nere, verba sint quantum minime peregrina et „ externa: multos enim, quibus loquendi ratio non „ desit, invenias, quos curiose potius loqui dixe„ ris, quam Latine. ... Est etiam in quibusdam „ turba inanium verborum, qui, dum communem „ loquendi morem reformidant, ducti specie nito„ ris, circumeunt omnia copiosa loquacitate, quae „ dicere volunt, ipsam deinde illam seriem cum „ alia simili jungentes miscentesque, ultra quam „ ullus spiritus durare possit extendunt. Alii „ brevitatis aemuli, necessaria quoque orationi sub„ trahunt verba, et velut satis sit scire ipsos, „ quae dicere velint, quantum ad alios pertineat, „ nihil putant: at ego odiosum sermonem dixerim, „ quem auditor suo ingenio non intelligit. Pes„ sima vero sunt ἀδιανόητα, hoc est, quae verbis „ aperta, occultos sensus habent. At pervasit „ quidem jam multos ista persuasio, ut id jam „ demum eleganter atque exquisite dictum putent, „ *quod interpretandum sit.* Nobis prima sit vir„ tus perspicuitas, propria verba, rectus ordo, „ non in longum dilata conclusio. *Non ut alius „ intelligere possit, sed ne omnino possit non in„ telligere, curandum.*

§. 82. *De interrogationis et responsionis natura.*

Cum omnis investigatio veri incipiat ab interrogando aut nos ipsos, aut alios, atque ad ve-

verum reperiendum multum intersit; quomodo interrogemus, aliquid de natura et formis interrogationum hoc loco dicendum videtur.

Si quid effamur, et proponimus, quod, quoniam aliquid deëst, non est enunciatio plena et integra, aut saltem non est enunciatio vere affirmans, aut negans (assertoria aut apodictica), idque ita proponimus, ut appareat, nos velle, ut, quod desit, suppleatur, atque suppeditetur, aut a nobismet ipsis, aut ab alio, *interrogamus* vel *quaerimus*, atque id, quod proponimus, est *interrogatio* vel *quaestio*; quae certis quibusdam *vocabulis* veluti: *an*, *num*, *utrum*, *quare*, *quid*, *quale*, *quomodo*, caet., atque *sono quodam vocis*, aut in scriptione *signo quodam*, (quale est signum ? in plurimis linguis, sed ; in Graeca lingua) indicatur.

Si id fit, quod quaerimus, *respondetur* nobis, idque, quod suppeditatur, *responsio* dicitur, quae vere est *supplementum interrogationis*.

Sed vox *responsio* latiore etiam sensu sumitur, adeo ut complectatur, quodcumque ab eo, quem interrogamus, declaratur, etiamsi interrogationem non suppleat, sed declaret, se id supplementum aut non posse suppeditare, aut non velle, se quaestionem non intelligere, vel etiam

etiam si aliam quaestionem contra proponat. Similiter ipsa *interrogatio* latissimo etiam sensu sumitur, ita ut indicet quamlibet enunciationem, quae interrogationis formam et signum habeat, etiamsi non sit problematica, sed maxime affirmans aut negans, veluti: *Quomodo jucunda vita potest esse, a qua absit prudentia, absit moderatio?* (1) *Egone ut te interpellem? Mene non cum bonis esse? Quid nostri philosophi? Nonne in his ipsis libris, quos scribunt de contemnenda gloria, sua nomina inscribunt?* (2) *Quid interest, utrum ex homine se quis conferat in beluam, an hominis figura immanitatem gerat beluae?* (3)

Hae enunciationes, quamvis interrogationis formam habeant, tamen, ex mente dicentis, tam sunt assertoriae aut apodicticae, ut hac ipsa interrogationis forma augeatur *vis assensus*, qui declaratur. Quare his interrogationibus, ut ita dicam, *simulatis* et *figuratis*, non solum oratores ad augendam vim persuadendi et movendi, sed etiam quilibet nostrum in sermone vulgari, etiamsi id non agant, saepe utuntur. Quod inprimis fit, si animus affectus est, ita ut

(1) Tusc. Disp. V. 35.

(2) Tusc. Disp. I. 15.

(3) De Offic. III. 20.

ut istae interrogationes dissimillimos animi motus, indignationem et admirationem, odium et amorem, invidiam et miserationem, neque minus supplicem rogandi, quam acrem imperandi modum, declarare possint. (1)

His autem omissis, quarum contemplatio ad Rhetoricam et Grammaticam pertinet, agamus de interrogationibus et responsionibus strictiore sensu sumtis, *quae conjunctae efficiunt enunciationem assertoriam aut apodicticam*; quarum duo sunt genera.

Unum genus est earum, quae vere sunt enunciationes integrae, sed *problematicae*, adeo ut suppeditandum solummodo sit id, quo fiant assertoriae aut apodicticae, id est, ubi nihil aliud postulatur, nisi ut, quod propositum sit, simpliciter aut affirmetur, aut negetur. Hujus generis erant interrogationes Dialecticorum veterum (2), hac lege propositae, ut, qui responde-

(1) Confer. Quintil. de Inst. Orat. IX. 2. Hae autem ipsae enunciationes, de quarum veritate nemo sanus dubitat, in Dialogis Socraticis, quae est eorum natura, mutantur in veras interrogationes, et ita quidem, ut *Melitus*, rogante Socrate in Apologia (27. C), ab auditoribus cogatur respondere ad Quaestionem: ἔσθ' ὅστις δαιμόνια μὲν νομίζει πράγματ' εἶναι, δαίμονας δὲ οὐ νομίζει;

(2) De quibus diximus pag. 358.

deret, non amplius quid diceret, quam id solum, quod esset rogatus, aut affirmaret, aut negaret. Talis etiam est longe maxima pars interrogationum in Dialogis Platonis, ita ut ei, qui simul inquirit (συζήτει), saepe post satis longam demonstrationem alterius, id solum opus relinquatur, ut aut ajat, aut neget (1).

Alterum genus interrogationum continet eas, quae non sunt enunciationes, sed quibus, ut tales sint, deëst aut forma, aut aliqua materia enunciationis.

Caeterum *responsio* potest esse *aut vera, aut falsa*, sed in interrogationem ipsam, si vere est interrogatio, neque veritas, neque falsitas cadit, quoniam etiamsi sit enunciatio, tamen est problematica, atque igitur neque vera, neque falsa esse dicitur.

(1) Quare etiam apud Platonem tot sunt formae ajendi et negandi, veluti ajendi: *πάνυ γε, πάνυ μὲν, πάνυ μὲν οὖν, πάνυ μὲν οὖν ὀρθῶς, ὀρθῶς λέγεις, καὶ ὀρθῶς γε; ἀληθῆ λέγεις; ἀληθέστατα λέγεις, καὶ μάλα, μάλιστά γε, παντάπασι μὲν οὖν, ἔστι γὰρ, ἔστι ταῦτα, καὶ γὰρ ἔχειν, ἔχειν οὕτω, οὕτω μὲν οὖν, οὕτως, πάντως δήπου, πάντως που, πάντως γε μᾶλλον, κομιδῆ μὲν οὖν, πῶς γὰρ οὔ, πῶς δ' οὔ, τί γὰρ κωλύει, ἀνάγκη, ἔοικε, φαίνεται*, et alia.

§. 83.

§. 83. *De interrogationibus, quae sunt enunciationes problematicae.*

Quemadmodum omnes enunciationes, ita etiam interrogationes, si sunt enunciationes problematicae, aut categoricae sunt, aut hypotheticae, aut disjunctae. Harum interrogationum formulae generales sunt: *Verane an falsa est enunciatio? An neque vera, neque falsa est? Nihilne de ejus veritate statui potest? Quaenam ex propositis enunciationibus vera, quae falsa est?* Responsio, quae interrogationi satisfacit, semper est assertoria aut apodictica — tum etiam, quando declaratur, de veritate aut falsitate enunciationis nihil posse statui.

Interrogatio Categorica multas habet formas, quales sunt:

1. *An A est B?* ubi Subjectum est definitum, veluti: *An necessitas inventionis, mercatura humanitatis mater est? Potesne dicere, ubi, aut qualis sit animus? Dasne, Dei numine naturam omnem regi?* Haec forma interrogationis saepissime omnium reperitur.

2. *An aliquid est, quod sit B?* ubi Subjectum prorsus est indefinitum atque igitur cujuslibet generis et formae esse potest, veluti: *Ecquidnam ho-*

honestum est? Estne aliquid omnibus numeris absolutum? An quidquam est, quod neque usquam, neque unquam sit?

3. *An A est? An A esse potest? An A necessario est?* ubi de exsistentia rei agitur, veluti: *Deusne est? An Mundus necessario est? Fuitne tempus, antequam quidquam (reale) erat? Φαμέν τι εἶναι δίκαιον αὐτὸ ἢ οὐδέν; καὶ αὖ καλὸν καὶ ἀγαθόν;* (1)

Interrogationes autem categoricae *compositae* sunt, quando, pluribus propositis enunciationibus, quaeritur, quaenam ex iis vera, quaenam falsa sit. Formae sunt:

4. *Utrum A est B, an A est C?* ubi quaeritur, quodnam ex membris enunciationis disjunctae, quae idem habent subjectum, verum sit, aut quodnam ex pluribus indicatis praedicatis subjecto proposito tribuendum sit, veluti: *Utrum a natura jus profectum est, an ab aliqua quasi conditione hominum et pactione?* (2) *Tria pauca sunt, an multa? In hominem solum cadit, an etiam in beluas aegritudo? Ἆρα τὸ ὅσιον, ὅτι ὅσιόν ἐστι, φι-*

λεῖ-

(1) Plato. Phaedo p. 65. d.

(2) Cic. Topic. 21.

λεῖται ὑπὸ τῶν θεῶν· ἢ ὅτι φιλεῖται, ὅσιόν ἐστιν; (1)

5. *Utrum A est B, an C est B?* ubi membra idem habent praedicatum, aut ubi quaeritur cuinam ex pluribus propositis Subjectis praedicatum aliquod tribuendum sit, veluti: *Quaenam officia sunt aptiora naturae, quae ex communitate; an ea, quae ex cognitione ducuntur?* (2). *Praeponendane est divitiis gloria? Eloquentiane pluris est quam juris civilis scientia?*

6. *Utrum A est B, an C est D*, atque universe: *utrum α est, an β est*, an γ est ...; ubi α, β, γ ... sunt enunciationes quaelibet, veluti: *A multisne opus est, an satis a paucis diligi?* (3). Οὐδενὶ τρόπῳ φαμὲν ἑκόντας ἀδικητέον εἶναι; ἢ τινὶ μὲν ἀδικητέον τρόπῳ, τινὶ δ' οὔ; ἢ οὐδαμῶς τό γε ἀδικεῖν οὔτε ἀγαθὸν, οὔτε καλὸν, εἴτε φασὶν οἱ πολλοὶ, εἴτε μή; καὶ εἴτε δεῖ ἡμᾶς ἔτι τῶνδε χαλεπώτερα πάσχειν, εἴτε καὶ πρᾳότερα, ὅμως τό γε ἀδικεῖν τῷ ἀδικοῦντι καὶ κακὸν καὶ αἰσχρὸν τυγχάνει ὂν παντὶ τρόπῳ; φαμὲν, ἢ οὔ? (4).

7. Utrum

(1) Plato Euthyphro. 10, a.
(2) De Offic. I. 43.
(3) De Offic. II. 30.
(4) Plato Crito 49. a.

7. *Utrum A est, an B est?* ubi de exsistentia rerum agitur, veluti: *unusne mundus est, an plures? utrum prima causa est, an infinita causarum series? utrum fatum est, an providentia divina, an utrumque?*

Interrogationis hypotheticae hae sunt formae:

1. *An β est, si α est? an β sequitur ex α? an α est ratio, cur β verum sit? an α est causa ipsius β?* veluti: *An, si unus sensus semel in vita mentitus est, nulli unquam est credendum?* (1). *Si deus est aut anima, aut ignis, idemne est animus hominis? Si sapiens adulterinos nummos accepit imprudens pro bonis: cum id rescierit, soluturusne est eos pro bonis?* (2).

2. *An β est, quoniam α est? Num imperatorum scientia nihil est, quia summus imperator interdum fugit? Num idcirco formica anteponenda est huic pulcerrimae urbi Romae, quod in urbe sensus sit nullus, in formica non modo sensus, sed etiam mens, ratio, memoria?* (3).

Huc etiam referendae sunt formulae: *an β non*

(1) Acad. Quaest. IV. 25.
(2) De Offic. III. 91.
(3) De Nat. Deor. III. 9.

non est, si α est? an β non est, nisi α est? an β non est, etiamsi α sit? an β est, si α non est? an β est, etiamsi α non est? (1)

Interrogatio disjuncta hujus est formae:

Verumne est: aut α, aut β, aut γ : . . est? An tria sunt genera causarum; judicii, deliberationis, laudationis? Num omnis de universa quaestio in coelestia, sublimia et terrena recte dividitur? (2). *Κτητικῆς τεχνῆς ἆρ' αὖ δύο εἴδη; τὸ μὲν, ἑκόντων πρὸς ἑκόντας μεταβλητικὸν ὂν, διά τε δωρεῶν καὶ ἀγοράσεων καὶ μισθώσεων; τὸ δέ λοιπὸν, ἢ κατ' ἔργα ἢ κατά λόγους χειρούμενον ξύμπαν, χειρωτικὸν ἂν εἴη?* (3).

Animadv. Si interrogatio simplex est, responsio in lingua Latina plerumque fit aut vocibus affirmandi et negandi: *ita est, sane, etiam, vero, non, minime;* aut verbum repetendo cum affirmatione vel negatione, aut aliis modis, quos Grammatica docet. Saepe plus respondetur quam interrogatur, veluti: *An vicit utilitas honestatem? Imo vera utilitatem secuta est; An ab eo vapulasti? et innocens. An occidisti hominem? latronem.* Si interrogatio est composita v. c. *utrum α est, an β est?* plerumque respondetur repetitione enuncia-

(1) Confer. p. 144. seqq.
(2) Seneca Nat. Quaest. II. 1.
(3) Plato Sophista 219. d.

ciationis α vel β, ut v. c. *utrum non incepisti; an desiisti? desii.*

§. 84. *De interrogationibus, quae non sunt enunciationes.*

Si interrogatio, quae non continet, quaecunque in enunciatione requiruntur, cum responsione, quae ipsi satisfacit, conjungitur, ex hac conjunctione exsistit enunciatio, quae cujusque generis esse potest. In his autem interrogationibus duo esse possunt. Aut enim data est materia, atque quaeritur forma; aut data est forma atque aliqua materia, ita ut reliqua quaeratur. *Materiam* autem efficiunt *notiones*, res *singulares*, aut etiam *enunciationes* ipsae. *Forma* autem est *relatio* inter hanc materiam, definiens, utrum enunciatio, quae ex responsione prodit, sit *categorica*, *hypothetica*, an *disjuncta.*

Si igitur *data est materia, atque quaeritur forma*, interrogationes hujusmodi sunt: *quaenam est relatio inter corpus et spatium? inter vim et motum corporis? inter Rhombum et Rhomboidem?* Si respondetur: *Omne corpus est in spatio; vis est causa motus corporis, aut si vis agit in corpus, id ad motum excitat; omne*

ne Parallelogrammum est aut Rhombus, aut Rhomboides; prima responsio *categoricam*, secunda *hypotheticam*, tertia *disjunctam* indicat *relationem*.

Eadem tria genera oriuntur interrogationum, *si data est forma atque aliqua materia, ita ut quaeratur reliqua materia.* Primum genus est earum, quae *quaerunt materiam enunciationis categoricae.* Quaeri autem potest.

1. *Totum Subjectum* (A), *dato praedicato* (B), ita ut formula generalis sit: *quid est, cui praedicatum B sit tribuendum?* veluti: *quid est summum? quid infinitum? quid dicitur? quid in dubitationem cadit?* Hae autem quaestiones plerumque nimis vagae sunt, ad quas etiam difficile est respondere, quoniam quaelibet res est inquirenda, ut perspiciatur, utrum ipsi praedicatum B conveniat, nec ne. Quare ad rem magis accommodatae sunt quaestiones, definientes genus, aut formam, aut aliam notam Subjecti, qua id magis circumscribitur.

2. *Dato praedicato atque genere Subjecti*, quaeritur *species Subjecti*, aut *Individuum*, ita ut formula sit: *quodnam, aut quale A est B*, veluti: *Quodnam Quadrilaterum est regulare? Quis homo pessimus omnium est?* mendax.

3. *Dato praedicato et notione Subjecti, quaeri-*

-ritur *quantitas Subjecti*, veluti: *Quot homines adfuerunt? Orationis quot sunt partes?*

4. *Dati Subjecti quaeruntur praedicata;* ita ut formula sit: *quid est A?* Hae quaestiones eo magis sunt vagae, quo minus accurate designant, quod genus praedicatorum quaeratur. Quare in his interrogationibus eae plerumque postulantur notae, quae sufficiant, ut Subjectum ab aliis distinguatur, aut ex quibus pateat ejus natura, ut est in definitionibus, expositionibus, et descriptionibus.

5. *Dato Subjecto, atque genere praedicati, quaeritur aliqua nota praedicati primi, secundi, aut tertii ordinis.* Maxima pars interrogationum, quae non sunt enunciationes, hujus sunt generis, ut cernitur ex iis, quae de forma Grammatica enunciationum diximus (1), veluti: *Ubi, aut unde est animus? Quando defectio Solis futura est? Ad quod valent narratio et confirmatio, principium et peroratio?* (2). *Quibus rebus fides fit? Quid spectas, vis, rogas?*

Secundum genus est earum, *quae postulant, ut suppeditetur materia enunciationis Hypotheticae;* quae materia cum esse possit aut Thesis, aut

(1) Confer. p. 115. 151. seqq.

(2) Orator. Partit. 2.

aut Hypothesis, aut aliqua pars utriusque, oriuntur harum interrogationum quatuor genera.

1. *Data est Hypothesis, quaeritur Thesis*; ita ut formula sit: *quid ex a sequitur? quid efficit causa A?* veluti: *quid sequitur ex theoremate: summa angulorum trianguli rectilinei est duo anguli recti? quid consequens est sententiae: justitia est obtemperatio scriptis legibus*, vel: *omnia utilitate sunt metienda? quid efficitur attractione generali omnium corporum?* Quae interrogationes plerumque nimis vagae sunt, quam ut commode usurpentur: ex eadem enim ratione et causa multa consequi possunt.

His etiam adnumerandae sunt interrogationes, *ubi datae sunt praemissae atque quaeritur conclusio*. Hae autem, quae est natura Syllogismi, non sunt *vagae*, sed ad eas certa esse potest responsio, veluti: *quid consequitur, si omnia P sunt M, atque nonnulla S non sunt M* (1)?

2. *Data est Hypothesis, atque aliqua materia Theseos, ita ut supplenda sit Thesis*, veluti: *quid faciet is homo in tenebris, qui nihil timet, nisi testem et judicem? Qualis est cognitio et contemplatio naturae, si nulla actio re-*

(1) Vid. p. 238.

rerum consequitur? Quaenam figurae omnes habent angulos rectos, si unum habent angulum rectum? Ἐκ τοῦ ζῶντος τί τὸ γιγνόμενον; τὸ τεθνηκός. Τί δὲ ἐκ τοῦ τεθνεῶτος; τὸ ζῶν.

3. *Data est Thesis, quaeritur Hypothesis*, ita ut formula sit: *cur β vera est? quaenam est causa ipsius β?* veluti: *cur luna obumbratur? Quare homines ad morbos magis proclives sunt, quam animalia bruta? Cur triangulum rectilineum unum solummodo habere potest angulum rectum?*

His universe adnumerandae sunt interrogationes, *ubi, data conclusione, quaeruntur praemissae Syllogismi, sive simplicis, sive compositi.* Ad hoc idem genus etiam referuntur interrogationes, *quae postulant, ut indicentur causae finales, et morales*; veluti: *cur hoc fecisti? Cur tactus toto corpore fusus est? Cur auditus flexuosum habet iter? Cur amicitia, justitia, modestia, temperantia sunt colendae? Cur, impunitate proposita, nihil injustum faciendum est?*

Interrogationes hujus generis maximi sunt momenti, quoniam referuntur ad rem demonstrandam, ad causas rerum reperiendas, ad prudentiae, sapientiae et virtutis studium; caet.

Ooo 4. *Da-*

4. *Data est Thesis, atque aliqua pars Hypotheseos, supplenda est Hypothesis*, veluti:

quo numine laeso,
Quidve dolens, regina Deum tot volvere casus
Insignem pietate virum, tot adire labores
Impulit? (1).

Ad has interrogationes etiam pertinent, ubi *data Syllogismi conclusione atque una praemissa, quaeritur altera praemissa;* veluti: *Cur Cynicorum ratio, inimica verecundiae, tota est rejicienda? Cur aër, corpus terrestre gravidum, efficit, ut aqua evehatur in antlia?* (2) *Cur luna, quod est corpus opacum, obumbratur?*

Tertium genus est earum interrogationum, quae expetunt, ut suppeditetur materia enunciationis disjunctae, inprimis, ubi aliquod genus divisum est in suas formas. Ergo

1. *Dato genere, quaeruntur inferiora genera, vel formae*, veluti: *quomodo dividuntur triangula, quadrangula plana, enunciationes, Syllogismi? Quaenam sunt partes Orationis? Quid de omni, quod in controversiam venit, quaeritur* (3)?

2. *Da-*

(1) Virgilius Aeneis I. 8. seqq.
(2) Vid. p. 296.
(3) Cic. Partit. Orat. 9.

2. *Dato genere cum nonnullis formis, quaeruntur reliquae formae*, veluti: *quaenam sunt corpora regularia praeter cubum? quaenam sunt, praeter corporis bona, bonorum genera?*

Animadv. Ex his patet, quo plura suppeditet interrogatio, eo minus eam esse vagam, atque plerumque eo meliorem, atque aptiorem, ad eliciendam responsionem, quae ipsi satisfaciat. Interrogationes: *quaenam sunt praedicata Subjecti A? quaenam res habent praedicatum B? quid sequitur ex α? In quaenam genera dividitur A?* minus sunt definitae, quam quibus adjicitur conditio aliqua, quales sunt: *quaenam ex genere C sunt praedicata Subjecti A? quaenam res generis C habent praedicatum B? quaenam res habent simul praedicata B et D; aut habent praedicatum B, cujus nota est E? quid, relatum ad γ, sequitur ex α? In quaenam genera, ratione ipsius B, dividitur A?* Interrogatio nonnunquam tam potest esse vaga, et universalis, ut inepta fiat, qualis est: *quid homini in vita accidere potest? quid nos docet Historia gentium? quid recentior Physica detexit, veteribus incognitum? quibus erroribus obnoxii sunt homines? Quid sequitur ex Principio contradictionis?*

Sed judicanda est interrogationis virtus et vitium maxime secundum consilium, quod sibi proponit, qui interrogat. Aliud enim est, interrogare, ut scia-

sciamus, quid quis didicerit, memoriaque teneat, quaenam sit vis mentis, sagacitas ingenii; aliud est, interrogare, ut doceamus, aliosque erroris convincamus; aliud, ut responsione id, quod nobis incognitum est, cognoscamus, atque ipsi discamus. Magna est ars, alios apta interrogatione docere et convincere; cujus artis praeclara nobis specimina dederunt Plato et Xenophon in nonnullis Socraticis dialogis.

Multa discere possumus *interrogando alios*, si id fit diligenter, apte et cum judicio. Sed ut haec interrogatio maximos ferat fructus, *interrogatio nostri* eam antecedere, comitari et sequi debet. Magna interrogationum virtus ordo est. Itaque si talis potest esse responsio ad quaestionem A, ut alia quaestio B fiat supervacua, non a B sed ab A incipiendum est. Quare prius investigandum est, utrum aliquid vere sit nec ne, antequam ad causam ejus inveniendum aggredimur.

Omnis autem interrogatio clara et distincta esse debet, ut luculenter appareat, quidnam supplendum sit; neque in ipsa, si est problematica, ulla sit repugnantia, quoniam haec ne cogitari quidem potest; veluti: *Utrum ferrum ligneum est metallum an lignum? qualis est circulus rectilineus? quid est homo probus mendax?* Hae omnes sunt interrogationes *absurdae*. *Ineptae* autem sunt, quarum veritas aut falsitas per se patet continuo, quoniam tum cessant esse problematicae v. c. *Nonne triangulum habet tres angulos?*. *An linea recta est*

est linea? Quodnam metallum est lignum? aut si id, quod quaeritur, jam datur interrogatione ipsa, ut si roges: *quot annos duravit bellum triginta annorum? quaenam est area Quadrati unius palmae? An vestra mater habet liberos?* aut si perspicuum est, nullam dari posse responsionem, quae rem definiat, veluti: *Stellarum numerus par an impar est?* Saepe autem istiusmodi interrogationes fiunt eo consilio, ut cognoscatur mentis vigor, et animi attentio ejus, qui interrogatur.

Responsio ipsa inepta etiam esse potest, si aut aliud affert, ac rogatur, aut ea, quae ad quaestionem nihil faciunt, veluti, si ad interrogationem: *quare Parallelogrammum habet latera opposita aequalia?* respondetur: *quoniam est Quadrilaterum*, aut *quoniam potest esse rectangulum atque obliquangulum;* quarum tamen prior responsio minus inepta est quam posterior.

Quoniam autem interrogatio ipsa videri potest esse absurda aut inepta, quae non sit, saepe ab interrogante affertur ratio, cur habenda sit ad finem accommodata, veluti: *ubi sunt ii, quos miseros dicis, aut quem locum incolunt? Si enim sunt, nusquam esse non possunt* (1).

(1) Tusc. Disp. I. 15.

§. 85.

§. 85. *De enunciationibus practicis seu technicis.*

Enunciationes, quae declarant aliquid *posse esse* (1), pro diversitate ejus, cujus affirmatur possibilitas, in tria genera dividi possunt.

1. Primum genus est earum, quae affirmant, *aliquid posse esse verum aut falsum.* His statuitur *possibilitas relationis* (2), quam cogitamus inter duas res aut plures, ut inter rem, ejusque notam, inter principium ejusque consequens, inter partes totius atque Totum, inter enunciationes consentientes, dissentientes caet., ut v. c. *triangulum potest esse aequilaterum. Repugnantia potest esse in verbis, non in ideis. Justitia, virtus, libertas, possunt esse,* id est: *homo potest esse justus, virtute praeditus, voluntas hominis potest esse libera.*

2. Secundum genus est earum, quae ponunt, *aliquid posse esse, fuisse, aut factum esse,* ubi de *exsistentia* rei aut personae agitur, veluti: *Deus esse potest; Orpheus potuit esse.*

3. Tertium genus est earum, quae affirmant, *ali-*

(1) Confer. p. 86.
(2) Confer. p. 85.

aliquid posse componi, fingi, effici, fieri, veluti: *a dato puncto perpendiculum demitti potest in rectam lineam; angulus potest dividi in partes aequales.*

Hae omnes enunciationes, ut jam diximus, sunt assertoriae aut apodicticae, non problematicae (1).

Horum trium generum duo priora ponuntur in numero enunciationum, quae dicuntur *theoreticae*, a Graeca voce *θεωρεῖν*, *contemplari*, quoniam ad contemplationem rei, qualis sit aut possit esse, utrum sit, an non sit, referuntur. Quae autem tertii sunt generis, atque igitur indicant, quid (v. c. mente aut aliqua hominis actione) componi, fingi, effici possit, aut non possit, vocantur *technicae* seu *practicae*; a vocibus *τέχνη ars*, atque *πράσσειν agere*, quoniam magis artem et actionem, qua quid efficitur, spectant.

Quod aliqua actione efficitur, vel effici potest, aut est res vere exsistens, sive *substantia* latiore sensu, ut aedificium, machina, linea recta aut curva, figura manu vel aliquo instrumento ducta, caet.; aut est id, quod mente sola efficitur vel fingitur. Potest etiam esse *actio, facul-*

(1) P. 86.

cultas, *affectio animi*, ut *amare*, *docere*, *discere*. Quocirca enunciationes *theoreticae* sunt: *angulus dividitur*, *aut divisus est in duas partes; assiduo studio homo fit aut factus est rei peritus.* Sed *practicae* sunt: *angulus potest dividi in duas partes aequales ducendo lineam ...; assiduo studio homo potest fieri rei peritus*, caet.

Animadv. Quamvis tertium, quod diximus, genus non ita diversum sit a duobus prioribus, ut ad ea referri nequeat, tamen in usum praecipue disciplinarum Mathematicarum ab his distinguitur. Ut Logicis legibus dividendi plene satisfiat, ita dividere possumus: *Enunciationes*, *quae possibilitatem indicant*, *sunt aut practicae aut non sunt practicae. Practicae sunt*, *quae affirmant*, *aliquid* (*v. c. mente aut aliqua actione hominis*) *posse componi*, *effingi*, *effici.* Quae non sunt practicae, hae adnumerantur reliquis, quae dicuntur *theoreticae.*

§. 86. *De enunciationibus practicis Mathematicis*, *atque de earum solutione.*

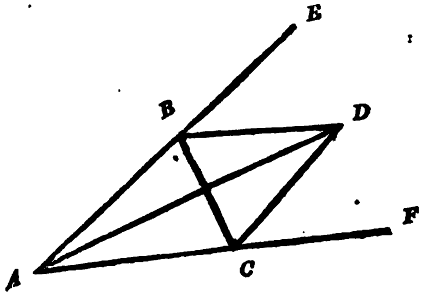
Hac enunciationum divisione inprimis utitur Mathesis, quoniam modus, quo enunciationes practicas exponit et demonstrat, diversus est ab eo, quo theoreticas tradit. Etenim in disci-

ciplinis, quae sensuum et naturae testimonio nituntur, supervacuum est demonstrare, quod aliqua naturae aut artis actione perfectum sit, id hac actione posse perfici, quoniam ex exsistentia continuo patet possibilitas (1). Sed in Mathesi pura, ubi hoc testimonio uti non possumus, sed imaginatio imagines, atque intelligentia notiones libere fingit et componit, allatis rationibus demonstrandum est, revera posse effici id quod ita fingitur et componitur (2). Quamobrem describendus est modus, quo id fieri possit, atque demonstrandum per seriem syllogisticam, hunc efficiendi modum verum esse et sufficientem, quippe qui nihil fortuitum, nihil incertum habeat. Haec tractatio enunciationis practicae dicitur ejus *solutio*. In aliis solutionibus descriptio modi antecedit seriei syllogisticae, qua ejus veritas demonstratur, in aliis haec series ad eum ipsum nos conducit. Nonnunquam descriptio modi jam satis indicat, id vere effici, quod proponatur; quod si fit, demonstratione non opus est. Enunciatio practica, cujus solutio dari potest, atque requiritur, dicitur *Problema*.

Ut,

(1) Similiter, ex mente Leibnitzii, experientia efficit definitiones reales. Vid. p. 444.

(2) Vid. p. 445.



Ut, quae dicta sunt, illustrentur, proponatur enunciatio practica sive *Problema: Angulus (EAF), certo quodam modo ducenda recta linea (AD), in duas partes aequales dividi potest;* quae enunciatio etiam ita profertur: *Ducere rectam lineam (AD), quae angulum rectilineum (EAF) in duas partes aequales (EAD et FAD) dividat;* sive: *angulum rectilineum in duas partes aequales dividere.*

Ut solutio fiat hujus Problematis, primum explicatur modus, quo ducenda est illa linea. Super eadem basi BC designantur duo triangula aequicrura ABC et BDC. Linea AD, quae eorum vertices conjungit, est ea ipsa, quae quaeritur, idque demonstratur ex aequalitate triangulorum ABD et ACD, ex quo consequitur aequalitas angulorum EAD atque FAD.

Haec igitur solutio, quae, ut patet, *universalis* est, ex duabus partibus consistit: *ex descriptione modi efficientis*, atque *ex demonstratione* per

per seriem syllogisticam, sive Soritem (1). In sequenti autem exemplo haec series syllogistica ad modum ipsum inveniendum nos conducit.

Propositum sit: *Ope calculi, ex summa et differentia duorum numerorum, invenire utrumque numerum.* Descriptio modi, quo reperiuntur numeri, haec est. Ut solutio sit generalis, atque ad omnes numeros adhiberi possit, literae *x* et *y* repraesentent numeros quaerendos, *s summam* et *d differentiam* eorum. His positis est $x = \frac{s+d}{2}$, $y = \frac{s-d}{2}$, id est *major* numerus reperitur addendo dimidiam differentiam dimidiae summae; *minor* autem, eam subtrahendo a dimidia summa. Quare ad hoc opus perficiendum sola additione, subtractione et divisione numerorum opus est. Restat igitur, ut ostendatur, has formulas et aequationes esse veras, quod ita fit:

$$\left.\begin{aligned} x+y&=s \\ x-y&=d \end{aligned}\right\}$$ quae aequationes non aliud indicant, nisi id, quod in problemate ipso verbis expressum est.

ergo addendo oritur: $2x = s + d$

atque subtrahendo: $2y = s - d$.

deinde divisione: $x = \frac{s+d}{2}$ et $y = \frac{s-d}{2}$.

Haec

(1) Confer. p. 339. seqq.

Haec est via, quam in priore Problemate solvendo secuti sumus. Sed continuo patet, magis accommodatam consilio hic esse solutionem, quae incipiat ab ipsa demonstratione. Quaeruntur primum aequationes: $x+y=s$, atque $x-y=d$, ex proposito Problemate ipso, ex quibus, ut explicatum est, per seriem Syllogisticam colligitur esse $x=\frac{s+d}{2}$, $y=\frac{s-d}{2}$; quae formula cum jam plene indicet, quomodo x et y reperiri possint, solutio peracta est, neque requiritur modi descriptio.

Ejusdem generis est Problema:

Duos reperire numeros (x et y), quorum summa (s) atque productum (p) cognita sunt.

Aequationes, quas continuo suppeditat enunciatio ipsa, sunt $x+y=s$, atque $xy=p$:

1. Ex prima sequitur: $x^2+2xy+y^2=s^2$:
   ex secunda: $4xy=4p$:
2. unde subtractione: $x^2-2xy+y^2=s^2-4p$:
3. ergo $x-y=\sqrt{s^2-4p}$. Sed cum etiam sit $x+y=s$,
4. colligitur $x=\frac{1}{2}s+\frac{1}{2}\sqrt{s^2-4p}$
   $y=\frac{1}{2}s-\frac{1}{2}\sqrt{s^2-4p}$.

Quae formulae, verbis expressae, modum indicant, quo x et y reperiuntur. Ex ipsis autem patet, non solum additione, subtractione, et divisione,

sed

sed etiam inventione *radicis quadratae* opus esse, ut numeri computentur. Quare methodus accurata postulat, ut, antequam de solvenda ejusmodi enunciatione agatur, prius exponatur doctrina de radicibus quadratis inveniendis. Docent etiam hae formulae enunciationem: *posse duos numeros reperiri, quorum summa sit* s, *atque productum sit* p, non esse universe veram, sed ei adjiciendam esse conditionem, *ut* s^2, *sive quadrata summa non sit minus quam quater productum.*

Ex his duobus exemplis satis perspicitur, demonstrationem, quae incipit a principiis atque progreditur ad ea, quae ex his principiis consequuntur, etiam ad inventionem posse esse aptissimam.

§. 87. *De enunciationibus practicis Geometricis et Arithmeticis, atque de iis, quae, ipsis propositis, dantur et quaeruntur.*

Ex his problematibus, quorum prius ad Geometriam, duo posteriora ad Arithmeticam pertinent, patet esse Problemata Geometrica et Arithmetica. *Geometrica* universe indicant, aliquod Quantum Geometricum posse designando componi, v. c. aliquam lineam, sive rectam, sive curvam, angulum, figuram certae cujusdam condi-

ditionis posse designari, aut fingi, aut dividi in duas pluresve partes aequales; superficiem curvam, corpus Geometricum posse oriri v. c. motu parallelo, rotatorio; definiri posse puncta lineae, plani loca, caet. *Arithmetica* autem Problemata declarant, Quanta Arithmetica posse effici componendis et decomponendis unitatibus, qualia sunt *summae*, *differentiae*, *producta*, *quoti*, *radices*, *potestates*, *series*, *functiones*, *Logarithmi*, et quae sunt alia hujus generis.

Magna est convenientia inter plura Problemata Arithmetica et Geometrica. Ita

A. Cum Arithmeticis: *Si datus est numerus A quilibet, sive simplex, sive compositus, integer sive fractus:*

1. *Hunc numerum dividere in partes aequales, aut in partes, quae sunt in certa quadam ratione.*

2. *Hujus numeri secundam, tertiam, atque quamlibet potestatem*, atque

3. *Secundam, tertiam, atque quamlibet radicem reperire;*

comparare possumus Geometrica:

1. *Datam lineam rectam, angulum, arcum, triangulum, prisma, aliamve figuram et corpus dividere in partes aequales, aut in*

in partes, quae sint in certa quadam ratione.

2. *Describere triangulum aequilaterum, quadratum aliamve figuram regularem, atque cubum, aliudve corpus regulare; quorum latus sit data linea recta.*

3. *Reperire latus Quadrati, cujus area aequalis est areae dati Trianguli, Parallelogrammi, aut alius figurae, vel etiam superficiei alicujus corporis, atque latus ejusmodi Cubi, qui soliditatem habeat dati prismatis, pyramidis, coni, cylindri, sphaerae*, caet.

B. Similiter cum Arithmeticis: *Si dati sunt duo numeri* A *et* B:

1. *Invenire ipsorum summam atque differentiam.*

2. *Productum ex iis.*

3 *Quotum ex iis, sive rationem Geometricam.*

4. *Mediam proportionalem Geometricam.*

Comparari possunt Geometrica hujus argumenti:

1. *Duas lineas rectas pluresve in unam summam conjungere, aut a majore partem auferre, aequalem minori. Idem proponitur de duobus angulis, arcubus, figuris, corporibus, ut v. c. construere triangulum, aut aliam*

aliam figuram, cujus area aequalis sit summae, aut differentiae duarum quarumlibet figurarum; construere prisma aut aliud corpus, cujus soliditas aequalis sit summae aut differentiae duorum corporum quorumlibet.

2. *Ex datis duabus rectis lineis Parallelogrammum rectangulum construere.*

3. *Duarum linearum rectarum reperire rationem.*

4. *Datis duabus rectis lineis reperire mediam proportionalem.*

Haec convenientia tum inprimis cernitur, si Problematis Arithmetici solutio conducit ad solutionem Problematis Geometrici. Ita, si solvitur Problema: *ex summa* (s) *et differentia* (d) *duorum numerorum* (x *et* y), *invenire utrumque numerum*, invenitur $x = \frac{s+d}{2}$, $y = \frac{s-d}{2}$, ubi x, s, d, y sunt numeri. Si autem sunt lineae, eaedem formulae indicant, quomodo duo latera (x et y) Parallelogrammi aut Trianguli rectanguli, quae angulum rectum includunt, reperiantur, si summa (s) eorum atque differentia (d) datae sunt. Similiter Problema: *ex summa* (s) *et producto* (p) *duorum numerorum*, (*x et y*), *invenire hos numeros*, conducit ad aequationes:

$x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4p}$

$y = \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4p}$.

Si autem *p* est area Parallelogrammi rectanguli, atque *s* summa laterum *x* et *y*, quae angulum rectum includunt, hae formulae indicant, quomodo Geometrice reperiatur x et y, aut quomodo solvatur Problema Geometricum: *Ex area Parallelogrammi rectanguli atque summa altitudinis et baseos reperire latera.*

Ita solutio Aequationum quadratarum;

1. $x(a \pm x) = a^2$
2. $x(a \pm x) = b^2$
3. $x \pm y = a,\ b = \sqrt{xy}$
4. $x \pm y = a,\ \sqrt{x^2 + y^2} = c$
5. $x \pm y = a,\ x = \sqrt{2y^2}$
6. $a^2 = x^2 \pm b^2$

atque universe

7. $x^2 \pm bx \pm cd = 0$;

nos ducit ad solutionem Geometricorum Problematum, ubi x, y, a, b, c, d sunt lineae; xy, ax, by, bc ... Parallelogramma rectangula, quorum latera sunt x et y, a et x, caet.

Huc referenda sunt Problemata Geometrica, quae partim calculo Arithmetico, partim constructione Geometrica solvuntur. Eadem Quantitas Geometrica plerumque etiam et Geometrice et Arithmetice inveniri potest. Si problema po-

nitur: *Triangulum definire, cujus data sunt duo latera cum angulo incluso*, id quod quaeritur inveniri potest aut designando triangulum, aut ope calculi Trigonometrici, quo computantur *reliqui duo anguli, tertium latus, area*, caet.

Omnium autem Problematum, ut per se patet, commune est, ut in ipsis alia sint data, ex quibus alia sunt invenienda. Quae data sunt possunt esse *numeri, rationes, aequationes, lineae, anguli, figurae, corpora.* Cum autem *duobus punctis* definiatur *recta linea, tribus* autem *triangulum, angulus, circulus; planum; quatuor punctis pyramis*, caet., ea, quae data sunt, in multis Geometricis Problematibus ad numerum quendam punctorum referre possumus, v. c.

Datis tribus punctis, quae non sunt in eadem recta linea:

1. *Quartum punctum reperire, quod sit centrum circuli, cujus peripheria haec tria puncta transit.*

2. *Inscribere circulum triangulo, cujus apices sunt haec tria puncta;* sive *quartum punctum reperire, quod aeque distet a tribus rectis lineis, quibus haec tria puncta conjunguntur.* Quod problema valet de qualibet figura rectilinea regulari, quippe quae tribus punctis semper definiri potest.

3. *Ex*

3. *Ex uno puncto demittere perpendiculum in rectam lineam, quae reliqua duo puncta transit*, sive *quartum punctum invenire, in quo illud perpendiculum huic lineae occurrit.*

4. *Ex uno horum punctorum ducere lineam rectam parallelam ei, quae per reliqua duo puncta transit;* seu *quartum reperire punctum, quod cum aliquo horum punctorum est in linea recta, parallela ei, in quo sunt reliqua duo puncta.*

§. 88. *Quid inter se differant Problemata, Postulata, Theoremata, et Axiomata.*

Problema, ut diximus, est enunciatio, quae solvenda proponitur, aut proponi potest. Sunt tamen enunciationes practicae, quae nullam solutionem aut demonstrationem admittunt, quarum tamen veritas ita perspecta est, ut ad persuasionem demonstratione non opus sit. Haec dicuntur *Postulata*. Hujusmodi Postulatum Geometricum est: *a puncto ad punctum linea recta duci potest*, quo indicatur imaginationis et intelligentiae actio quaedam, quam ulterius describere, aut explicare non possumus (1). Non enim

(1) Confer. p. 74.

enim agitur de describenda recta linea ope regulae aut alius instrumenti (1): haec enim descripta linea, ejus lineae, quam postulat Mathesis, solummodo est *signum aliquod*. *Postulatum* autem *Arithmeticum* est: *unitates earumve partes in unam summam congregare*; quo mentis indicatur facultas quaedam addendi unitates aliis alias, et ita quidem, *ut harum unitatum omnis praetermittatur qualitas*.

Enunciatio theoretica, quae demonstrari potest, dicitur *Theorema*; sed, si ejus veritas per se patet, neque Mathematicis rationibus demonstrari potest, *Axioma* vocatur. *Axiomata* igitur et *Postulata* sunt principia sive primae veritates, quibus nititur totum Matheseos aedificium. (2)

Animadv. 1. *Postulata* cum non aliud indicent, nisi intelligentiae et imaginationis actiones quasdam, cuilibet disciplinae sua sunt *Postulata*, quoniam sine his actionibus nulla disciplina constat. Quare etiam Logicae sua sunt Postulata, quae cum Arithmeticis et Geometricis comparari possunt. Ita Postulatum *Geometricum* est: *Linea recta produci potest*; *Arithmeticum*: *Numero unitates addi possunt*; *Logi-*

(1) Confer. p. 395.

(2) Confer. p. 40. 167. seqq. 180. 292. seqq.

gicum: Notioni addi potest notio consentiens; quia compositione notionis argumentum augetur, sphaera diminuitur. Postulatum *Geometricum* est: *A data linea pars auferri potest; Arithmeticum: Numero unitates subtrahi possunt; Logicum: A notione composita una pluresve notiones partiales auferri possunt;* quo argumentum notionis diminuitur, sphaera augetur. Priora Postulata ad *compositionem;* posteriora ad *decompositionem* rectarum linearum, numerorum et notionum referuntur.

Animadv. 2. In solutione Problematum Geometricorum Veteres tantum usurpabant *Regulam* et *Circinum*, quibus designantur rectae lineae et circuli, neque etiam aliis instrumentis opus est ad ea problemata solvenda aut eas figuras designandas, quae Geometriae elementaris propria sunt. Sunt autem inventa Instrumenta Mathematica, quibus praesertim curvae lineae, atque figurae curvilineae magis commode et expedite designari possunt; quae etiam divisioni linearum et figurarum inserviunt.

Animadv. 3. Sunt Logici, qui ita definiant enunciationes practicas, ut sint tales, *quae postulent, ut aliqua res producatur.* Id declarari dicunt voce *debere*, *Imperativo modo*, et similibus; enunciationes autem, indicantes, *aliquid posse fieri*, esse *theoreticas.* Haec definitio rei non videtur convenire. Nam si in Mathesi aliquod Problema proponitur, id postulatur, ut explicetur atque

que demonstretur, *aliquid effici posse*, quod fit *ostendendo modum, quo id fiat.* Problema: *Angulum datum in duas partes aequales dividere*, non indicat postulari, ut angulus dividatur, sed angulum posse dividi, idque fieri certa quadam ratione, quae describenda sit. Quod inprimis cernitur in *Postulatis.* Postulatum: *a dato puncto ad quodlibet punctum ducere lineam rectam*, non postulat, ut ducatur infinitus linearum rectarum numerus, sed declarat, *a dato puncto ad quodlibet aliud punctum rectam lineam duci posse.* Mathematicus tum utitur Imperativo modo, si quid vult fieri, quoniam id cum proposito conveniat. In Problematibus autem proponendis, plerumque Infinitivum modum usurpat; ubi intelligi licet, *potest homo*, sive *mens humana.* Sane Philosophiae Moralis enunciatio, quae aliquod praeceptum indicat, dici etiam solet *practica*, quoniam homini praecipit, ut aliquid *agat*, aliquod sibi proponat consilium (πράσσῃ), idque saepe Imperativo modo exprimitur, veluti: *opprime dolorem*; id est: *ratio tibi praecipit, ut dolorem opprimas.* Sed ejusmodi enunciationes practicae multum differunt ab iis, de quibus hoc loco agimus. Si adfirmo: *dolor opprimi potest*, atque indico modum, quo id ab homine fieri possit, haec vere est solutio alicujus Problematis Moralis.

Est tamen convenientia inter has enunciationes practicas, atque eas, quae necessitatem aliquam, prae-

praeceptum, admonitionem involvunt. De qua haec pauca.

Experientia atque observatio in universitate rerum cum externarum tum internarum, infinita ostendunt phaenomena, mutationes, motus, quae aliqua virium et causarum actione et certo quodam modo orta sunt. Ex eo autem, quod quidquam aliquo modo effectum est, tuto concludimus, id hoc modo *effici posse*; veluti cum dicimus: *aqua, calore ad certum quendam gradum diminuto vel aucto, in glaciem aut in vaporem mutari potest*. *Possibilitatem* igitur *ex exsistentia concludimus*. At vero causarum et virium natura perspecta, vel cognitis legibus, juxta quas agunt, etiam sine experientiae testimonio affirmare possumus, certo quodam modo quidquam necessario produci, ita ut conclusio etiam ad tempus futurum pertineat. Ex eo igitur, quod fieri debet, aut necessario fit, concludimus, id nunc atque in futurum fieri posse Haec est *possibilitas ex necessitate orta* (1). Ita Astronomi e cognitis legibus, juxta quas Terra atque Luna moventur, definiunt, quaenam eclipses Solares atque Lunares futurae sint et quando; ex quo colligitur, non solum, eas certo quodam tempore esse posse, sed etiam, alio tempore esse non posse. Si quid assequi cupimus, nobisque cognitum est, id fieri posse certa quadam actione, quae ex nostra voluntate pendet,

(1) Confer. p. 236.

det, ad hanc actionem, si alia non obstant, impellimur. Haec relatio inter id, quod cupimus (*finem*) atque id, quo efficitur, quod vulgo *medium* vocant, plerumque indicatur *Imperativo* vel *Conjunctivo* modo, aut aliis modis, quae necessitatem designant, veluti: *opus est te animo valere, ut corpore possis; mortem, ut nunquam timeas, semper cogita.* Saepe tamen finis non indicatur, quoniam legenti vel audienti satis est cognitus, veluti: *Ostentationis suspicio vitanda est.* Saepe etiam finis est ejus, qui loquitur; actio, qua ad finem pervenitur, est ejus, cum quo, vel de quo habetur sermo.

His autem omnibus enunciationibus finalibus, de quibus jam dictum est (1), inest enunciatio practica, *id, quo assequimur finem, effici potest.* Admonitiones, praecepta, rogatus, desideria, quae rem spectant, quae fieri nequit, absurda sunt. Praeceptum: *juveni parandum, seni utendum est*, nullum est, si juvenis nil sibi parare possit, senexque nihil habeat, quo utatur. Id etiam valet de praeceptis moralibus, quae nulla sint necesse est, si id, quod praecipitur, ab homine effici non potest. Fundamentum doctrinae moralis est *libertas moralis hominis*, sine qua ipsa haec doctrina vana est.

Animadv. 4. Sunt aliae voces, quibus, cum in aliis disciplinis tum in Mathesi, designari solent non-

(1) Confer. p. 146, 147.

nonnullae enunciationes propter munus, quo in disciplina funguntur. Ita voce *Lemma* (λῆμμα sumtio) plerumque intelligitur enunciatio, quae non continuo pertinet ad quaestionem, de qua agitur, sed in auxilium adhibetur, ad aliquod theorema demonstrandum, aut problema solvendum. Potest etiam esse enunciatio desumta ex alia doctrina, in qua investigata et demonstrata est.

Corollaria (*Consectaria*, *Porismata*) sunt enunciationes, quae ex iis, quae antecedunt, sine nova demonstratione, intelliguntur. *Scholia*, (*Notae*, *Animadversiones*) sunt enunciationes, quae aliis adduntur, ut eas explicent, earum usum ostendant, difficultates tollant, aliorum de ipsis sententiam exponant, caet. Saepe etiam ad Historiam Literariam pertinent ejus rei, de qua agitur.

§. 89. *De Methodo Analytica et Synthetica.*

In conjungendis cognitionibus aut progredi possumus a principiis ad consequentias, aut regredi a consequentiis ad principia (1). Prior ordo, sive ordo progressivus, *Methodus Synthetica*; posterior, sive ordo regressivus, *Methodus Analytica* dicitur.

In

(1) Confer. p. 522.

In Methodo igitur Synthetica:

1. *Axiomata et Postulata* antecedunt Theorematibus et Problematibus, quae ex ipsis consequuntur, atque universe omnis enunciatio antecedit ei, cujus est principium. Demonstratio veritatis *Praemissarum* praeit conclusioni ex his Praemissis, atque, in Polysyllogismo, Episyllogismus sequitur *Prosyllogismum* (1).

2. Si *enunciationis* est *materia* aliqua, cujus veritas aut possibilitas demonstretur necesse est, haec demonstratio praeit enunciationi. Quare prius ostenditur, Parallelogrammum *esse posse*, quam ejus attributa, velut laterum oppositorum aequalitas, demonstrantur. Etenim si non est possibile, omnis de attributis enunciatio vana est.

3. Definitiones rerum et notionum, quae efficiunt materiam enunciationis, huic enunciationi antecedunt; quoniam, his rebus et notionibus non perceptis, ejus veritas percipi nequit. Ita theorematibus de lineis et figuris praegrediuntur definitiones ipsarum.

4. Definitio notionum, quae alicujus notionis vel rei compositae efficiunt partes sive argumentum, definitioni hujus notionis compositae aut rei

(1) Confer. p. 269. seqq.

rei antecedit (1). Ergo definitio notionis superioris praeit definitioni inferioris. Data esse debet definitio figurae et linearum parallelarum, antequam datur definitio Parallelogrammi.

5. Declaratio *simplicis* notionis praeit definitioni rei aut notionis, in qua inest, atque etiam enunciationi, cujus est materia. Ergo declaratio directionis antecedit definitioni anguli atque enunciationibus de lineis rectis parallelis.

Ex his facile perspicitur, quaenam sit, huic contraria, *Methodus regressiva* seu *Analytica*. In omni autem disciplina, quae, in formam scientiae redacta, aliis discenda proponitur, ideoque ordine et via maxime procedit, dominatur *Methodus Synthetica*. Quare etiam tota Mathesis, neque solum Geometrica, sed etiam Arithmetica, quaeque ex iis componuntur partes, ad eam conformatae esse debent (2), Verum haec est *compositio Totius*, quae non impedit, quo minus *in nonnullis partibus aut locis*, etiam obtineat *Methodus Analytica cum Synthetica conjuncta*. Quod quidem diversis modis esse potest pro diversitate consilii docentis, et rerum, de

(1) Cujus exemplum est p. 417.

(2) Ut etiam Plato declarat. Confer. p. 78.

de quibus agitur, et rationis disciplinae. Alia est Methodus docendi disciplinam, alia discendi, atque, etiam in docendo, multum differt, utrum ore an scriptis fiat.

Caeterum per se patet, utramque Methodum praecipue valere in definitionibus et demonstrationibus. Methodus *Synthetica* incipit a definiendis notionibus simplicioribus, atque *componendo* progreditur ad eas, quae sunt magis compositae; *Analytica* autem decomponit *notionem datam*, atque ita regreditur ad notiones partiales, quibus minus est argumentum, sed major sphaera. De his jam diximus (1). Restat, ut contemplemur utramque Methodum, qua refertur ad verum inveniendum et demonstrandum.

§. 90. *De demonstrandi inveniendique Methodo Synthetica et Analytica.*

Quo melius perspiciatur differentia inter utrumque demonstrandi et inveniendi genus, rem exemplis illustremus. *Demonstrationis Syntheticae* specimen hoc sit:

I.

(1) P. 444. seqq.

1. α est, 4. β est,
2. si α est, γ est, 5. si β est, δ est,
3. ergo γ est, 6. ergo δ est,
7. si γ et δ sunt, ϕ est,
8. ergo ϕ est.

In hoc specimine γ et δ sunt Praemissae, ex quibus colligitur, ϕ esse. Harum primum veritas demonstratur, atque derivatur ex principiis α et β, quae aut per se sunt vera, aut jam demonstrata sunt. Hisce Praemissis demonstratis, ratio affertur, si id opus est, cur forma Syllogismi, sive enunciatio hypothetica: *si γ et δ sunt, ϕ est*, vera sit.

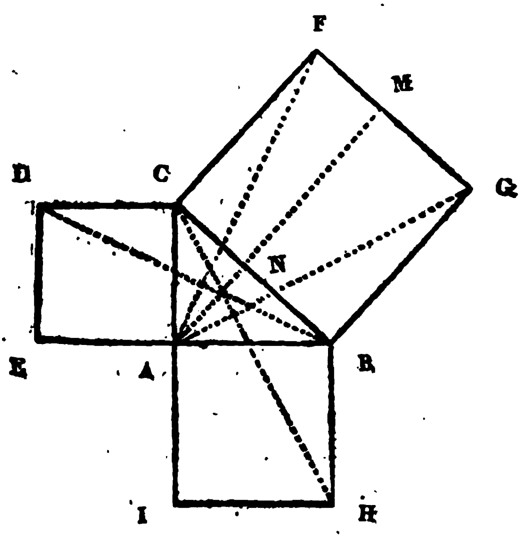
Methodum autem *Analyticam* in demonstrando et inveniendo usurpamus, si incipimus ab enunciatione ipsa, quae est demonstranda, atque inquirimus, ex quibusnam Praemissis prodire possit, similiterque cum his ipsis Praemissis agimus, si earum veritas neque per se est manifesta, neque demonstrata. Itaque ϕ esse, Analytica Methodo sic colligi potest:

1. Si γ et δ sunt, ϕ est,
2. si α est, γ est,
3. si β est, δ est,
4. at vero α est,
5. atque β est,
6. ergo ϕ est.

Sed

Sed ne solis formulis generalibus utamur, proponatur *theorema Mathematicum Pythagoricum: Quadratum Hypotenusae trianguli rectanguli aequale est summae Quadratorum Cathetarum;* aut $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Ut id demonstretur, ducantur DB, AF, AG, CH atque AM parallela lineae CF.

Synthetica demonstratio haec est:



1. $\triangle DCB = \triangle ACF$ (α est),
   $\triangle DCB = \frac{1}{2} AC^2$
   $\triangle ACF = \frac{1}{2} \square CFNM$.
2. Ergo si $\triangle DCB$ est $= \triangle ACF$, AC^2 est $= \square CFNM$ (si α est, γ est).

3.

3. Ergo $AC^2 = \square CFNM$ (γ est).

4. $\triangle CBH = \triangle ABG$ (β est),

$\triangle CBH = \frac{1}{2} AB^2$,

$\triangle ABG = \frac{1}{2} \square NMBG$.

5. Ergo si $\triangle CBH$ est $= \triangle ABG$, AB^2 est $= \square NMBG$ (si β est, δ est).

6. Ergo $AB^2 = \square NMBG$ (δ est).

7. Si $AC^2 = \square CFNM$ atque $AB^2 = \square NMBG$, $AC^2 + AB^2$ est $= CB^2$ (si γ et δ sunt, ϕ est).

8. Ergo $AC^2 + AB^2 = CB^2$ (ϕ est).

Analytica autem demonstratio ejusdem Theorematis haec est:

1. Si $AC^2 = \square CFNM$ atque $AB^2 = \square NMBG$, $AC^2 + AB^2$ est $= CB^2$ (si γ et δ sunt, ϕ est),

$\triangle DCB = \frac{1}{2} AC^2$,

$\triangle ACF = \frac{1}{2} \square CFNM$.

2. Ergo si $\triangle DCB$ est $= \triangle ACF$, AC^2 est $= \square CFNM$ (si α est, γ est),

$\triangle CBH = \frac{1}{2} AB^2$,

$\triangle ABG = \frac{1}{2} \square NMBG$.

3. Ergo si $\triangle CBH$ est $= \triangle ABG$, AB^2 est $= \square NMBG$ (si β est, δ est).

4. $\triangle DCB = \triangle ACF$ (α est).

5. $\triangle CBH = \triangle ABG$ (β est).

6. Ergo $AC^2 + AB^2 = CB^2$ (ϕ est).

Ani-

Animadv. 1. Si suspicamur aut credimus, enunciationem φ esse veram, utraque viâ ad certam ejus, si vera est, cognitionem, sed tentando, pervenire possumus. Synthetica tamen Methodus, si longa serie syllogistica opus est, ad id assequendum plerumque minus apta est, quam Analytica. Maxime enim incertum esse potest, an ex principiis (α et β) positis ad enunciationem (φ) perventuri simus; sed in Analytica via ab ipsa enunciatione φ, tanquam a termino certo et fixo, egredientes, quaerimus solam directionem viae, sive secundum terminum, quo transeundum sit. Ita cogitantes de rationibus, ex quibus continuo sequatur φ, invenimus eas esse γ et δ, qui est tamquam secundus viae terminus. Sed cum veritas ipsarum γ et δ nondum pateat, tertius est inveniendus, sive quaerendae sunt rationes, ex quibus colligatur earum veritas. Hae inveniuntur esse α et β, quarum veritas si aut per se patet, aut ex principiis per se certis Synthetice colligi potest, enunciatio φ est inventa, atque argumentis sufficientibus munita, ita ut quarto termino non opus sit.

Ex his patet, si veritas ipsius φ inventa est viâ Analyticâ, facile ejus exhiberi demonstrationem Syntheticam, quoniam solummodo ordo Praemissarum est mutandus. Quare, etiamsi viâ Analyticâ inventa sit aliqua enunciatio Mathematica, tamen plerumque Methodo Synthetica, quae ad persuadendum et demonstrandum, ad conjungendas

das partes Systematis magis apta est, demonstrari solet.

Si per se patet, ex quibus principiis egrediendum sit, ut ad propositam enunciationem perveniatur, saepe facilius et brevius Quaesitum invenitur via *Synthetica*, quam *Analytica*, quod in primis in solvendis aequationibus apparet. Haec enim solutio fit *via Synthetica:* aequatio ipsa est principium, ex quo reperitur *valor incogniti*, id est *aequatio*, quae est invenienda et demonstranda (1).

Ne autem existimemus, inventionem causae et rationis alicujus rei plerumque fieri illa via, quam descripsimus. Ingenium hominis, inprimis imaginatio, singulares saepe ingreditur vias ad propositum finem assequendum, atque non raro ita, ut earum ratio aut descriptio reddi nequeat. Fortunae etiam et casui suae hac in re possunt esse partes gravissimae. Universe autem ingenii dotes singulares, conjunctae cum varia et multiplici doctrina, et cognitione rerum, quae connexae sunt cum re invenienda, efficiunt, ut ille eligatur et teneatur cursus, qui ad propositum finem conducit; qua de re certae et exploratae regulae non possunt suppeditari. In his tamen una est via, cujus nonnulla indicia designare operae pretium videtur.

§. 91.

(1) Confer. p. 339. 484. 485.

§. 91. *De modo investigandi veritatem enunciationis, exquirendo, quid ex ipsa consequatur.*

In demonstratione atque investigatione Analytica, quam vidimus, initium fit ab enunciatione hypothetica: *si* γ *et* δ *sunt*, ϕ *est*, ubi propositio demonstranda ϕ est thesis. Si autem ϕ non est thesis, sed hypothesis, adeo ut initium fiat a propositione: *si* ϕ *est*, γ *et* δ *sunt*, investigandi ratio prorsus mutatur. Tum enim cessamus quaerere, ex quibusnam enunciationibus ϕ consequatur, sed inquirimus, quid ex ea colligi possit; veluti, si ad demonstrandum ϕ ita ratiocinamur:

si ϕ *est*, α *est*,		ϕ *vera sit*,
si α *est*, β *est*,		ergo α *est*,
si β *est*, γ *est*,	aut ita	ergo β *est*,
si γ *est*, δ *est*,		ergo γ *est*,
		ergo δ *est*,

haec ratiocinatio ad finem propositum minime nos conducere videtur. Quoniam autem, si quid consequitur ex ϕ, quod falsum sit, ϕ ipsa falsa sit necesse est (1), hic colligendi modus aptus esse potest ad detegendum et demonstran-

(1) Confer. p. 215-217.

strandum, enunciationem Φ esse falsam. Praeterea, cum eadem lex doceat, Φ veram esse, si quid falsi ex *non* Φ sequatur, idem etiam valere potest ad demonstrandum veritatem enunciationis Φ; quae est demonstratio *indirecta* seu *apagogica* (*ἀπαγωγική*) (1) hujus formae:

si Φ *non est*, α *est*,
si α *est*, β *est*,
si β *est*, γ *est*,
si γ *est*, μ *non est*,
sed μ *est*,
ergo Φ *est*,

aut ita

Φ *non sit*,
ergo α *est*,
ergo β *est*,
ergo γ *est*,
ergo μ *non est*,
sed μ *est*,
ergo Φ *est*,

ubi enunciationes etiam possunt esse negantes, veluti: Φ *non sit*,

ergo α *non est*, ergo β *non est*, ergo γ *non est*,
ergo μ *non est*,
sed μ *est*,
ergo Φ *est*.

Proponatur: si $x^2 = 2ax + b^2$ (μ), esse $x = a \pm \sqrt{a^2+b^2}$ (Φ). Demonstratio indirecta haec est:

x non sit $= a \pm \sqrt{a^2+b^2}$ (Φ non sit),
ergo $x - a$ non est $= \pm \sqrt{a^2+b^2}$ (α non est),
ergo $(x-a)^2$ non est $= a^2 + b^2$ (β non est),

er-

(1) Confer. p. 254.

ergo $x^2 - 2ax + a^2$ non est $= a^2 + b^2$ (γ non est),
ergo x^2 non est $= 2ax + b^2$ (μ non est),
sed secundum hypothesin: x^2 est $= 2ax + b^2$
(μ est),
ergo $x = a \pm \sqrt{a^2 + b^2}$ (ϕ est).

Haec demonstratio apagogica est certus quidam modus Methodi non Analyticae sed *Syntheticae:* id est, incipit a principiis, atque ad consequentias progreditur. Syllogismus enim est:

Si *non* μ sequitur ex *non* ϕ, atque μ verum est,
non ϕ falsum est;
sed *non* μ sequitur ex *non* ϕ, atque μ verum est:
ergo *non* ϕ falsum est, sive ϕ *verum est.*

Prioris praemissae veritatem Logica docet (1) ergo in Mathesi demonstratione ejus non opus est; μ verum esse patet, vel quod est hypothesis ipsa, vel quod per se verum, vel antea demonstratum est. Tota igitur demonstratio ad hoc refertur, ut ostendatur *non* μ sequi ex *non* ϕ, quod fit methodo Synthetica.

Per se patet, eandem prorsus esse rationem, si colligimus, enunciationem ϕ esse falsam, quoniam ex ea aliquid falsi consequatur. Talis enim est ratiocinatio:

Si

(1) Confer. p. 185.

Si μ falsum est, atque sequitur ex Φ, Φ falsum est;

sed *μ falsum est, atque sequitur ex Φ,*
ergo *Φ falsum est.*

Hujus generis exemplum explicatum est p. 344., ubi hac demonstrandi ratione colligitur, $x^2 + 4x + 5 = 0$ esse non posse, si x est verus numerus, aut in hac aequatione *x* esse numerum imaginarium.

Si nihil colligimus ex enunciatione Φ, quod falsum sit, eo magis probabilis fit ejus veritas, quo plura ex ea collegimus (1). Haec autem demonstrandi ratio solam affert probabilitatem, quae tamen ad certam cognitionem magis magisque accedere potest. Summum gradum certae cognitionis habet, si, quaecunque ex Φ colligi possint, vera sunt. Nititur enim syllogismo:

Si Φ est, α, β, γ, δ ... sunt;
atqui α, β, γ, δ ... sunt:
ergo Φ est;

qui syllogismus tum solum verus est, si nihil aliud ex Φ sequitur, nisi α, β, γ, δ ... atque ea quae ex his colligi possunt. Est *Induc-*

(1) Confer. p. 210.

ductio quaedam, quae formam habet *hypotheticam* (1).

In hoc colligendi modo consistit usus earum enunciationum, quae *Hypotheses* dictae, pro principiis habentur, quoniam ex iis consequuntur enunciationes, quarum veritas certa est. Earum usus late patet, atque apprime foecundus est in istis disciplinis, quae experientia nituntur, quales sunt disciplinae Physicae. Causae, viresque et leges, ex quibus explicantur phaenomena, corporum motus et mutationes, magna parte *Hypotheses* sunt. Ad unitatem et conjunctionem inter phaenomena naturalia constituendum admodum sunt utiles; quam utilitatem illae etiam saepe praestiterunt, quarum postea falsitatem majores in rebus naturalibus cognoscendis progressus manifestarunt.

Restat alia via, qua, colligendo quae ex enunciatione ϕ sequuntur, ad certam ejus cognitionem pervenire possumus; quae in primis in Mathesi et maxime quidem in Arithmetica, propter magnam copiam enunciationum reciprocabilium, usui esse potest. Ea autem via per-

(1) Confer. p. 259.

perspicitur ex iis, quae (1) diximus de Soritis hypotheticis, quorum praemissae sunt reciprocabiles. Nam si in hoc Sorite hypothetico ad membrum (γ) pervenimus, ex quo ipsa sequatur enunciatio ϕ, veluti:

Si ϕ est, α est,		ϕ sit vera,
si α est, β est,		ergo α est,
si β est, γ est,	aut	ergo β est,
si γ est, ϕ est,		ergo γ est,
		ergo ϕ est;

omnia membra α, β, γ, ϕ aequipollentia, atque adeo simul aut vera aut falsa sunt. Quare si constat, unum ex his verum esse, etiam ϕ verum est. Eandem ob rationem si constat, reciprocabiles esse enunciationes hypotheticas:

si ϕ est, α est, atque *si β est, α est*, ϕ verum est, si β verum est.

Ergo hujus demonstrationis prior pars est *Analytica*, posterior *Synthetica*. Nam a propositione ipsa, quae demonstranda est, exeuntes ad principia *regredimur*; ad quae si pervenimus, ex iis colligimus ϕ esse. Ponamus enunciationem β esse veram, demonstratio in duas partes dividitur:

Pars

(1) Pag. 214–217.

Pars *Analytica.*

ϕ *sit vera*,

ergo α *est*;

ergo β *est*, sed β *vera est.*

Pars *Synthetica.*

β *est*,		β *est*,
ergo γ *est*,	aut	ergo α *est*,
ergo ϕ *est*,		ergo ϕ *est*.

In hac igitur argumentatione via Analytica nos conducit ad Syntheticam, hac quidem lege: *Si demonstranda est veritas alicujus propositionis, videndum est, quid ex ipsa consequatur. Si invenitur id, cujus veritas certa est, explorandum est, an ex hoc colligi possit ipsa propositio.* Ita in Problemate p. 197, ubi demonstrandum est:

Si AB *et* CD, *atque* AC *et* BD *sunt parallela, etiam* AB *et* CD, *atque* AC *et* BD *sunt aequalia* (si α est, δ est), ponimus:

1. *AB et CD atque AC et BD aequalia sint* (sit δ),
2. ergo $\triangle$ $ABC = \triangle$ BCD (γ est),
3. ergo $o = n$ *et* $p = m$ (β est),
4. ergo *AB et CD atque AC et BD sunt parallela* (α est);

quod postremum verum est ex hypothesi. Ponitur igitur: α est, ergo β est, ergo γ est, ergo δ est;

quae

quae conclusio cum vera sit, α, β, γ, δ, ϕ sunt aequipollentes.

Ex his patet: si ita Analytica via ad principium pervenimus, ad enunciationem aut per easdem propositiones converso ordine, aut per alias propositiones regredimur. Sed qualiscunque sit via, qua ad enunciationem regressi sumus; hae propositiones sunt inter se *aequipollentes*.

Ergo haec Methodus est certus quidam modus tentandi, ex quonam principio sequatur enunciatio ϕ, quam suspicamur aut certo scimus veram esse; ex quo principio detecto Synthetica via progredimur ad ϕ. Quae tamen progressio praetermitti potest, si omnes praemissae sunt enunciationes hypotheticae aequipollentes, ut v. c. in exemplo proposito p. 502:

1. Si CB^2 est $= AC^2 + AB^2$, $\square$ CFMN $+$ $\square$ MNBG est $= AC^2 + CB^2$ (si ϕ est, α est).
2. Si id est, $2\triangle$ ACF $+$ $2\triangle$ ABG est $= AC^2 + CB^2$ (si α est, β est).
3. Si id est, $2\triangle$ DCB $+$ $2\triangle$ CBH $=$ $2\triangle$ ACF $+$ $2\triangle$ ABG (si β est, γ est).

Sed γ verum est, quoniam $\triangle$ DCB est $=$ $\triangle$ ACF, atque $\triangle$ CBH est $=$ $\triangle$ ABG; et cum praeterea hae tres praemissae reciprocabiles sint, ϕ verum est, aut CB^2 est $= AC^2 + AB^2$.

Praemissas autem esse reciprocabiles perspicitur, si attendimus ad rationem, cur verae sint. Prima praemissa: *si φ est, α est*, vera est, quoniam □ CFMN + □ MNBG = CB^2; sed ob eandem rationem etiam vera est haec: *si α est, φ est.* Secunda praemissa: *si α est, β est*, vera est, quoniam 2△ ACF = □ CFMN, atque 2△ ABG = □ MNBG; atque haec etiam ratio est, cur vera sit: *si β est, α est.* Tertia praemissa: *si β est, γ est*, vera est, quoniam 2△ DCB = AC^2, atque 2△ CBH = AB^2, quae ratio etiam efficit, ut vera sit enunciatio: *si γ est, β est.*

Similiter fit *solutio aequationis quadraticae*, ubi demonstrandum est:

Si $x^2 - 2ax$ est $= b^2$, x est $= a \pm \sqrt{a^2 + b^2}$ (si γ est, φ est).

1. Si $x = a \pm \sqrt{a^2 + b^2}$, $x - a$ est $= \pm \sqrt{a^2 + b^2}$ (si φ est, α est).

2. Si $x - a$ est $= \pm \sqrt{a^2 + b^2}$, $(x - a)^2$ est $= a^2 + b^2$ (si α est, β est).

3. Si $(x - a)^2$ est $= a^2 + b^2$, $x^2 - 2ax$ est $= b^2$ (si β est, γ est).

Sed hae tres praemissae reciprocabiles sunt, sive φ, α, β, γ sunt enunciationes aequipollentes (1), quare verum est: *si γ est, φ est.*

Haec

(1) Confer. p. 213.

Haec est *Analysis Geometrica Veterum*, quae qualis sit, et quid differat a Synthesi, Euclides ipse describit in Elementis (Στοιχείοις) (1). „Ἀνάλυσις," ait, „ἐςι λῆψις τοῦ ζητουμένου „ὡς ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἀκολούθων ἐπί τι „ἀληθὲς ὁμολογούμενον. Σύνθεσίς ἐςι λῆψις „τοῦ ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἀκολούθων ἐπὶ „τὴν τοῦ ζητουμένου κατάληξιν ἢ κατάληψιν." *Analysis est sumtio ejus quod quaeritur, tanquam concessum sit, qua, colligendo quid ex ipso consequatur, pervenitur ad id quod verum esse concessum est.*

Synthesis autem est sumtio ejus quod concessum est, qua, colligendo quid ex ipso consequatur, pervenitur ad determinandum atque deprehendendum id quod quaeritur.

Exemplum quod ab Euclide affertur hanc Analysin illustrat. Per eam enim demonstratur theorema: ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ μεῖζον τμῆμα, προσλαβὸν τὴν ἡμισείαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης. *Si recta linea* (a) *extrema atque media ratione secta est, quadratum summae majoris partis* (x) *atque dimi-*

(1) In Scholio ad Proposit. I. Libr. XIII. Notatur tamen in editione Dav. Gregorii: *deëst in* Codd. M. SS.

midiae lineae ($\frac{1}{2}a$), *quintuplo majus est quam quadratum hujus dimidiae lineae* $(\frac{1}{2}a)^2$. Si demonstrationem Euclidis ad Algebraicam rationem conformamus, haec est:

Propositio: si $a(a-x) = x^2$, $(x+\frac{1}{2}a)^2 = 5.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (si α est, ϕ est).

Analytica pars.

1. Sit $(x+\frac{1}{2}a)^2 = 5.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (ϕ sit).
2. Ergo $x^2+(\frac{1}{2}a)^2+ax = 5.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (α est).
3. Ergo $x^2+ax = 4.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (β est).
4. Sed quoniam ex hypothesi $x^2 = a^2 - ax$, sive $x^2+ax = a^2$, sequitur $a^2 = 4.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (γ est).

Hoc autem verum est. Ergo

Synthetica pars.

1. $a^2 = 4.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (γ est).
2. Ergo $x^2+ax = 4.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (β est) quoniam $a^2 = x^2+ax$.
3. Ergo $x^2+ax+(\frac{1}{2}a)^2 = 5.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (α est).
4. Ergo $(x+\frac{1}{2}a)^2 = 5.\,(\frac{1}{2}a)^2$ (ϕ est).

Animadv. 1. Hanc Analyticam et Syntheticam Methodum uberius descripsit Pappus Alexandrinus in Collectionum (συναγωγῶν) Libro septimo, quem locum, cum admodum memorabilis sit, hic adjiciemus (1).

'Ανά-

(1) De hoc loco vide Klügel. Math. Wörterbuch T. I. ad vocem *Analysis als Methode* pag. 87. seqq. atque Hofbauer: Uber die Analysis in der Philosophie p. 29—32. 49.

Ἀνάλυσίς ἐστιν ὁδὸς ἀπὸ τοῦ ζητουμένου, ὡς ὁμολογουμένου, διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ἐπί τι ὁμολογούμενον ἐν συνθέσει· ἐν μὲν τῇ ἀναλύσει τὸ ζητούμενον ὡς γεγονὸς ὑποθέμενοι, τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοπούμεθα, καὶ πάλιν ἐκείνου τὸ προηγούμενον, ἕως ἂν οὕτως ἀναποδίζοντες καταντήσωμεν εἴς τι τῶν ἤδη γνωριζομένων ἢ τάξιν ἀρχῆς ἐχόντων. καὶ τὴν τοιαύτην ἔφοδον ἀνάλυσιν καλοῦμεν, οἷον ἀνάπαλιν λύσιν. ἐν δὲ τῇ συνθέσει, ἐξ ὑποστροφῆς, τὸ ἐν τῇ ἀναλύσει καταληφθὲν ὕστατον ὑποστησάμενοι γεγονὸς ἤδη, καὶ τὰ ἑπόμενα ἐκεῖ, ἐνταῦθα προηγούμενα κατὰ φύσιν τάξαντες καὶ ἀλλήλοις ἐπισυνθέντες, εἰς τέλος ἀφικνούμεθα τῆς τοῦ ζητουμένου κατασκευῆς· καὶ τοῦτο καλοῦμεν σύνθεσιν. διττὸν δέ ἐστιν ἀναλύσεως γένος. τὸ μὲν γὰρ ζητητικὸν τἀληθοῦς, ὃ καλεῖται θεωρητικόν· τὸ δὲ ποριστικὸν τοῦ προτιθέντος λέγειν, ὃ καλεῖται προβληματικόν. ἐπὶ μὲν οὖν τοῦ θεωρητικοῦ γένους, τὸ ζητούμενον ὡς ὂν ὑποθέμενοι καὶ ὡς ἀληθές, εἶτα διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶς, καὶ ὡς ἔστι καθ' ὑπόθεσιν, προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον· ἐὰν μὲν ἀληθὲς ᾖ ἐκεῖνο τὸ ὁμολογούμενον, ἀληθὲς ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει· ἐὰν δὲ ψεύδει ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ψεῦδος ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον. ἐπὶ δὲ τοῦ προβληματικοῦ γένους, τὸ προτεθὲν ὡς γνωσθὲν ὑποθέμενοι, εἶτα διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶς προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον· ἐὰν μὲν τὸ ὁμολογούμενον δυνατὸν ᾖ καὶ ποριστὸν, ὃ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθὲν, δυνατὸν ἔσται καὶ τὸ προτεθὲν, καὶ πάλιν ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει· ἐὰν δὲ ἀδυνάτῳ

ὁμολο-

ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ἀδύνατον ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα.

Analysis est Methodus, quae incipit ab eo (φ) quod quaeritur, tanquam concesso, atque per ea, (α, β..) quae deinceps ex ipso consequuntur, procedit ad id (γ), quod in Synthesi concessum est. Etenim in Analysi id quod quaeritur ponimus esse, atque indagamus id ex quo sequatur, rursusque id, quod huic antecedit, donec ita regredientes incidamus in id, quod jam cognitum est, vel quod principii locum obtinet (1). *Talem rationem Analysin dicimus, quasi solutionem retrogradam. Syntheseos conversa est ratio. In hac enim id, quod postremum in Analysi repertum erat (γ) principio ponimus, ut quod vere est, atque*

(1) Pappus dat duas diversas descriptiones Methodi Analyticae, quae vere duas Methodos indicant, quarum prior incipit ab inquirendo, quid ex Quaesito consequatur; posterior ex quoniam principio proximo sequatur Quaesitum. Prior est Methodus p. 511. posterior Methodus. p. 501. explicata. Sed *Pappus* tacite videtur ponere, enunciationes, quas transit via Analytica, esse *aequipollentes*, quod si est, hae duae Methodi fere in unam coalescunt. Nam si proposita est series enunciationum aequipollentium, α, β, γ, δ, ε ... demonstrandumque est ε esse, quod fit via Synthetica, si progredimur ab α ad β et deinceps ad ε, via autem Analytica, si regredimur ab ε ad δ, et deinceps ad α, utrumque verum est:

si ε est, δ est,	atque	si δ est, ε est,
si δ est, γ est,		si γ est, δ est,
caet.		caet.

que enunciationes, quae inde consequuntur, ita pro naturali ordine inter se componimus, ut quae in Analysi antecedentes essent, fiant consequentes, et consequentes antecedentes, donec tandem ad id (φ), quod quaeritur, pervenimus. Hanc Methodum Synthesin dicimus. Duplex autem est Analyseos genus: Theoretica, inquirens quid verum sit, atque Problematica.

In Analysi theoretica, id quod quaeritur, ponimus ut exsistens et verum, atque per ea, quae deinceps ex hac hypothesi consequuntur, procedimus ad aliquid, quod evidenter verum aut falsum est. Si verum est, etiam verum erit id quod quaeritur (1), atque demonstratio Analysi ex contraria parte respondebit. Si vero illud evidenter falsum est, id quod quaeritur etiam falsum est.

In Analysi autem problematica id, quod propositum est, ponimus ut cognitum, atque per ea, quae deinceps vere consequuntur, procedimus ad aliquod definitum; quod si fieri et effici possit (quod Datum (2) vocant Mathematici), etiam il-

(1) Hoc non universe verum est, sed tum solum, quando enunciationes sunt aequipollentes.

(2) *Data* Veterum sunt theoremata, quae ostendunt, quomodo ex nonnullis rationibus aut quantitatibus aliae consequantur. Supersunt nobis *Data*, conscripta ab Euclide, quae simul cum aliis Euclidis scriptis edidit Gregorius. Ejusmodi Datum est: *Si in Triangulo ABC angulus A datus est, rectangulum* (cb) *ex lateribus, quae hunc angulum*

illud, quod propositum est, fieri poterit, et rursus demonstratio Analysi ex contraria parte respondebit. Sin minus: problema solvi nequit.

Animadv. 2. In recentiore Mathesi *Analysis* et *Synthesis* aliam acceperunt significationem, sed valde vagam, neque probandam. Nam Methodus Arithmeticae universalis, ubi Quanta maxime universa considerantur, adeo ut quae colligantur ad omnia Quanta cujusvis generis referri possint, dicitur *Analytica*, unde etiam partes Matheseos, quae dicuntur *Analysis finitorum et infinitorum*; Investigatio nexus inter data et quaesita, inter variabilia et constantia dicitur fieri *Methodo Analytica*, quod idem dicitur de reperiundis numeris incognitis ex datis aequationibus, quamquam in his perspicua est Methodus Synthetica, quae a principiis ad consequentias pergit.

§. 92. *Comparatio utriusque Methodi demonstrandi et inveniendi.*

Ex his satis apparet quid differat Methodus de-

lum includunt, est in data ratione ad aream Trianguli; cujus theorematis veritatem nos docet Trigonometria, quoniam $\frac{cb \sin. A}{2} = \Delta ABC$, ergo $\frac{\Delta ABC}{cb} = \frac{1}{2} \sin. A$.

demonstrandi Synthetica et Analytica. Sed quoniam saepe inter se confunduntur, non ab re erit, haec addere.

Plerumque Synthetica Methodus demonstrandi dicitur incipere *ab universali atque progredi ad particulare*; Analytica autem *a particulari ad universale*. Quod negandum esse videtur. Methodus Synthetica transit ab universali ad particulare, si universale ponitur esse ratio, cur particulare verum sit; ut Geometer ex eo, quod *omnis* figurae rectilineae summa angulorum est $2n-4$ anguli recti, (ubi n designat numerum laterum) viâ Syntheticâ colligit, summam angulorum Hexagoni esse octo angulos rectos. Sed eadem Methodus Synthetica progreditur a particulari ad universale, si id ratio est, cur hoc universale verum sit. Itaque Geometer, (nam aliter facere nequit) ex eo, quod Trianguli rectilinei summa angulorum est duo anguli recti, colligit universe, cujuslibet figurae rectilineae summam angulorum esse $2n-4$ angulos rectos. Multa ejusmodi exempla nobis sunt obvia in Mathesi. Quamlibet figuram regularem, super Hypotenusa Trianguli rectanguli decriptam, aequalem esse summae figurarum regularium ejusdem generis, super Cathetis descriptarum, id non potest prius demonstrari, quam de-

monstratum est, de Figuris Quadratis hoc valere. Quis autem est, qui affirmet, ejusmodi in demonstrando progressionem, quae a Quadratis ad omnes figuras regulares transit, Methodo fieri Analytica?

Similiter, si quid *Inductione* aut *Analogia* concluditur, id viâ fit Syntheticâ, quamvis progressio sit a particulari ad universale. Nam id ipsum *particulare* nobis est *principium*, quod nos conducit ad *universale*. Geometria Elementaris docet, angulum, cujus crura circuli arcus *a* et *b* intercipiunt, esse aequalem $\frac{a+b}{2}$ (ubi *b* est negativus, atque *a* major arcus, si apex anguli est extra circulum) sed ita demonstrantur singuli casus, ut per *Inductionem completam* a specie ad genus perveniatur (1). Eadem est ratio demonstrandi formulam generalem:

$$(a+b)^m = a^m + ma^{m-1}b + \frac{m.m-1}{1 \cdot 2}a^{m-2}b^2 + \ldots$$

Quoniam enim *m* potest esse numerus integer et affirmans, integer et negans, fractus et affirmans, fractus et negans, hi singuli quatuor casus plerumque indagari solent, unde conficitur conclusio generalis.

Dicunt etiam *Methodum Syntheticam demonstran-*

(1) Confer. p. 76.

strandi incipere a simpliciori, atque progredi ad id, quod magis compositum est. Methodum autem Analyticam inversam ingredi viam. Si attributum, *magis compositum esse*, refertur ad notiones, adeo ut designet eam, quae majus habet argumentum, sententia est: *Methodus Synthetica incipit ab universali atque progreditur ad particulare*, de qua jam diximus. Ad enunciationes autem id attributum referri nequit. Quae est enim enunciatio magis aut minus composita? Quis statuit, propositionem: *Quadratum Hypotenusae aequale est Quadratis Cathetarum*, magis aut minus esse compositam, quam hanc, ex qua ipsa sequitur: *Triangulum est dimidium Parallelogammum, si eorum altitudo et basis eaedem sunt?*

Vera tamen est sententia, si hoc attributum refertur ad rationes vel argumenta, ex quibus efficitur alicujus enunciationis veritas. *Methodus enim Synthetica ab eo, cujus veritas paucioribus rationibus nititur, transgreditur ad id, quod e pluribus rationibus collectum est;* veluti in hac demonstratione Synthetica:

si α est, β est,
si β et γ sunt, δ est,
si δ et ε sunt, ζ est,
sed α, γ, ε sunt; ergo ζ est;

enun-

enunciatio ζ tribus, δ duabus, β una propositione nituntur, atque, hujus ratione, ζ magis est composita quam δ; δ magis composita, quam β.

Sunt etiam, qui adfirment, *Methodum Analyticam aptam esse ad inventionem, Methodum autem Syntheticam ad demonstrationem.*

Potius dicendum videtur: *Utraque Methodus apta esse potest et ad demonstrationem et ad inventionem.* Analyticam Methodum ad demonstrationem aptam esse, exempla, quae contemplati sumus, docent. Syntheticam autem ad inventionem aptam esse inter alia docent problemata Arithmetica, ubi, ex datis aequationibus, incognita reperiuntur Methodo Synthetica. Alia autem est inventio viâ Syntheticâ, alia inventio viâ Analyticâ (1).

§. 93. *De Assensu, quem enunciationibus tribuimus.*

Haec igitur sunt, quae nobis propositum erat ex-

(1) Confer. Hofbauer: *über die Analysis in der Philosophie* p. 25–28. atque ejusdem: *Versuch über die sicherste und leichteste Anwendung der Analysis* p. 3–30. p. 113. seqq. Fries *System der Logik* p. 629. seq. p. 585. seq. p. 441. seq.

explicare de tribus actionibus, quibus intelligentia tractat materiam datam, quae cernuntur in formandis notionibus cogitandisque rebus, in judicando atque in ratiocinando, atque certis legibus sunt subjectae; quae, *cogitandi leges* dictae, cogitatorum nexum, vinculum et ordinem constituunt. Quae contemplatio cum ubique ad Mathesin, qua nulla est aptior ad has res illustrandas, conversa fuerit, simul, ni fallor, satis docuit, quaenam sit *hujus disciplinae natura et methodus*, quidque sit, quo scientiae vel doctrinae nomine dignam se praestet. Alias autem investigationes sive Logicas sive Metaphysicas, quamvis etiam ad hanc contemplationem merito referantur, tamen, cum ad nostrum propositum minus necessariae videantur, praetermisimus. Restat tamen locus de *assensu*, de quo jam fecimus mentionem (1); qui cum veri investigationis fere rem causamque contineat, paucis indicandus esse videtur.

Quaecunque ex intelligentiae actionibus prodeunt notiones et enunciationes parvi sunt pretii, si non accedit *veritas*, id est convenientia illarum cum iis, quae repraesentant, sine qua nulla potest esse rerum *cognitio*. Quid autem est,

(1) Confer. p. 177-180.

est, quo freti nobis rerum tribuimus cognitionem? aut quaenam est ratio sufficiens, cur nostris cogitatis et enunciationibus fides habenda sit? Ea, quae hanc rationem continent, aut exhibent, dicuntur *fontes cognitionis humanae.* Philosophiae theoreticae est, in hos fontes inquirere, atque statuere, qua ex ipsis vera cognitio hauriri possit vel non possit, atque ita definire *veri et falsi notas.* At vero cum hac disquisitione arctissime est conjuncta, ejusque adeo continet principium et fundamentum, *investigatio ipsius facultatis assensus*, qua praeditus est homo. Haec enim investigatio, quae est Anthropologiae Psychicae, docere debet, quid hominem sanae mentis, neque praejudicatis opinionibus ductum, neque animi motibus perturbatum et cupiditatibus incensum, moveat, ut assensum enunciationibus sive cogitatis tribuat, id est, ut sibi ipse de eorum veritate persuadeat. Id enim ipsum, quod satis movet, est *ratio sufficiens assensus interni*, qui nequaquam ex nostra pendet voluntate, quamvis *assensus externus*, qui oratione, signis, et actionibus manifestatur, satis sit in nostra potestate, adeo ut *interno* saepe repugnet. Sed cum id, quod assensum movet, possit esse fortius aut debilius, aliis enunciationibus majorem, aliis minorem habemus fidem. Quare fon-

fontes cognitionis humanae, qui habentur, hac in re inter se differunt, quod alii fortiores, alii leviores quasi stimulos ad assensum internum movendum habere videantur.

Hi autem cognitionis humanae fontes, quod attinet ad hunc assensum, hoc fere ordine collocandi videntur (1).

1. Primum locum occupat *Conscientia nostri*, suprema de omni vero judex, atque *sensus internus*, fons uberrimus psychologiae. Omnem assensum damus iis, quae clare et distincte enunciant, quin etiam ne cohibere quidem ab ipsis assensum nostrum possumus. Quare enunciationes, ex hoc fonte ortas, *apodicticas*, vel ita certas habemus, ut nihil videatur esse certius, veluti: *cogito*, *sum*, *ago*, *patior*, *video*, *doleo*, *gaudeo*, *cupio*, *volo*; quo etiam referendae sunt *pronunciationes* et *praecepta Rationis Practicae*, *atque conscientia naturae et libertatis nostrae moralis* (2). Eundem etiam assensum damus plerisque eorum, quae *memoria* clara et dis-

(1) De his fontibus, imprimis de auctoritate sensus interni plura dixi in Oratione: *de nostra cognitione animi comparata cum cognitione rerum corporearum*, dicta publice, A. 1824. quum Academiae regundae munus solemni ritu deponerem. *Trajecti* 1825.

(2) Confer. p. 64, 65.

distincta voce testatur, veluti de iis, quae nobis in vita acciderunt, quae egimus, voluimus, cogitavimus, quae nos voluptate aut dolore affecerunt; unde etiam *conscientia bona et mala*, scelestorum terror et cruciatus, miserorum, culpa vacantium, solamen validissimum. Si mens est sana, et memoria firma, non minus certi sumus, nos praeterito fuisse tempore, percepisse aliquid, egisse, passos fuisse, quam nunc nos esse, nunc percipere, agere, pati.

2. Alius fons cognitionis est *testimonium sensus externi*, ex quo prodit materia cum aliarum tum disciplinarum physicarum; cui etiam assensum negare non possumus, si sensuum errori, qui dicitur, nullus datur locus (1). Cujus hominis praesentiam oculi, aures, tactus distincte et accurate testantur, hunc abesse nequaquam nobis persuadere possumus, etiamsi velimus. In his aliisve, Academicorum quam dicunt ἐπόχην constanter servare, aut illud *Epicuri* caput admittere: *si ullum sensibus visum falsum sit, nihil percipi posse* (2): prorsus est extra nostram potestatem. Multae etiam res externae, quas revocat memoria et imaginatio, hujus sunt generis; de quarum veritate, si mens viget, non minus certi,

(1) p. 64.
(2) Acad. Quaes. IV. 32.

ti sumus, quam de veritate ullius praecepti Logici, Mathematici, aut disciplinae Philosophicae, quam amplectimur.

3. In iis, quae assensum firmissimum producunt, si accurate et clare percipiuntur, sunt etiam *fundamenta et principia doctrinarum*, quae, nata ex ipsa natura facultatis cognoscendi, modum definiunt, quo agit; quaeque percipimus conscientia nostri, si ad actiones intelligentiae in judicando et ratiocinando attendimus (1). Hujusmodi sunt *leges primae cogitandi*, atque aliae, quae ex his colliguntur, *legesque syllogismorum*, quas sequentes, ex propositis enunciationibus alias derivamus (2). His etiam enunciationibus *formalibus* apodicticis adnumerandae sunt *materiales*, sive sunt *rationales*, ut in Mathesi pura, sive *causales*, ut in Physicis disciplinis, quae axiomatum, vel principiorum nomine designantur (3).

4. Quaecumque ex his tribus veritatum generibus juxta has cogitandi leges accurate colliguntur aeque sunt certa atque illa, ex quibus sunt conclusa. Quare rite demonstratis et cognitis theore-

mata

(1) Confer. p. 180.
(2) Quales expositae sunt p. 170-276. Confer. p. 196.
(3) Confer. p. 182. 276. seqq.

matibus, Matheseos purae plenum et perfectum assensum tribuimus. Absurdum autem foret iis, quae demonstrata sunt, majorem assensum et auctoritatem tribuere, quam ipsis primis veritatibus, quibus sublatis, nulla omnino veritas demonstratione cognosci possit (1).

5. *Quinta* veri nota, quae quamquam minorem, tamen saepe firmissimum assensum efficit, atque omnem de re dubitationem prorsus tollit, est *harmonia sive consensus nostrorum cogitatorum*. Quo magis nostra cogitata inter se vinculo consequentiae apte cohaerent, quo major est eorum copia, quo plures sunt veritates, quibus consentiunt, dummodo nulli repugnent, eo magis ad fidem ipsis habendam impellimur. Universe quaelibet enunciatio eo magis se commendat, quo magis consentit cum aliis, de quarum veritate nullum est dubium. Ita in Physicis quae dicuntur Hypotheses, eo probabiliores nobis fiunt, quo major est numerus phaenomenorum, quae ex illis juste et plene explicantur, dummodo nihil eorum, de quorum veritate nobis constat, ipsis dissentiat (2). Haec igitur veri nota, petita ex consensu enuncia-

(1) Confer. p. 182.
(2) Confer. p. 509.

ciationum, quamquam proprie est *negans*, tamen eo magis pro affirmante habenda est, quo amplior est ille consensus, adeo ut ea enunciatio sit verissima, ex qua nihil, quod falsum sit, consequatur (1).

6. Alia autem ratio est earum enunciationum, quae hominum nituntur testimonio, memoria rerum, revocatione imaginationis, perceptione interna et externa, si nobis conscii sumus, in ipsis facile errorem esse potuisse, tum etiam illarum, quae ex analogia et inductione satis incompleta colliguntur. Hae omnes diversam habent probabilitatem, diversosque gradus assensus, ita ut aliae problematicae, aliae maxime assertoriae esse videantur. Aliis etiam hominibus, atque alio tempore alius est assensionis modus, quem eidem tribuunt sententiae. Quare etiam Mathematici hos probabilitatis gradus Arithmetico sumittere calculo tentarunt; qua tamen in re nonnulli ultra eos limites progressi sunt, quos natura et ratio rei constituerunt.

7.

(1) p. 210. Confer. Krug *Pisteologia oder Glaube, Aberglaube und Unglaube* 1825. p. 21. seqq.; qui etiam veritatem ita definit, ut sit convenientia, quae intercedat inter nostras repraesentationes.

7. Quaecunque *de futuro* statuuntur tempore, plerumque maxime sunt incerta, atque aut enunciationibus problematicis, aut iis quae aliquam probabilitatem indicant, designantur. At tamen excipiuntur, quae ex perspecta natura rerum, ex cognitis legibus naturalibus, atque ex principiis doctrinarum concludimus; cujus certae cognitionis praeclara inter alia exempla nobis ostendit Astronomia (1).

Animadv. Loquimur de *assensu interno*, quem quisque homo sanae mentis et vigilans testimonio tribuit sensus externi et interni. Facultas enim assentiendi, qua praediti sumus, non ita pendet ex nostra voluntate, ut quamlibet sententiam ad libitum pro vera aut falsa, pro certa aut incerta habere, atque cum *Cartesio* de omnibus rebus dubitare possimus. Aliud enim est, more veterum Academicorum, multis verbis declarare, nihil esse quod percipi, intelligi, sciri possit, repugnandum esse visis, obsistendum opinionibus, assensus lubricos sustinendos; aliud assensum suum vere cohibere, sibique haec declaranti vere consentire. Affirmatur a *Clitomacho: Herculis quendam laborem exantlatum a Carneade,*

(1) De loco assensus videatur G. E. Schulz Anthropologia Psychica (Menschkunde met betrekking tot de ziel) §. 119. p. 208. seqq.

de, quod, ut feram et immanem beluam, sic ex animis nostris assensionem extraxisset (1). Magnifica sane verba! Sed haud scio an ipse Carneades cum Clitomacho huic ferae et immani beluae per totam vitam succubuerit. Haec assensio cum nequaquam sit in nostra potestate, ridiculum est haec et alia hujusmodi profiteri: *fractus auctoritate summorum philosophorum credere volo, corpora, quae video, quae tango, nulla esse, nihil quidquam esse praeter illam naturam, quam* ego *appello, reliqua omnia esse phaenomena, quae* ego, *sive lubens, sive mea natura coactus, finxi, creavi.* Nemini quidem philosophorum, quod sciam, tam firma haec stetit sententia, ut ea, tanquam Vulcaniis armis, tectus, in discrimine vitae, a tigride aut alia immani belua petitus, omnem timorem abjiceret. Neque etiam magnum adhuc videtur esse periculum, ne quando Idealismus, et Pyrrhonismus extra scholae cancellos auctoritatem acquirat, atque in vitam communem migret. Natura id cavit solerter et efficaciter. Si erramus, ad errandum semper specie veritatis adducimur, quae, etiam invitis nobis, parit assensum. Quod idem dicendum est de istis disciplinis, quae om-

(1) Acad. Quaest. IV. 34. *Cato Censorius*, audito *Carneade*, quamprimum eum censuit dimittendum, quoniam illo viro argumentante, quid veri esset, haud facile discerni possit. Plin. 7. 30. Misera philosophia, tradita petulantiae ejusmodi virorum, qui concertationis non veritatis studio ducti, disputatione et oratoria facultate excellere summum esse putabant!

omnia officia pervertunt, bestiisque magis quam hominibus accommodatae, rationis pronuntiationes respuunt et irrident. *Bonitate naturae* ita interdum vincuntur homines, ut eorum vita et mores mire dissentiant scelestae doctrinae, quam profitentur (1).

Quid autem? Num ex hoc assensu, quem etiam inviti praebent philosophi ipsi sensus externi et interni testimonio, etiamsi ingratissima ipsis adnuntiat, atque ea, quae maxime contraria sunt doctrinae, quam amplectuntur, sequitur, ea esse vera, quibus assensum illum negare non possumus? Quod si ita est, sensuum, qui omnia in spatio et tempore collocant, restituitur auctoritas, quae tamen majore horum philophorum auctoritate prorsus jam sublata et deleta esse videbatur. Quid? Etiam in somnio iis, quae nobis videre, audire, sentire videmur, firmissimum eundem assensum tribuimus, quem vigilantes sensuum perceptionibus damus; ob quem assensum summum gaudium, timorem, terrorem percipere etiam in somnio possumus: num propterea haec vera habenda sunt? Cicero

Ca.

(1) Cicero (de Finibus II. 18.) ita quaerit ex *Torquato Epicureo;* „Nonne intelligis, eo majorem vim „esse naturae, quod ipsi vos, qui omnia ad vestrum „commodum, et, ut ipsi dicitis, ad voluptatem referatis, tamen ea faciatis, e quibus appareat, non voluptatem vos, sed officium sequi? plusque rectam naturam, „quam rationem pravam valere."

Catulo (1), qui ut probaret, vera visa a falsis discerni posse, dixerat, dormientium et vinolentorum et furiosorum visa imbecilliora esse quam vigilantium, siccorum, sanorum, ita occurrit: „*Quasi quisquam neget, is qui experrectus sit, „eum somnia; et cujus furor consederit, putare „non fuisse ea vera, quae essent sibi visa in „furore. Sed non id agitur: tum, cum viden„tur, quo modo videantur id quaeritur. Vos ni„hil agitis, cum falsa illa vel furiosorum vel „somniantium recordatione ipsorum refellitis. Non „enim id quaeritur, qualis recordatio fieri soleat „eorum, qui experrecti sunt: aut eorum, qui „furere destiterunt: sed qualis visio fuerit aut „furentium, aut somniantium tum, cum com„movebantur.*"

Sed, ut alia praetermittamus, in his animadvertendum est *ad illam notam veri et falsi, quae in consensu et dissensu cogitatorum cernitur.* Ut quid verum sit, *semper* debet esse verum, neque unquam repugnare iis, quae vera esse cognoverimus. In somnio damus assensum iis, quae somniantes nobis percipere videmur, sed tota illa elabitur assensio, simulac experrecti sumus, quoniam videmus ea neque sibi ipsis neque istis consentire, quae vigilantes percipimus, aut percepimus, quaeque in memoriam redeunt. Nemini nostrum, quod sciam, id unquam accidit in somnio, ut ea,

(1) Acad. Q. IV, 27.

ea. quae vigilans cognoverit, pro falsis habuerit; quoniam visis in somnio repugnarent. Quodsi somniantes conscientia nostri judicioque et memoria plene et perfecte vigeremus, non majorem somnii simulacris assensionem tribueremus, quam simulacris rerum, concursu luminis ante speculum concavum ortis, aut iis, quibus imaginatio nos vigilantes nonnunquam delectat (1).

Academici autem repugnantia dicebant, statuentes, *tale visum nullum esse, ut perceptio consequeretur, ut autem probatio, multa, itaque multa esse probabilia aut similia veri, atque aliud esse alio similius veri* (2). Nam qui cognosci potest, aliquid esse simile veri, aut aliud alio magis ad verum accedere, *si nihil veri perceptum est.* Quis viator colligere potest, se ad certum quendam locum appropinquare, cui nulla sunt indicia, ex quibus judicet, ubinam sit iste locus. *Si nulla est certa nota veri, nulla est probabilitatis.* Cicero, ut Academicorum sententiam de probabilibus probabilem reddat, ita eam defendit. „*Is quoque, ait, qui a vobis sapiens inducitur, multa sequitur probabilia, non comprehensa, neque percepta, neque assensa, sed similia veri: quae nisi probet, omnis vita tollatur. Quid enim, conscendens navem sapiens, num comprehensum animo habet, atque perceptum,*

„*si*

(1) Festive et eleganter de hoc loco egit Wyttenbachius, (Praecepta Philos. Logicae) P. 5. C. 2. §. 1.

(2) Cic. Acad. Quaest. IV. 31.

„ *se ex sententia navigaturum? qui potest? sed si* „ *jam ex hoc loco proficiscatur Puteolos stadia* „ *triginta, probo navigio, bono gubernatore, hac* „ *tranquillitate: probabile videatur, se illuc ven-* „ *turum esse salvum.* (1)

Mirabile est, Ciceronem non animadvertisse totam istam corruere probabilitatem, si nihil istorum, quibus ea nititur, animo comprehensum et perceptum sit. Num sapienti probabile videatur, Puteolos salvum se venturum esse, cui non perceptum est, iter esse triginta stadiorum, probum esse navigium, bonum gubernatorem, in mari esse tranquillitatem? Quod si haec etiam incerta, atque tantum probabilia sunt, quaeritur ratio, cur magis probabilia sint, quam quae ipsis contraria sunt. Si haec ratio non est animo comprehensa et percepta, tota haec probabilitas vana sit necesse est.

Philosopho, qui, quid verum falsumque sit in cognitione humana, inquirit, id in primis cavendum est, ne sibi ipse dissentiat. Sibi autem dissentit, si vita et actiones repugnant iis, quae vera esse profitetur. Si theoria cum praxi, quod dicunt, non consentit, alterutra aut utraque vitiosa est. Quare id satis firmum argumentum esse videtur contra Idealismum et Pyrrhonismum, quod hae disciplinae non possunt non repugnare vitae. Vere Fichtius: *si practice (in actionibus meis)* *non*

(1) Ibidem C. 51.

non id verum esse agnosco, quod theoretice mihi agnoscendum est, prorsus mihi ipse dissentio. Sed id affirmans simul docuit, falsum esse eum Idealismum, quem amplexus est, quemque vitae prorsus dissentire libere profitetur (1). Omnino quaecunque philosophiae doctrina sibi dissentit, mentisque sanitati nocet, ea vera esse non potest. Haec autem mentis est sanitas, ut sibi consentiat et in iudicando et in volendo et agendo, ipsiusque philosophiae gravissimum munus est, quo etiam spectant et morales leges et logicae, ut huic prospiciat, omnemque tollat discrepantiam. De quo vere Socrates Callisthem ita admonet (2): *νόμιζε τοίνυν καὶ παρ' ἐμοῦ χρῆναι ἕτερα τοιαῦτα ἀκούειν, καὶ μὴ θαύμαζε, ὅτι ἐγὼ σοι ταῦτα λέγω, ἀλλὰ τὴν φιλοσοφίαν παῦσον ταῦτα λέγουσαν. Λέγει γὰρ, ὦ φίλε ἑταῖρε, ἀεὶ, ἃ νῦν ἐμοῦ ἀκούεις . . . ἡ δὲ φιλοσοφία ἀεὶ τῶν αὐτῶν (ἐστὶ λόγων,) . . . Ἢ οὖν ἐκείνην ἐξέλεγξον . . . ἢ, εἰ τοῦτο ἐάσεις ἀνέλεγκτον, μὰ τὸν Κύνα τὸν Αἰγυπτίων θεὸν, οὔ σοι ὁμολογήσει Καλλικλῆς, ὦ Καλλίκλεις, ἀλλὰ διαφωνήσει ἐν ἅπαντι τῷ βίῳ. Καίτοι ἔγωγε οἶμαι, ὦ βέλτιστε, καὶ τὴν λυραν μοι κρεῖττον εἶναι ἀναρμοστεῖν τε καὶ διαφωνεῖν, καὶ χορὸν ᾧ χορηγοίην καὶ πλείστους ἀνθρώπους μὴ ὁμολογεῖν μοι, ἀλλ' ἐναντία λέγειν μᾶλλον ἢ ἕνα ὄντα ἐμὲ ἐμαυτῷ ἀσύμφωνον εἶναι καὶ ἐναντία λέγειν.*

(1) Quod vere monuit Krug (Lexicon Philosophicum ad vocem *Idealismus*). Atque haud scio an fere idem dici possit in *Idealismum transscendentalem*, quem Kantius docuit.

(2) Plato Gorgia, p. 482. a. edit. Stephani.

IN-

INDEX.

Numeri indicant paginas.

A.

An-

Con-

D.

F.

G.

H.

I.

K.

L.

M.

Me-

Sen-

Syl-

T.

U.

V.

V.

W.

CORRIGENDA.

Pag.	*Lin.*		*Lege*
2.	14.	sphaeram, unde	sphaeram: unde
5.	9.	*ἐξοχῆν*	*ἐξοχήν*
29.	13.	Leibnizii	Leibnitzii
30.	5.	divisionis	divisiones
31.	24.	*μήχαναις*	*μηχαναῖς*
32.	24.	*τεχνὴ*	*τέχνη*
34.	*penultima.*	motus	motum
38.	1.	aut	sive
44.	27.	coepta est	coepit
64.	*penultima.*	IV. 21.	IV. 20.
78.	5.	*νοήτα*	*νοητά*
79.	*ultima.*	*ποιουμένος*	*ποιούμενος*
80.	4.	*νοήσις, διανόια*	*νόησις, διάνοια*
86.	9.	*νόησι, διανόιᾳ*	*νοήσι, διανοίᾳ*
112.	17.	possit	possint
—	*penultima.*	investigatio, ut	investigatio ut
114.	21.	omibus	omnibus
132.	3.	Geometria disciplina	Geometria, disciplina
146.	*ultima.*	151.	151.
147.	*penultima.*	5. 67.	5. 23.
—	*ultima.*	V. 23.	102. 103.
153.	4.	dichotomia	dichotoma
154.	8.	imcompletam	incompletam
168.	22.	per	sibi
169.	1.	permittitur atque motu	permittitur, motu
175.	7.	sed quemadmodum	sed, quemadmodum
—	8.	aut notio, notas	et notio notas
177.	1.	ea ponenda est, in sphaera	ea ponenda est in sphaera
—	4. 5.	num	an

Pag. Lin.		Lege
177. 17.	aut	sive
178. 6.	triangulum	triangulum, sed v. c. circulus.
201. 10.	sunt aequipollentes	converti possunt, ita ut aequipollentes sint a=b et b=a, caet.
207. 27.	apientes	sapientes
210. *ultima.*	id esse α esse	id est, α esse
214. 6.	(γ)	γ
— 16. 17.	(α) (β) (γ)	α, β, γ
— 24.	(α)	α
— *ultima.*	(α)	α
217. 5.	enunciationem δ	enunciationem veram δ
226. 12.	non α	non α:
244. 2.	hypothetico-disjunctae	disjunctae
— 9.	aut	id est:
248. 20.	in tribus	in duabus
— 22.	in quarta	in tertia et quarta
251. 4.	logicales hunc	logicales, hunc
— 13.	A. Prima est relatio	In his memoranda est inprimis relatio
268. 11.	quara	quarta
275. 4.	S neque, est C	S neque est C.
284. 11.	nonnumquam	nonnunquam
286. 12.	pontomimica	pantomimica
290. 12.	discribitur	describitur
291. 6.	το	τὰ
— *penultima.*	est etc.	est, caet.
292. 2.	popositum	propositum
317. 16.	θυμῳ	θύμῳ
322. *antepenultima.*	conquentia	consequentia
359. *ultima.*	sas	sam
361. 14.	positis	possitis
365. 2.	quaedam	quandam
366. 3.	διαλελήθος	διαλεληθότος

368.

Pag.	Lin.		Lege
368.	*ultima.*	li	la
377.	7.	per reliquis	reliquis
384.	18.	nberrimus	uberrimus
393.	*ultima.*	dcfinire	definire
429.	16.	*γράμμὴ*	*γραμμὴ*
433.	*ultima.*	suut	sunt
447.	20.	des-cendat	de-scendat
466.	1.	*ὅσιον*	*ὁσιῶν*
——	*ultima.*	*ὤν?*	*ὤν;*
467.	*penultima.*	III. 91.	III. 23.
468.	13.	*εἴη?*	*εἴη;*
487.	8.	aequalis est	aequalis sit
——	20.	Geometricam, Comparari	Geometricam; comparari
502.	8.	haec es:	haec est:
511.	1.	de Soritis	de Soritibus
518.	19.	ex quoniam	ex quonam
533.	26.	vcri	veri
——	28.	ejusmodi virorum	virorum